Письма в ЖЭТФ, том 53, вып. 4, стр. 188 - 191 25 февраля 1991 г.

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ДИФРАКЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ СГУСТКА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В ВАКУУМЕ

Э.М.Беленов, А.В.Назаркин

Физический институт им. П.Н.Лебедева АН СССР
117924, Москва

Поступила в редакцию 23 января 1991 г.

Предсказано существование нового явления в оптике - при распространении в вакууме сгустка электромагнитного поля с крутым передним фронтом поперечная структура и напряженность поля на фронте импульса остаются неизменными в процессе его распространения. Указано на связь эффекта с наличием временной "дисперсии вакуума". Проведена аналогия явления с задачей Зоммерфельда и Бриллюэна о распространении сигнала в диспергирующей среде и с когерентным распространением импульса малой площади (0π-импульса) в газе резонансно поглощающих двухуровневых частиц.

В настоящее время изучено влияние дифракционных эффектов на распространение пучков квазимонохроматических волн, когда пространственная структура поля описывается в терминах медленно меняющихся амплитуд (ММА). В рамках этого приближения дифракция интерпретируется как диффузия комплексной амплитуды пучка в поперечном направлении [1]. Приближение ММА, однако, становится непригодным для описания дифракционного распространения сгустка электромагнитного поля, длительность которого содержит всего несколько (вплоть до одного) колебаний волны. Как мы покажем ниже, определяющей в эволюции пространственного распределения поля сгустка становится его временная структура: необходимо говорить о проявлении в дифракции дисперсионных эффектов, которые по самой постановке задачи не возникали при рассмотрении дифракции квазимонохроматических волн.

Суть обсуждаемых эффектов сводится к следующему. В волне с отличным от нуля угловым спектром фотоны, волновой вектор которых составляет больший угол к направлению волны (и, следовательно, в большей степени приводящие к ее дифракции), имеют меньшую проекцию скорости на это направление и сильнее задерживаются относительно ее переднего фронта. Таким образом, пространственная структура пучка в данный момент времени определяется динамической перегруппировкой фотонов во все предшествующие моменты. Наличие такого рода "дисперсии вакуума" приводит к тому, что задача о дифракции импульса в определенной степени становится аналогичной задаче Зоммерфельда и Бриллюэна о распространении сигнала с резким фронтом в среде с временной дисперсией [2].

1. Пусть в вакууме в направлении оси $0z$ распространяется сгусток электромагнитного поля, угловой спектр которого можно характеризовать параметром $\mu = L_{\parallel}/L_{\perp} \ll 1$, где $L_{\parallel}$ и $L_{\perp}$ - характерные масштабы изменения поля импульса соответственно в продольном и поперечном направлении. Волновое уравнение для напряженности поля импульса

$$\frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial z^2} + \Delta_{\perp}\mathcal{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial t^2} = 0, \qquad (1)$$

где $\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$, в силу малости μ может быть укорочено: пространственно-временное изменение поля $\mathcal{E}(\vec{r}, t)$ обусловлено быстрым переносом импульса вдоль характеристики $\tau = t - \frac{z}{c}$ и медленным изменением его формы по продольным и поперечным координатам, так что решение (1) можно искать в виде $\mathcal{E}(\vec{r}, t) = \mathcal{E}(z, \vec{r}_{\perp}, \tau)$. Учитывая медленное изменение формы импульса по z-координате из (1) получим уравнение

$$\frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial z \partial \tau} - \frac{1}{2}c\Delta_{\perp}\mathcal{E} = 0. \qquad (2)$$

Отметим, что для поля, представляющего собой квазимонохроматическую волну, из (2) следует параболическое уравнение дифракции для ее комплексной амплитуды. Интегрируя (2) по τ, имеем

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z} - \frac{1}{2}c\Delta_{\perp}\int\limits_{-\infty}^{\tau} \mathcal{E}(\tau')d\tau' = 0. \qquad (3)$$

Согласно (3), в терминах реального поля $\mathcal{E}$ дифракционное изменение формы импульса определяется поперечным распределением поля не только в данный момент времени, но и во все предшествующие моменты. Можно сказать, что наличие поперечной неоднородности поля приводит к инерционному "отклику вакуума".

Для энергии импульса $W = \frac{c}{4\pi}\int\int dxdy \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\tau \mathcal{E}^2$ из (3) получим:

$$\frac{dW}{dz} = -\frac{1}{2}c\int\int dxdy\left\{\left[\frac{\partial}{\partial x}\Psi(\vec{r}, \infty)\right]^2 + \left[\frac{\partial}{\partial y}\Psi(\vec{r}, \infty)\right]^2\right\}, \qquad (4)$$

где $\Psi(\vec{r}, \tau) = \int\limits_{-\infty}^{\tau} \mathcal{E}(z, \vec{r}_{\perp}, \tau')d\tau'$.

Сохранение энергии обеспечивается равенством нулю положительного подынтегрального выражения: функции $c\frac{\partial}{\partial x}\Psi(\vec{r}, \tau)$ и $c\frac{\partial}{\partial y}\Psi(\vec{r}, \tau)$ суть продольные компоненты электрического и магнитного полей и обращаются в нуль по прохождении импульса ($\tau \to \infty$).

Отсюда следует, кроме того, что $\Psi(\vec{r},\infty)$ не зависит от поперечных координат, а поскольку при $|\vec{r}_\perp| \to \infty$ поле $\mathcal{E} \to 0$, то $\Psi(\vec{r},\infty) = 0$. Таким образом, площадь под электрическим полем импульса в каждой точке пространства равна нулю.

2. Остановимся на аналогии дифракционного распространения с распространением импульса в среде двухуровневых частиц в условиях когерентного взаимодействия [3,4]. Если разложить $\mathcal{E}$ по поперечным волнам $\sim \exp\{i\vec{\kappa}\vec{r}_\perp\}$, то для компоненты $\mathcal{E}_{\vec{\kappa}}(z,\tau)$ из (3) получим уравнение

$$\frac{\partial \mathcal{E}_{\vec{\kappa}}}{\partial z} = -\frac{1}{2}c\kappa^2 \int\limits_{-\infty}^{\tau} \mathcal{E}_{\vec{\kappa}}(\tau')d\tau'. \tag{5}$$

Решение (5) есть 0π-импульс - знакопеременная осциллирующая функция, площадь под которой в каждой точке пространства $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E}_{\vec{\kappa}}(z,\tau)d\tau = 0$. Это означает, что полученное выше условие $\Psi(\vec{r},\infty) = 0$ для поля дифрагирующего импульса можно интерпретировать как образование 0π-импульса в когерентно поглощающей среде.

3. В качестве примера рассмотрим дифракционное распространение импульса со скачкообразным нарастанием поля на плоском переднем фронте

$$\mathcal{E}(0,\vec{r}_\perp,\tau) = \begin{cases} \mathcal{E}(\vec{r}_\perp), & \tau \geq 0 \\ 0, & \tau < 0, \end{cases} \tag{6}$$

где $\mathcal{E}(\vec{r}_\perp)$ - поперечное распределение поля. Изменение формы импульса вследствие дифракции описывается формулой

$$\mathcal{E}(z,\vec{r}_\perp,\tau) = \int\int \mathcal{E}(\vec{\kappa})e^{i\vec{\kappa}\vec{r}_\perp} J_0(\sqrt{2\kappa^2 cz\tau})d\kappa_x d\kappa_y, \tag{7}$$

где $\mathcal{E}(\vec{\kappa})$ - фурье-преобразование от начального распределения $\mathcal{E}(\vec{r}_\perp)$, $J_0(\xi)$ - функция Бесселя нулевого порядка. Из (7) сразу же следует, что непосредственно передний фронт переносится без искажений: $\mathcal{E}(z,\vec{r}_\perp,0) = \mathcal{E}(0,\vec{r}_\perp,0)$, что полностью аналогично когерентному распространению импульса с крутым передним фронтом в среде двухуровневых частиц [3].

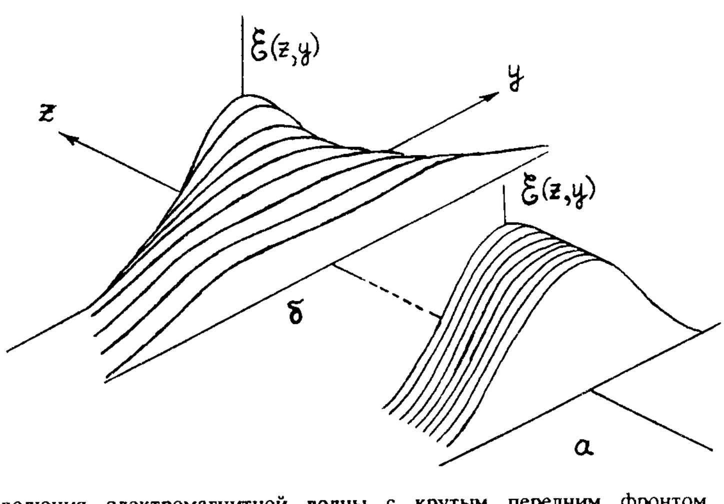

Рис. 1. Эволюция электромагнитной волны с крутым передним фронтом, распространяющейся в направлении оси $0z$: *а* - распределение поля вблизи переднего фронта в начальный момент времени, *б* - образование дифракционного предвестника в результате распространения волны

Другая особенность решения (7) состоит в том, что на длинах распространения $z > L_\perp^2/L_{||}$, где $L_{||}$ - характерный продольный масштаб изменения поля за фронтом импульса, передняя часть пучка трансформируется в субимпульс, длительность которого сокращается пропорционально пройденному пути z за счет дифракционного "выедания" поля на его заднем фронте. При этом передний фронт субимпульса в точности сохраняет начальную поперечную структуру: напряженность поля при $\tau = 0$ не меняется от длины распространения z (см. рисунок). Указанный субимпульс, распространяющийся со скоростью света, естественно назвать дифракционным предвестником, поскольку все известные дифракционные эффекты (такие, как превращение плоской волны в расходящуюся, соответствующее убывание напряженности поля с длиной распространения и т.п.) развиваются позади него.

Из вышесказанного видно, что дифракционный предвестник в определенной степени аналогичен предвестнику Зоммерфельда, возникающему на крутом переднем фронте импульса в среде с временной дисперсией. Если образование предвестника в диспергирующей среде связано с конечностью времени ее отклика на внешнее поле, то в нашем случае роль инерционного отклика вакуума играет эффект расплывания поля в поперечном направлении. Инерционность (относительно переднего фронта импульса) этого процесса связана посуществу с конечностью скорости света в вакууме: поле на плоском переднем фронте не может дифрагировать, поскольку сам фронт уже движется со скоростью света, так что поперечное расплывание поля возможно лишь позади него.

Литература

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.
2. Зоммерфельд А. Оптика. М.: ИЛ, 1953; Бриллюэн Л., Пароди М. Распространение волн в периодических структурах. М.: ИЛ, 1959.
3. Crisp M.D. Phys. Rev., 1970, A1, 1604.
4. Беленов Э.М., Назаркин А.В. Письма в ЖЭТФ, 1990, 51, 252.