Письма в ЖЭТФ, том 96, вып. 1, с. 8 – 13

О физическом смысле формфакторов Сакса и нарушении дипольной зависимости G_E и G_M от Q^2

М. В. Галынский[1)], *Э. А. Кураев*[1)]

Объединенный институт энергетических и ядерных исследований Сосны НАНБ, 220109 Минск, Беларусь

Лаборатория теоретической физики им. Боголюбова, Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия

Поступила в редакцию 28 мая 2012 г.

В работе показано, как возникает дипольный характер зависимости формфакторов G_E и G_M от квадрата переданного протону импульса Q^2 и чем вызвано нарушение этой зависимости, впервые обнаруженное в поляризационном эксперименте в JLAb. Это стало возможным благодаря использованию простейших представлений КХД о структуре протона и результатов расчета матричных элементов протонного тока в случае переходов без переворота и с переворотом спина протона в диагональном спиновом базисе (ДСБ), в котором реализуется малая группа Лоренца, общая для начального и конечного состояний протона. В ДСБ формфакторы G_E и G_M определяются матричными элементами $J_p^{\delta,\delta}$ и $J_p^{-\delta,\delta}$ протонного тока в случае переходов без переворота с переворотом спина протона. В произвольной системе отсчета эта связь имеет вид $J_p^{\delta,\delta} \sim G_E$, $J_p^{-\delta,\delta} \sim \sqrt{\tau}\, G_M$, где $\tau = Q^2/4m^2$, m – масса протона. При рассмотрении задачи на кварковом уровне нами использована модель, в которой протон состоит из трех точечных кварков с одинаковой массой, а матричный элемент протонного тока есть произведение трех амплитуд кварковых токов, имеющих вид $J_q^{\delta,\delta} \sim 1$, $J_q^{-\delta,\delta} \sim \sqrt{\tau}$. Показано, что дипольная зависимость возникает, когда переворот спина протона реализуется за счет переворота спина лишь у одного из трех кварков. Нарушения же ее обусловлены вкладами в $J_p^{\delta,\delta}$ переходов с переворотом спина двух кварков, либо вкладом в $J_p^{-\delta,\delta}$ переходов с переворотом спина сразу у всех трех кварков, составляющих протон.

1. Введение. Эксперименты по изучению электрического (G_E) и магнитного (G_M) формфакторов протона (ФФП) (так называемых формфакторов Сакса, ФФС) ведутся с середины 50-х годов прошлого столетия [1, 2] в реакции упругого рассеяния электрона на протоне. В случае неполяризованных электронов и протонов все экспериментальные данные о поведении ФФП были получены с использованием формулы Розенблюта [1] для дифференциального сечения реакции $ep \to ep$:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_e} = \frac{\alpha^2 E_2 \cos^2(\theta_e/2)}{4E_1^3 \sin^4(\theta_e/2)} \frac{1}{1+\tau} \left(G_E^2 + \frac{\tau}{\varepsilon} G_M^2\right). \qquad (1)$$

Здесь $\tau = Q^2/4m^2$, $Q^2 = -q^2 = 4E_1E_2\sin^2(\theta_e/2)$ – квадрат переданного протону импульса, m – масса протона, E_1, E_2, θ_e – энергии начального и конечного электронов и угол рассеяния электрона в системе покоя начального протона соответственно, $\varepsilon^{-1} = 1 + 2(1+\tau)\tan^2(\theta_e/2)$, $\alpha = 1/137$ – постоянная тонкой структуры. Выражение (1) получено в приближении однофотонного обмена. При его выводе масса электрона положена равной нулю.

С помощью техники Розенблюта было установлено, что экспериментальная зависимость G_E и G_M от Q^2 вплоть до 10 ГэВ^2 хорошо описывается дипольным приближением:

$$G_E = G_M/\mu = G_D(Q^2) \equiv (1 + Q^2/0.71)^{-2}, \qquad (2)$$

где μ – магнитный момент протона ($\mu = 2.79$).

В работах Ахиезера и Рекало [3] был предложен метод измерения отношения ФФС, основанный на явлении передачи поляризации от продольно поляризованного начального электрона к конечному протону. Там было показано, что отношение степеней продольной (P_l) и поперечной (P_t) поляризаций рассеянного протона имеет вид

$$\frac{P_l}{P_t} = -\frac{G_M}{G_E}\frac{E_1+E_2}{2m}\tan\frac{\theta_e}{2}. \qquad (3)$$

Прецизионные эксперименты, основанные на использовании формулы (3), были реализованы в JLab [4, 5]. При этом в области 0.5 ГэВ$^2 < Q^2 <$ 5.6 ГэВ^2 было обнаружено линейное уменьшение отношения $\mu G_E/G_M$ с ростом Q^2:

$$\mu\frac{G_E}{G_M} = 1 - 0.13\,(Q^2 - 0.04). \qquad (4)$$

Последнее противоречит данным, полученным с помощью техники Розенблюта. Согласно этим данным G_E и G_M приближенно следуют дипольной форме

[1)] e-mail: galynski@dragon.bas-net.by, kuraev@theor.jinr.ru

вплоть до $Q^2 = 10$ ГэВ^2, причем должно выполняться приближенное равенство $\mu G_E/G_M \approx 1$. Повторные более точные измерения отношения $R = \mu G_E/G_M$ методом Розенблюта [6] лишь подтвердили противоречие. При этом магнитный формфактор в пределах ошибок не отличался от полученного по розенблютовской технике, а электрический отличался в меньшую сторону в соответствии с (4).

Для разрешения данного противоречия было выдвинуто предположение о том, что одной из возможных причин расхождений является не учтенный в анализе вклад двухфотонного обмена. Появилось большое количество публикаций, посвященных этой проблеме (см. [7], обзор [8] и приведенную в нем литературу). В настоящее время известно три эксперимента, нацеленных на изучение вклада двухфотонного обмена: эксперимент на накопительном кольце VEPP-3 в Новосибирске, эксперимент OLYMPUS на ускорителе DORIS в DESY (Гамбург, ФРГ) и эксперимент EG5 CLAS в JLab (США).

В работе авторов [9] был предложен метод измерения ФФС в процессе $ep \to ep$, основанный на измерении сечений с переворотом и без переворота спина протона.

Цель данной работы – показать, что фундаментальный физический смысл формфакторов G_E и G_M обусловлен их факторизацией в матричных элементах протонного тока, соответствующих переходам без переворота и с переворотом спина протона. Именно этим обстоятельством объясняется появление квадратов ФФС в сечении Розенблюта.

Цель данной работы заключается также и в том, чтобы показать, что механизма однофотонного обмена достаточно для объяснения результатов поляризационного эксперимента в JLab и что нарушения дипольной зависимости при больших Q^2 возникают благодаря вкладу амплитуд кварковых токов с переворотом спина в переходы без переворота и с переворотом спина протона.

2. О физическом смысле формфакторов Сакса. Сечение Розенблюта в системе покоя начального протона (1) имеет компактный вид благодаря факторизации G_E^2 и G_M^2. В учебных пособиях по физике элементарных частиц показывается, что физический смысл формфакторов G_E и G_M заключается в том, что в системе Брейта начального и конечного протона они описывают распределение заряда и магнитного момента протона (т.е. в системе Брейта матричные элементы протонного тока без переворота и с переворотом спина протона выражаются, соответственно, через G_E и G_M), а преимущество ФФС обусловлено простотой выражения (1).

Вопрос о том, есть ли какой-либо физический смысл в факторизации G_E^2 и G_M^2 в сечении Розенблюта, не ставится ни в учебниках, ни в западной научной литературе. Тем не менее много лет назад в работе Сикача [10] было показано, что факторизация формфакторов G_E и G_M возникает в диагональном спиновом базисе (ДСБ) уже на уровне амплитуд при расчете (в произвольной системе отсчета) матричных элементов протонного тока в случае переходов без переворота и с переворотом спина протона.

2.1. Диагональный спиновый базис. В ДСБ спиновые 4-векторы протонов s_1 и s_2 с 4-импульсами q_1 (до взаимодействия) и q_2 (после взаимодействия) имеют вид [10]

$$s_1 = -\frac{(v_1 v_2)v_1 - v_2}{\sqrt{(v_1 v_2)^2 - 1}}, \quad s_2 = \frac{(v_1 v_2)v_2 - v_1}{\sqrt{(v_1 v_2)^2 - 1}}, \tag{5}$$

где $v_1 = q_1/m$, $v_2 = q_2/m$. Очевидно, что спиновые 4-векторы (5) удовлетворяют обычным условиям, $s_1 q_1 = s_2 q_2 = 0$, $s_1^2 = s_2^2 = -1$, и не изменяются при преобразованиях малой группы Лоренца $L_{q_1 q_2}$, общей для частиц с 4-импульсами q_1 и q_2: $L_{q_1 q_2} q_1 = q_1, L_{q_1 q_2} q_2 = q_2$. Отметим, что эта группа изоморфна однопараметрической подгруппе группы вращений SO_3 с осью, направление которой определяется трехмерным вектором [11]

$$\mathbf{a} = \mathbf{q}_1/q_{10} - \mathbf{q}_2/q_{20}. \tag{6}$$

При этом проекции спина обеих частиц на направление, задаваемое вектором $\mathbf{a}$ (6), одновременно имеют определенные значения [11], а понятие перехода без переворота и с переворотом спина приобретает абсолютный физический смысл.

Рассмотрим реализацию ДСБ в системе покоя начального протона, где $q_1 = (q_{10}, \mathbf{q}_1) = (m, 0)$. Здесь $\mathbf{a} = \mathbf{n_2} = \mathbf{q_2}/|\mathbf{q_2}|$, т.е. общим направлением проектирования спинов является направление движения конечного протона. При этом поляризационное состояние конечного протона является спиральным, а спиновые 4-векторы s_1 и s_2 (5) имеют вид

$$s_1 = (0, \mathbf{n}_2), \; s_2 = (|\mathbf{v}_2|, v_{20}\,\mathbf{n}_2), \tag{7}$$

т.е. оси спиновых проекций $\mathbf{c}_1$ и $\mathbf{c}_2$ совпадают с направлением движения конечного протона: $\mathbf{c}_1 = \mathbf{c}_2 = \mathbf{n}_2$. Система Брейта, где $\mathbf{q}_2 = -\mathbf{q}_1$, является частным случаем ДСБ.

Вектор $\mathbf{a}$ (6) есть разность двух векторов, а геометрический образ разности двух векторов есть диагональ параллелограмма. Это и послужило причиной введения названия “ДСБ”.

2.2. Спиновые операторы и расчет амплитуд процессов КЭД в ДСБ. В ДСБ (5) операторы проекции спина σ_1 и σ_2, а также повышающие и понижающие спиновые операторы $\sigma_1^{\pm\delta}$ и $\sigma_2^{\pm\delta}$ для начальной и конечной дираковских частиц с 4-импульсами q_1 и q_2 совпадают в силу реализации в ДСБ малой группы Лоренца $L_{q_1 q_2}$ и имеют вид [12, 13]:

$$\begin{gathered}\sigma = \sigma_1 = \sigma_2 = \gamma^5 \hat{s_1} \hat{v_1} = \gamma^5 \hat{s_2} \hat{v_2} = \gamma^5 \hat{b}_0 \hat{b}_3, \\ \sigma^{\pm\delta} = \sigma_1^{\pm\delta} = \sigma_2^{\pm\delta} = -i/2\gamma^5 \hat{b}_{\pm\delta}, b_{\pm\delta} = b_1 \pm i\delta b_2, \\ \sigma u^\delta(q_i) = \delta u^\delta(q_i), \sigma^{\pm\delta} u^{\mp\delta}(q_i) = u^{\pm\delta}(q_i), \delta = \pm 1,\end{gathered} \tag{8}$$

где $u^\delta(q_i) = u^\delta(q_i, s_i)$ – биспиноры начального и конечного состояний частиц в ДСБ.

В выражениях (8) для построения спиновых операторов использован ортонормированный базис векторов b_A $(A = 0, 1, 2, 3)$:

$$\begin{gathered}(b_1)_\mu = \varepsilon_{\mu\nu\kappa\sigma} b_0^\nu b_3^\kappa b_2^\sigma, \ (b_2)_\mu = \varepsilon_{\mu\nu\kappa\sigma} q_1^\nu q_2^\kappa r^\sigma / \rho, \\ b_3 = q_- / \sqrt{-q_-^2}, \ b_0 = q_+ / \sqrt{q_+^2}\ ,\end{gathered} \tag{9}$$

где $q_- = q_2 - q_1$, $q_+ = q_2 + q_1$, $\varepsilon_{\mu\nu\kappa\sigma}$ есть тензор Леви–Чивита ($\varepsilon_{0123} = -1$), r – 4-импульс частицы, участвующей в реакции, отличный от q_1 и q_2, ρ определяется из условий нормировки: $b_1^2 = b_2^2 = b_3^2 = -b_0^2 = -1$.

Матричные элементы процессов квантовой электродинамики (КЭД) имеют вид

$$M^{\pm\delta,\delta} = \overline{u}^{\pm\delta}(q_2) Q u^\delta(q_1)\ , \tag{10}$$

где Q – оператор взаимодействия, $u^\delta(q_1)$ и $u^{\pm\delta}(q_2)$ – биспиноры начального и конечного состояний.

В используемом нами подходе расчет матричных элементов (амплитуд), имеющих вид (10), соответствующих переходу фермиона из начального состояния $u^\delta(q_1)$ в конечное $u^{\pm\delta}(q_2)$, сводится к операции вычисления шпура от произведения дираковских операторов [11, 13]:

$$M^{\pm\delta,\delta} = \mathrm{Tr}(P_{21}^{\pm\delta,\delta} Q)\ ,\ P_{21}^{\pm\delta,\delta} = u^\delta(q_1)\, \overline{u}^{\,\pm\delta}(q_2). \tag{11}$$

Явный вид операторов $P_{21}^{\pm\delta,\delta}$ в ДСБ, соответствующих переходам без переворота ($P_{21}^{\delta,\delta}$) и с переворотом ($P_{21}^{-\delta,\delta}$) спина, был получен в работах [12, 13]:

$$P_{21}^{\delta,\delta} = (\hat{q}_1 + m)\, \hat{b}_\delta\, \hat{b}_0\, \hat{b}_{-\delta}/4\ , \tag{12}$$

$$P_{21}^{-\delta,\delta} = \delta(\hat{q}_1 + m)\, \hat{b}_\delta\, \hat{b}_3/2\ . \tag{13}$$

2.3. Амплитуды протонного тока в ДСБ. В борновском приближении матричный элемент, соответствующий процессу упругого рассеяния электрона на протоне:

$$e(p_1) + p\,(q_1, s_1) \to e(p_2) + p\,(q_2, s_2), \tag{14}$$

имеет вид

$$M_{ep\to ep} = \overline{u}(p_2)\gamma^\mu u(p_1) \cdot \overline{u}(q_2)\Gamma_\mu(q^2) u(q_1)\ \frac{1}{q^2}, \tag{15}$$

$$\Gamma_\mu(q^2) = F_1\gamma_\mu + \frac{F_2}{4M}(\hat{q}\gamma_\mu - \gamma_\mu \hat{q}\ )\ , \tag{16}$$

где $u(p_i)$ и $u(q_i)$ – биспиноры электронов и протонов с 4-импульсами p_i и q_i, $p_i^2 = m_e^2$, $q_i^2 = m^2$, $\overline{u}(p_i)u(p_i) = 2m_e$, $\overline{u}(q_i)u(q_i) = 2m$ $(i = 1, 2)$, F_1 и F_2 есть дираковский и паулиевский ФФП, $q = q_2 - q_1$ – 4-импульс, переданный протону, s_1 и s_2 – 4- векторы поляризации начального и конечного протонов.

Матричные элементы протонного тока, соответствующие переходам без переворота и с переворотом спина протона, определяются следующим образом:

$$(J_p^{\pm\delta,\delta})_\mu = \overline{u}^{\pm\delta}(q_2)\Gamma_\mu(q^2) u^\delta(q_1). \tag{17}$$

С помощью формул (11) – (13) нетрудно убедиться, что матричные элементы протонного тока (17), вычисленные в ДСБ (5), имеют вид [10, 13]

$$(J_p^{\delta,\delta})_\mu = 2m\, G_E(b_0)_\mu, \tag{18}$$

$$(J_p^{-\delta,\delta})_\mu = -2m\, \delta\sqrt{\tau} G_M(b_\delta)_\mu, \tag{19}$$

$$G_E = F_1 + \frac{q^2}{4m^2} F_2\ ,\ G_M = F_1 + F_2, \tag{20}$$

где G_E и G_M – ФФС, $\tau = Q^2/4m^2$, $Q^2 = -q^2$, $q = q_- = q_2 - q_1$, b_0 и b_δ определены выше.

Отметим, что амплитуды протонного тока (18), (19) удовлетворяют условию калибровочной инвариантности, поскольку в силу определений 4-векторов b_0 и b_δ скалярные произведения $b_0 q$ и $b_\delta q$ равны нулю. Далее, матричный элемент протонного тока $(J_p^{\delta,\delta})_\mu$ (18), соответствующий переходу без переворота спина протона, выражается через 4-вектор b_0 отвечает обмену виртуальным фотоном скалярной поляризации ($b_0^2 = 1$), который не может уносить с собой спиновый момент. В то же время $(J_p^{-\delta,\delta})_\mu$ (19), соответствующий переходу с переворотом спина протона, выражается через комплексный 4-вектор b_δ и отвечает обмену виртуальным фотоном, имеющим круговой вектор поляризации ($b_\delta^2 = 0, b_\delta b_\delta^* = -2$), который уносит с собой спиновый момент, что приводит к перевороту спина протона. Таким образом, анализ полученных для матричных элементов (18), (19) выражений позволяет сделать вывод о том, что они полностью соответствуют физической картине явлений. Следовательно, электрический и магнитный формфакторы G_E и G_M приобретают фундаментальный физический смысл благодаря их факторизации в матричных элементах протонного тока, соответствующих переходам без переворота и с переворотом спина

протона. Именно факторизация G_E и G_M в амплитудах (18), (19) приводит к тому, что за вклады в сечение Розенблюта без переворота и с переворотом спина протона отвечают слагаемые, содержащие G_E^2 и G_M^2 соответственно.

В случае точечных частиц с массой m_0 амплитуды их токов имеют вид

$$(J_q^{\delta,\delta})_\mu = 2\, m_0\, (b_0)_\mu, \tag{21}$$

$$(J_q^{-\delta,\delta})_\mu = -2\, m_0\, \delta \sqrt{\tau_0}\, (b_\delta)_\mu, \tau_0 = Q^2/4m_0^2\,. \tag{22}$$

В ультрарелятивистском безмассовом случае вклад в сечение процесса будут давать только переходы с переворотом спина (19), (22), поскольку амплитуды (18), (21) обращаются в нуль. На первый взгляд такой вывод противоречит общеизвестному факту, заключающемуся в том, что в ультрарелятивистском пределе при высоких энергиях выживают только такие процессы, в которых спиральность частиц сохраняется, т.е. в безмассовом пределе отличны от нуля только амплитуды, отвечающие переходам без изменения спиральности частиц. Такие процессы нередко называют процессами без переворота спина. Однако эта терминология является весьма условной, так как до и после взаимодействия частицы имеют разные направления движения. Более того, используемая терминология является ошибочной, поскольку в процессах без изменения спиральности при высоких энергиях спины частиц на самом деле переворачиваются. Никакого противоречия здесь не возникает, поскольку в ДСБ для ультрарелятивистских частиц начальное состояние является спиральным, а конечное имеет отрицательную спиральность [13], что дает

$$M^{-\delta,\delta} = M^{-(-\lambda),\lambda} = M^{\lambda,\lambda},\, M^{\delta,\delta} = M^{-\lambda,\lambda} = 0\,. \tag{23}$$

Отметим, что в литературе для $\Gamma_\mu(q^2)$ наряду с (16) используется эквивалентное ему представление:

$$\Gamma_\mu(q^2) = G_M \gamma_\mu - \frac{(q_1+q_2)_\mu}{2m} F_2\,. \tag{24}$$

Основываясь на такой форме записи для $\Gamma_\mu(q^2)$, ошибочно утверждают, что паулиевский формфактор F_2 соответствует переходам с изменением знака спиральности. Это утверждение своими корнями уходит к работе Бродского и Лепажа [14]. На самом деле при больших q_1 и q_2 за переходы с изменением знака спиральности (без переворота спина) отвечает формфактор G_E, а не F_2 (см. (18)).

3. О нарушении дипольного характера зависимости G_E и G_M от Q^2. Поскольку $|b_0| = 1$ и $|b_\delta b_\delta^*| = 2$, из (18), (19), (21), (22) нетрудно получить зависимость (абсолютных) величин матричных элементов токов протона ($J_p^{\pm\delta,\delta}$) и точечных частиц ($J_q^{\pm\delta,\delta}$) от Q^2:

$$J_p^{\delta,\delta} \sim 2m\, G_E, J_p^{-\delta,\delta} \sim 2m\sqrt{\tau}\, G_M, \tag{25}$$

$$J_q^{\delta,\delta} \sim 2\, m_0\,,\; J_q^{-\delta,\delta} \sim 2m_0\sqrt{\tau_0}\,. \tag{26}$$

Отметим, что факторизация множителя $2m$ в выражениях (18), (19), (21), (22), (25), (26) обусловлена нормировкой биспиноров частиц $\bar{u}_i u_i = 2m_i$. При проведении дальнейших вычислений удобнее использовать нормировку $\bar{u}_i u_i = 1$. При этом вместо (25), (26) мы будем использовать выражения

$$J_p^{\delta,\delta} \sim G_E, J_p^{-\delta,\delta} \sim \sqrt{\tau}\, G_M\,, \tag{27}$$

$$J_q^{\delta,\delta} \sim 1\,,\quad J_q^{-\delta,\delta} \sim \sqrt{\tau_0}\,. \tag{28}$$

Соотношения (27), (28) позволяют показать, как возникают дипольная зависимость G_E и G_M от Q^2 и ее нарушения, обнаруженные в JLab- эксперименте. Для этого при рассмотрении задачи на кварковом уровне нами будет использована модель, в которой протон состоит из трех точечных кварков с одинаковой массой m_0, а матричный элемент протонного тока есть произведение трех амплитуд кварковых токов, имеющих вид $J_q^{\delta,\delta} \sim 1$, $J_q^{-\delta,\delta} \sim \sqrt{\tau_0}$. Ниже мы покажем, что дипольная зависимость возникает при относительно небольших квадратах переданных импульсов, когда доминируют амплитуды кварковых токов без переворота спина. С ростом Q^2 амплитуды кварковых токов с переворотом спина начинают давать заметный вклад в (18), (19), что и приводит в конечном счете к зависимости (4).

Переход протона без переворота спина можно реализовать двумя способами: 1) все три кварка спины не переворачивают, 2) два кварка спины переворачивают, а третий нет. Обозначим число таких способов как $n_q^{\delta,\delta} = [0,2]$ по числу кварков, перевернувших спин (либо ни одного, либо два).

Переворот спина протона также можно реализовать двумя способами: 1) один кварк переворачивает спин, а остальные два нет; 2) все три кварка переворачивают спин. Обозначим число таких способов как $n_q^{-\delta,\delta} = [1,3]$ по числу кварков, перевернувших спин (либо один перевернулся, либо все три). Таким образом, всего имеется 4 комбинации, подлежащие рассмотрению:

$$n_q^{\delta,\delta} \times n_q^{-\delta,\delta} = (0,1) + (0,3) + (2,1) + (2,3)\,. \tag{29}$$

Из них первая, (0,1), соответствует дипольной зависимости формфакторов G_E и G_M от Q^2, когда при

переходе протона без переворота спина ни один из кварков спин не переворачивает (первое число в скобках равно нулю), а переворот спина протона обусловлен переворотом спина всего у одного кварка (второе число в скобках равно 1).

Для наборов (0,1) и (2,3) в (29) мы получим $G_E/G_M \sim 1$, для набора (0,3) $Q^2 G_E/G_M \sim 4m^2$, а для набора (2,1) $Q^2 G_M/G_E \sim 4m^2$.

3.1. Дипольная зависимость формфакторов G_E и G_M от Q^2, $G_e/G_M \sim 1$. Для того чтобы показать, как возникает дипольная зависимость в поведении ФФС, воспользуемся полученными выше выражениями (27), (28) и будем использовать модель, в которой протон состоит из трех точечных кварков с одинаковой массой, а амплитуда протонного тока есть произведение трех амплитуд кварковых токов, что удобно представить с помощью следующих диаграмм:

$$J_d^{\delta,\delta} = \begin{matrix} + & \to\to * \to\to\to\to & + \\ - & \to\to\to * \to\to\to & - \\ + & \to\to\to\to * \to\to & + \end{matrix} \quad \text{non spin-flip}, \tag{30}$$

$$J_d^{-\delta,\delta} = \begin{matrix} + & \to\to * \to\to\to\to & - \\ - & \to\to\to * \to\to\to & - \\ + & \to\to\to\to * \to\to & + \end{matrix} \quad \text{spin-flip}. \tag{31}$$

Диаграмма (30) соответствует переходу без переворота спина протона, когда спины у всех трех кварков не переворачиваются. Следовательно, матричный элемент протонного тока в этом случае должен быть пропорционален G_E (см. (27)). В результате имеем:

$$J_d^{\delta,\delta} \sim G_E \sim 1 \times 1 \times 1 \times \frac{1}{Q^4}, \tag{32}$$

где множители 1 отвечают переходам без переворота спина (28) трех точечных кварков с массой m_0, а Q^4 в знаменателе возникает благодаря двум глюонным пропагаторам. Отсюда

$$G_E \sim \frac{1}{Q^4}\,. \tag{33}$$

Диаграмма (31) отвечает переходу, в котором спин у верхнего кварка переворачивается, а у двух нижних нет, что в целом соответствует переходу протона с переворотом спина. Согласно (27) матричный элемент протонного тока в этом случае должен быть пропорционален $\sqrt{\tau} G_M$. В результате имеем

$$J_d^{-\delta,\delta} \sim \sqrt{\tau}\, G_M \sim \sqrt{\tau_0} \times 1 \times 1 \times \frac{1}{Q^4}. \tag{34}$$

Отсюда

$$G_M \sim \frac{\sqrt{\tau_0}}{\sqrt{\tau}}\,\frac{1}{Q^4}\,. \tag{35}$$

Множитель $\sqrt{\tau_0}$ в правой части выражения (34) соответствует переходу с переворотом спина верхнего кварка, а два множителя 1 – переходу без переворота спина нижних кварков, два глюонных пропагатора дают Q^4 в знаменателе выражений (34), (35). Для расчета отношения $\sqrt{\tau_0}/\sqrt{\tau}$ в (35) сделаем предположения о том, что масса у каждого кварка равна 1/3 от массы протона, а импульс, переданный каждому кварку, составляет 1/3 от импульса, переданного протону. Это приводит к равенству $\sqrt{\tau_0}/\sqrt{\tau} = 1$. В результате имеем

$$G_E \sim \frac{1}{Q^4},\, G_M \sim \frac{1}{Q^4}\,,\, \frac{G_E}{G_M} \sim 1. \tag{36}$$

Таким образом, дипольная зависимость поведения формфакторов возникает благодаря вкладу в $J_p^{\pm\delta,\delta}$ лишь одного перехода с переворотом спина кварка в результате взаимодействия с виртуальным фотоном. Она реализуется при малых Q^2, когда доминируют переходы кварков без переворота спина. Ниже мы везде будем полагать $\sqrt{\tau_0}/\sqrt{\tau}$.

3.2. Зависимость $G_E/G_M \sim 4m^2/Q^2$. Для нарушения дипольной зависимости необходимо, чтобы число кварков, перевернувших спин, не было минимальным, как в случае (0,1). Здесь мы рассмотрим набор (0,3), когда вклад в $J_p^{-\delta,\delta}$ дают переходы с переворотом спина всех трех кварков. Это может произойти только в том случае, когда переданные протону импульсы велики. Для того чтобы убедиться в этом, напишем равенства, аналогичные (32) и (34):

$$J_p^{\delta,\delta} \sim G_E \sim 1 \times 1 \times 1 \times \frac{1}{Q^4}\,, \tag{37}$$

$$J_p^{-\delta,\delta} \sim \sqrt{\tau}\, G_M \sim \sqrt{\tau} \times \sqrt{\tau} \times \sqrt{\tau} \times \frac{1}{Q^4}. \tag{38}$$

Отсюда

$$G_E \sim \frac{1}{Q^4}\,,\quad G_M \sim \frac{\tau}{Q^4}\,,\quad \frac{G_E}{G_M} \sim \frac{1}{\tau} \sim \frac{4m^2}{Q^2}\,, \tag{39}$$

$$Q^2\,\frac{G_E}{G_M} \sim 4m^2 = \text{const}\,. \tag{40}$$

Следовательно, при $Q^2 > 4m^2$ отношение G_E/G_M становится меньшим единицы. Это является одним из возможных нарушений дипольной зависимости. Оно обусловлено переворотом спина сразу у трех кварков. Вместе с тем полученная зависимость отличается от зависимости (4), которая была обнаружена в JLab.

3.3. Отношение $G_E/G_M \sim 1$, но зависимость G_E и G_M от Q^2 не является дипольной. Рассмотрим спиновую комбинацию (2,3) в наборе (29), которая реализуется при вкладе в $J_p^{\delta,\delta}$ переходами двух кварков с переворотом спина, а при вкладе в $J_p^{-\delta,\delta}$ переходами всех трех кварков с переворотом спина. Для рассматриваемого случая имеем

$$J_p^{\delta,\delta} \sim G_E \sim \sqrt{\tau} \times \sqrt{\tau} \times 1 \times \frac{1}{Q^4}\,, \tag{41}$$

$$J_p^{-\delta,\delta} \sim \sqrt{\tau}\, G_M \sim \sqrt{\tau} \times \sqrt{\tau} \times \sqrt{\tau} \times \frac{1}{Q^4}\,. \tag{42}$$

Отсюда

$$G_E \sim \frac{\tau}{Q^4}\,,\ \ G_M \sim \frac{\tau}{Q^4}\,,\ \ \frac{G_E}{G_M} \sim 1. \tag{43}$$

Следовательно, отношение формфакторов G_E/G_M ведет себя, как в дипольной модели. Однако зависимость $G_E \sim 1/(4m^2Q^2)$, $G_M \sim 1/(4m^2Q^2)$ не является дипольной ($G_E \sim 1/Q^4$, $G_M \sim 1/Q^4$), причем ее не наблюдалось в эксперименте.

3.4. Зависимость $G_E/G_M \sim Q^2/4m^2$. Рассмотрим спиновую комбинацию (2,1) в наборе (29), которая реализуется при вкладе в $J_p^{\delta,\delta}$ переходами двух кварков с переворотом спина, а при вкладе в $J_p^{-\delta,\delta}$ переходом с переворотом спина всего у одного кварка. Действуя совершенно аналогично вышеизложенному, нетрудно убедиться в том, что для набора (2,1) G_E и G_M имеют вид

$$G_E \sim \frac{\tau}{Q^4}\,,\ G_M \sim \frac{1}{Q^4}\,, \tag{44}$$

т.е. отношение G_E/G_M будет вести себя как

$$\frac{G_E}{G_M} \sim \tau \sim \frac{Q^2}{4m^2}\,,\ Q^2\,\frac{G_M}{G_E} \sim 4m^2 = \mathrm{const}. \tag{45}$$

3.5. Спиновая параметризация для G_E/G_M. Амплитуды протонного тока без переворота ($J_p^{\delta,\delta}$) и с переворотом ($J_p^{-\delta,\delta}$) спина можно представить в виде линейных комбинаций:

$$J_p^{\delta,\delta} = \alpha_0\, J_q^{\delta,\delta} J_q^{-\delta,-\delta} J_q^{\delta,\delta} + \alpha_2\, J_q^{-\delta,\delta} J_q^{\delta,-\delta} J_q^{\delta,\delta}, \tag{46}$$

$$J_p^{-\delta,\delta} = \beta_1\, J_q^{-\delta,\delta} J_q^{\delta,\delta} J_q^{-\delta,-\delta} + \beta_3\, J_q^{-\delta,\delta} J_q^{\delta,-\delta} J_q^{-\delta,\delta}, \tag{47}$$

где коэффициенты α_0, α_2 и β_1, β_3 имеют четкий физический смысл, а их индексы определяют число кварков с переворотом спина, дающих вклад в переходы протона без переворота и с переворотом спина. С помощью (46), (47) нетрудно получить общее выражение для отношения G_E/G_M:

$$\frac{G_E}{G_M} = \frac{\alpha_0 + \alpha_2\,\tau}{\beta_1 + \beta_3\,\tau}. \tag{48}$$

Это выражение может послужить основой для спиновой параметризации и фитирования экспериментальных данных по измерению отношения G_E/G_M.

Очевидно, что из-за требования реализации дипольной зависимости при $\tau \ll 1$ коэффициенты α_0 и β_1 в (48) должны быть близки к единице: $\alpha_0 \sim 1$ и $\beta_1 \sim 1$. С учетом этого замечания разложим (48) в ряд при $\tau \ll 1$. В результате получим закон линейного убывания отношения G_E/G_M с ростом Q^2, совпадающий с экспериментально установленным в [5] законом (4):

$$\frac{G_E}{G_M} \sim 1 - \frac{\beta_3 - \alpha_2}{4m^2}\,Q^2. \tag{49}$$

Следовательно, измерение отношения G_E/G_M позволяет "заглянуть внутрь протона" и определить число перевернувших и не перевернувших спин кварков.

Авторы благодарны Е.А. Толкачеву за полезные обсуждения. Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (грант # Ф10Д–005).

1. M. N. Rosenbluth, Phys. Rev. **79**, 615 (1950).
2. R. Hofstadter, F. Bumiller, M. Yearian et al., Rev. Mod. Phys. **30**, 482 (1958).
3. А. И. Ахиезер, М. П. Рекало, ДАН СССР **180**, 1081 (1968); ЭЧАЯ **4**, 662 (1973).
4. M. K. Jones, K. A. Aniol, F. T. Baker et al., Phys. Rev. Lett. **84**, 1398 (2000).
5. O. Gayou, E. J. Brash, M. K. Jones et al., Phys. Rev. Lett. **88**, 092301 (2002).
6. I. A. Qattan, J. Arrington, R. E. Segel et al., Phys. Rev. Lett. **94**, 142301 (2005).
7. A. V. Afanasev, S. J. Brodsky, C. E. Carlson et al., Phys. Rev. D **72**, 013008 (2005); arXiv: hep-ph/0502013.
8. J. Arrington, P. G. Blunden, and W. Melnitchouk, Prog. Part. Nucl. Phys. **66**, 782 (2011); e-Print: arXiv:1105.0951 [nucl-th].
9. М. В. Галынский, Э. А. Кураев, Ю. М. Быстрицкий, Письма в ЖЭТФ **88**, 555 (2008).
10. С. М. Сикач, Известия Академии наук БССР, Сер. физ.-мат. наук **2**, 84 (1984).
11. Ф. И. Федоров, ТМФ **2**, 343 (1970); *Группа Лоренца*, М.: Наука, 1979.
12. М. В. Галынский, Л. Ф. Жирков, С. М. Сикач и др., ЖЭТФ **95**, 1921 (1989).
13. М. В. Галынский, С. М. Сикач, ЭЧАЯ **29**, 1133 (1998); e-Print: hep-ph/9910284.
14. G. Lepage and S. Brodsky. Phys. Rev. D **22**, 2157 (1980).