

# Влияние анизотропии проводящего слоя на закон дисперсии электромагнитных волн в слоистых металл-диэлектрических структурах

А. А. Богданов<sup>1)</sup>, Р. А. Сурис

*Физико-технический институт им. Иоффе РАН, 194021 С.-Петербург, Россия*

*С.-Петербургский академический университет – Научно-образовательный центр нанотехнологий РАН, 194021 С.-Петербург, Россия*

*С.-Петербургский государственный политехнический университет, 195251 С.-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 24 мая 2012 г.

В работе представлен теоретический анализ законов дисперсии электромагнитных волн в слоистых периодических металл-диэлектрических структурах с анизотропными металлическими слоями. Установлено, что анизотропия металлических слоев приводит к появлению дополнительных разрешенных энергетических зон для фотонов. Показано, что эти зоны соответствуют плазменным (ленгмюровским) волнам, распространяющимся в анизотропных металлических слоях структуры. Определены условия, при которых направления групповой и фазовой скоростей для ленгмюровских волн совпадают или противоположны. Показано, что электромагнитное поле ленгмюровских волн экспоненциально слабо проникает в диэлектрические слои и в основном сосредоточено в металлических, где оно осциллирует в направлении, перпендикулярном к плоскости слоев.

**1. Введение.** Цель этой работы состоит в теоретическом анализе влияния анизотропии закона дисперсии носителей металлического слоя на электродинамические характеристики слоистых металл-диэлектрических структур (такие структуры часто относят к одномерным фотонным кристаллам) [1, 2]. Под металлическим слоем мы понимаем слой любого материала, содержащий свободные носители. В качестве примера анизотропного металлического слоя мы будем рассматривать полупроводник со сверхрешеткой, благодаря которой возникает анизотропия электронного спектра, а как следствие и анизотропия эффективной массы носителей [3, 4]. Подчеркнем, что приведенный в работе анализ является достаточно общим и не ограничивается случаем анизотропных металл-диэлектрических структур со сверхрешеткой. В качестве анизотропного металлического слоя могут выступать и другие материалы с анизотропным спектром носителей, такие, например, как графит [5] или слоистые сверхпроводники [6, 7].

Интерес к такого рода структурам обусловлен возможностью управления плотностью фотонных состояний в них, а как следствие и скоростью спонтанного излучения [8, 9]. Возможность управления фотонным спектром в металл-диэлектрических структурах позволяет контролировать характери-

сти оптоэлектронных приборов на их основе. Металл-диэлектрические структуры могут обладать интересными нелинейными свойствами [10].

Металл-диэлектрическую структуру можно представлять как слои плазмы, разделенные диэлектрическими слоями. Такое приближение верно при достаточно низких частотах, когда дисперсией поляризуемости слоев за счет межзонных и межподзонных переходов можно пренебречь. Если глубина проникновения поля в плазменный слой меньше его толщины, то такую структуру можно описывать как набор слабосвязанных диэлектрических волноводов с плазменными стенками. (Такой подход эквивалентен приближению сильной связи в физике твердого тела при анализе закона дисперсии электрона в кристалле.) Если же глубина проникновения поля в диэлектрический слой меньше его толщины, то структуру можно описывать как набор слабосвязанных плазменных волноводов с диэлектрическими стенками. (Такая ситуация возможна при полном отражении волны, распространяющейся в плазменном слое, от диэлектрических слоев. Для этого необходимо, чтобы высокочастотная диэлектрическая проницаемость плазменного слоя была больше проницаемости диэлектрических слоев.) В периодической металл-диэлектрической структуре частоты собственных мод таких слабосвязанных волноводов расщепляются в разрешенные зоны. Здесь уместно говорить о сверхрешетке волноводов.

<sup>1)</sup> e-mail: bogdan.taurus@gmail.com

Модовый состав плазменного волновода можно проанализировать, оттолкнувшись от свойств одномерной изотропной плазмы. В такой плазме при частотах, превосходящих плазменную, могут распространяться поперечные электромагнитные волны [11]. Наряду с поперечными электромагнитными волнами в однородной изотропной плазме существуют продольные электрические волны [11]. Часто их называют плазменными или ленгмюровскими. В пренебрежении пространственной дисперсией, частота ленгмюровских волн в однородной изотропной плазме не зависит ни от направления волнового вектора, ни от его модуля и равна плазменной частоте среды.

Пространственная дисперсия, которая всегда существует из-за хаотического движения зарядов, образующих плазму, приводит к тому, что частота ленгмюровских волн оказывается зависящей от модуля волнового вектора, оставаясь в изотропной плазме не зависящей от его направления. Анизотропия спектра носителей, образующих плазму, в частности анизотропия их эффективной массы, приводит к тому, что частота ленгмюровских волн оказывается зависящей и от направления волнового вектора, и от его модуля [11]. Таким образом, и пространственная дисперсия, и анизотропия приводят к снятию вырождения и формированию полосы разрешенных частот для ленгмюровских волн. В анизотропной плазме ленгмюровские волны оказываются чисто электрическими и продольными только для определенных направлений распространения. В общем случае они обладают отличными от нуля поперечными компонентами электрического и магнитного полей.

Теперь рассмотрим модовый состав плазменного волновода с диэлектрическими стенками. При частотах выше плазменной его собственные моды образуются за счет полного отражения электромагнитных волн от стенок волновода. (Полное отражение возможно, если высокочастотная диэлектрическая проницаемость плазменного слоя больше диэлектрической проницаемости обкладок. В противном случае полного отражения от стенок волновода не происходит и моды являются утекающими.) Такие моды мы будем называть объемными. При частотах ниже плазменной волновод обладает двумя типами собственных мод. Первые – это поверхностные моды. Они представляют собой симметричную и антисимметричную комбинации поверхностных плазмонных поляритонов, локализованных на противоположных интерфейсах волновода. Вторые – это ленгмюровские моды. Они образуются за счет отражения ленгмюровской волны от стенок волновода [12, 13]. Частоты

объемных поверхностных и ленгмюровских мод в периодической металл-диэлектрической структуре расщепляются в зоны разрешенных частот.

Так же как и пространственная дисперсия, анизотропия спектра зарядов, образующих плазменные слои, влияет на дисперсию электромагнитных волн в металл-диэлектрической структуре. Чтобы отделить влияние анизотропии, мы пренебрежем пространственной дисперсией. Как будет показано далее, это пренебрежение справедливо в достаточно широком диапазоне частот и волновых векторов.

В случае полупроводниковой сверхрешетки можно выделить две причины анизотропии ее диэлектрической функции: (i) анизотропия спектра носителей сверхрешетки; (ii) анизотропия ионного остова сверхрешетки.

Вдали от области фононных частот и частот межзонных переходов степень анизотропии поляризуемости ионного остова не зависит от частоты электромагнитного поля и определяется симметрией кристалла. Кристаллические решетки большинства полупроводников и металлов, использующиеся в оптоэлектронике, относятся к кубической сингонии. Диэлектрическую проницаемость их ионного остова можно считать скаляром. Поэтому в данной работе мы будем рассматривать только анизотропию спектра носителей металлического слоя, считая диэлектрическую проницаемость ионного остова скаляром.

Степень анизотропии поляризуемости, обусловленной свободными носителями заряда в материале, может сильно зависеть от частоты электромагнитного поля. Например, в полупроводниковой сверхрешетке анизотропия при низких частотах наблюдается из-за разности эффективных масс носителей вдоль и поперек ее слоев [3, 4], а при высоких – из-за сильной анизотропии спектра поглощения волны носителями [4, 14, 15]. Следовательно, анизотропией диэлектрической функции за счет анизотропии спектра носителей можно пренебречь при частотах, которые одновременно выше частоты плазменных колебаний носителей в среде и ниже частоты межзонных и межподзонных переходов. Наличие такого интервала частот вовсе не обязательно. Оно должно проверяться в каждом случае отдельно. В этой работе мы пренебрежем анизотропией диэлектрической функции за счет межзонных и межподзонных переходов и будем рассматривать анизотропию только за счет отличия частот плазменных колебаний носителей в различных направлениях.

**2. Модель.** Рассмотрим слоистую периодическую структуру (рис. 1). Ее период состоит из двух слоев, которые мы будем нумеровать индексами “1”

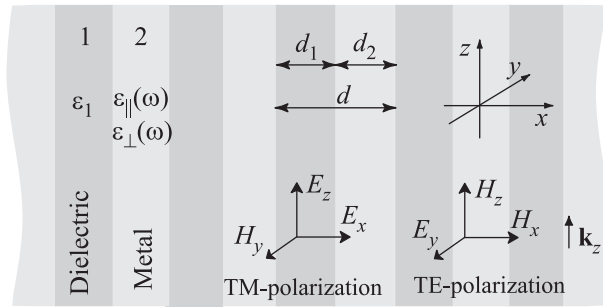


Рис. 1. Периодическая слоистая металл-диэлектрическая структура с анизотропным металлическим слоем

и “2”. Толщины слоев равны  $d_1$  и  $d_2$ , а период  $d = d_1 + d_2$ . Слой 1 будем считать изотропным диэлектриком с  $\varepsilon_1 = \varepsilon_1^\infty$ , а слой 2 – одноосным анизотропным плазменным слоем с оптической осью, перпендикулярной плоскости слоев.

В главных осях диэлектрическая проницаемость плазменного слоя описывается тензором второго ранга с тремя отличными от нуля диагональными компонентами:

$$\hat{\varepsilon}_2 = \begin{pmatrix} \varepsilon_\perp & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_\parallel & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_\parallel \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Индексы “||” и “⊥” отвечают направлениям вдоль и поперек слоев соответственно. Компоненты тензора (1) мы будем описывать в приближении модели Друде–Лоренца:

$$\varepsilon_s(\omega) = \varepsilon_s^\infty \left( 1 - \frac{\Omega_s^2}{\omega(\omega + i\gamma_s)} \right), \quad s = \parallel, \perp. \quad (2)$$

Здесь  $\Omega_s$ ,  $\gamma_s$  – плазменная частота и обратное время рассеяния импульса носителей заряда,  $\varepsilon_s^\infty$  – высокочастотная диэлектрическая проницаемость (вклад ионного остова и валентных электронов). Ее, как оговаривалось ранее, мы будем считать скаляром ( $\varepsilon_\perp^\infty = \varepsilon_\parallel^\infty = \varepsilon_2^\infty$ ). Диссипацией энергии в системе пренебрежем, положив  $\gamma_s = 0$ . Плазменная частота определяется как

$$\Omega_p^s = \sqrt{\frac{4\pi n e^2}{m_s^* \varepsilon_s^\infty}}, \quad s = \parallel, \perp. \quad (3)$$

Здесь  $n$  – концентрация свободных носителей в материале,  $e$  и  $m_s^*$  – их заряд и эффективная масса.

**3. Уравнения.** Не умаляя общности результатов, можно считать, что все компоненты полей зависят только от одной координаты в плоскости слоев, например от  $z$ . Согласно теореме Блоха распределение электрического ( $\mathbf{E}$ ) и магнитного ( $\mathbf{H}$ ) полей в

периодической структуре определяется тремя параметрами, а именно частотой  $\omega$ ,  $z$ -компонентой волнового вектора  $k_z$  и блоховским квазиволновым вектором  $k_B$ :

$$\mathbf{E}, \mathbf{H} \sim \exp(ik_z z + ik_B x - i\omega t) \mathbf{f}_{\omega, k_B, k_z}(x). \quad (4)$$

Здесь  $\mathbf{f}_{\omega, k_B, k_z}(x)$  – периодическая функция с периодом  $d$ . Дальнейший анализ мы будем проводить, используя безразмерные величины:

$$\tilde{k}_z = k_z d; \quad \tilde{k}_B = k_B d; \quad \tilde{\omega} = \omega \sqrt{\varepsilon_1} d / c.$$

В слоистой среде, так же как и в одноосном кристалле, могут независимо распространяться волны двух поляризацій: ТЕ и ТМ. Направления компонент векторов  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  для них показаны на рис. 1.

Параметры  $\tilde{k}_B$ ,  $\tilde{k}_z$  и  $\tilde{\omega}$  связаны между собой дисперсионным уравнением, которое следует из условия непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей на границах слоев:

$$\cos(\tilde{k}_B) = \cos(\tilde{k}_1 \xi) \cos[\tilde{k}_2(1 - \xi)] - \frac{\alpha}{2} \sin[\tilde{k}_1 \xi] \sin[\tilde{k}_2(1 - \xi)]. \quad (5)$$

Здесь  $\xi = d_1/d$  – доля объема периода металл-диэлектрической структуры, которую занимает диэлектрический слой, параметр  $\tilde{k}_1^2 = \tilde{\omega}^2 - \tilde{k}_z^2$ . Параметры  $\tilde{k}_2$  и  $\alpha$  для волн ТМ- и ТЕ-поляризацій различны. Для волны ТМ-поляризацій  $\alpha = \varepsilon_\parallel \tilde{k}_1 / \varepsilon_1 \tilde{k}_2 + \varepsilon_1 \tilde{k}_2 / \varepsilon_\parallel \tilde{k}_1$ ,  $\tilde{k}_2^2 = (\varepsilon_\parallel / \varepsilon_\perp)[(\varepsilon_\perp / \varepsilon_1) \tilde{\omega}^2 - \tilde{k}_z^2]$ . Для волны ТЕ-поляризацій  $\alpha = \tilde{k}_1 / \tilde{k}_2 + \tilde{k}_2 / \tilde{k}_1$ ,  $\tilde{k}_2^2 = (\varepsilon_\parallel / \varepsilon_1) \tilde{\omega}^2 - \tilde{k}_z^2$ .

**4. Результаты.** **4.1. Изотропный проводящий слой.** Чтобы продемонстрировать влияние анизотропии спектра носителей металлического слоя на закон дисперсии электромагнитных волн в металл-диэлектрической структуре, сначала рассмотрим структуру с изотропным металлическим слоем, а затем проанализируем вклад анизотропии. Случай изотропного металлического слоя ( $\varepsilon_{\perp, \parallel} = \varepsilon_2$ ) проанализирован подробно, хотя и без учета ленгмюровских волн, в работе [16]. Здесь мы рассмотрим этот случай, делая основной акцент именно на ленгмюровских волнах.

Для того чтобы хорошо представлять картину событий, начнем с примера. Подчеркнем, что выводы, сделанные ниже, являются достаточно общими и не привязаны к конкретным числовым значениям, которые взяты в качестве примера. Итак, рассмотрим металл-диэлектрическую структуру со следующими безразмерными параметрами:  $\xi = 0.6$ ,  $\tilde{\Omega}_{\parallel, \perp} = \tilde{\Omega}_2 = 5.5$ ,  $\varepsilon_1^\infty / \varepsilon_2^\infty = 1.5$ . Такие безразмерные параметры

отвечают, например, структуре с  $\Omega_2 = 1.2 \cdot 10^{14}$  рад/с,  $d_1 = 1.2$  мкм,  $d_2 = 2.8$  мкм,  $\varepsilon_1^\infty = 12$ ,  $\varepsilon_2^\infty = 8$ .

На рис. 2 представлена зависимость  $\tilde{\omega}$  от  $\tilde{k}_z$  для различных  $\tilde{k}_B$ . Затемненные области отвечают зо-

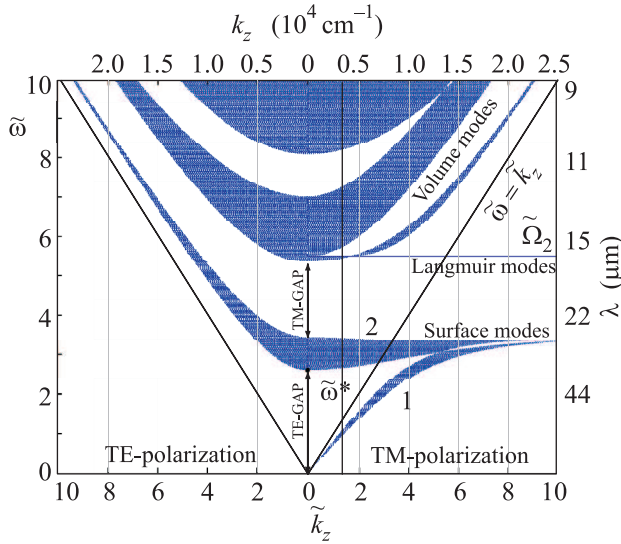


Рис. 2. Зависимость  $\tilde{\omega}$  от  $\tilde{k}_z$  для металл-диэлектрической структуры с изотропным металлическим слоем. Затемненные области отвечают зонам разрешенных частот. В них  $\tilde{k}_B$  меняется в пределах  $\pm\pi$ . Левая часть рисунка отвечает волнам ТЕ-поляризации, правая – волнам ТМ-поляризации. Безразмерные параметры структуры:  $\xi = 0.6$ ,  $\tilde{\Omega}_{||,\perp} = \tilde{\Omega}_2 = 5.5$ ,  $\varepsilon_1^\infty/\varepsilon_2^\infty = 1.5$ . Размерные оси отвечают структуре со следующими параметрами: плазменная частота металлического слоя  $\Omega_2 = 1.2 \cdot 10^{14}$  рад/с, его высокочастотная диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon_2^\infty = 8$ , его толщина  $d_2 = 2.8$  мкм; проницаемость диэлектрического слоя  $\varepsilon_1^\infty = 12$ , его толщина  $d_1 = 1.2$  мкм

нам разрешенных частот. В них  $\tilde{k}_B$  меняется в пределах  $\pm\pi$ . Левая часть графика отвечает волнам ТЕ-поляризации, правая – ТМ-поляризации. Для волн ТЕ-поляризации существует спектральная щель. Ее граница определяется частотой  $\omega^*$ . В случае  $\tilde{\Omega}_2 \ll 1$

$$\tilde{\omega}^* \approx \left(1 + \frac{\xi}{1 - \xi} \frac{\varepsilon_1^\infty}{\varepsilon_2^\infty}\right)^{-1/2}. \quad (6)$$

В случае  $\tilde{\Omega}_2 \gg 1$

$$\tilde{\omega}^* \approx \pi/\xi. \quad (7)$$

Спектральная щель для волн ТМ-поляризации расположена выше по частоте, чем щель для волн ТЕ-поляризации. Оценка ее верхней и нижней границ приведена в работе [17]. В рассматриваемой металл-диэлектрической структуре спектральные щели для

волн ТЕ- и ТМ-поляризации не пересекаются и, как следствие, полной запрещенной зоны не наблюдается. Полной запрещенной зоной могут обладать периодические слоистые структуры, период которых состоит из двух анизотропных материалов [18], либо один из слоев является метаматериалом [19] или гиротропной средой [20].

Разрешенные зоны, отмеченные на рис. 2 номерами 1 и 2, соответствуют симметричной и антисимметричной поверхностным модам одиночного плазменного волновода.

Линия на частоте  $\tilde{\Omega}_2$  отвечает ленгмюровским волнам (рис. 2). В случае изотропного металлического слоя они являются чисто электрическими ( $\mathbf{H} = 0$ ), но не продольными. Для них  $E_x \neq 0$  и  $E_z \neq 0$ . При этом  $\text{rot}\mathbf{E} = 0$ . Электромагнитное поле ленгмюровских волн полностью сосредоточено в металлических слоях и не проникает в диэлектрические. Используя уравнения Максвелла, можно показать, что отношение амплитуд продольного и поперечного электрического поля для ленгмюровских мод определяется как

$$|E_x/E_z| = N/\tilde{k}_z. \quad (8)$$

Здесь  $N = 1, 2, 3, \dots$  – номер моды, равный количеству полувольт, укладывающихся в металлическом слое. Из (8) следует, что при  $\tilde{k}_z \gg N$  ленгмюровские моды являются почти продольными, а при  $\tilde{k}_z \ll N$  – почти поперечными. Важно заметить, что линия на частоте  $\tilde{\Omega}_2$ , отвечающая ленгмюровским волнам, представляет собой бесконечный набор совпадающих линий, каждая из которых соответствует определенной моде, т.е. определенному  $N$ .

Как мы отмечали ранее, пространственная дисперсия диэлектрической функции плазменного слоя всегда существует из-за хаотического движения его носителей. Однако можно выделить области частот  $\tilde{\omega}$  и волновых векторов  $\tilde{k}_z$ , в которых ее влияние на закон дисперсии электромагнитных волн в металл-диэлектрической структуре незначительно. Поправка к диэлектрической функции однородной плазмы, учитывающая пространственную дисперсию за счет хаотического движения носителей, имеет порядок  $(vk/\omega)^2$  [11]. Здесь  $k$  и  $\omega$  – волновой вектор и частота волны,  $v$  – скорость хаотического движения носителей плазмы. Для вырожденной плазмы  $v$  – скорость Ферми, для невырожденной – тепловая скорость. В полупроводниках при комнатной температуре максимальная величина  $v$  не превышает  $10^8$  см/с. Тогда для объемных мод металл-диэлектрической структуры  $\omega/k \geq c/\sqrt{\varepsilon_1} \gg v$ . Таким образом, пространственная дисперсия для них мала.

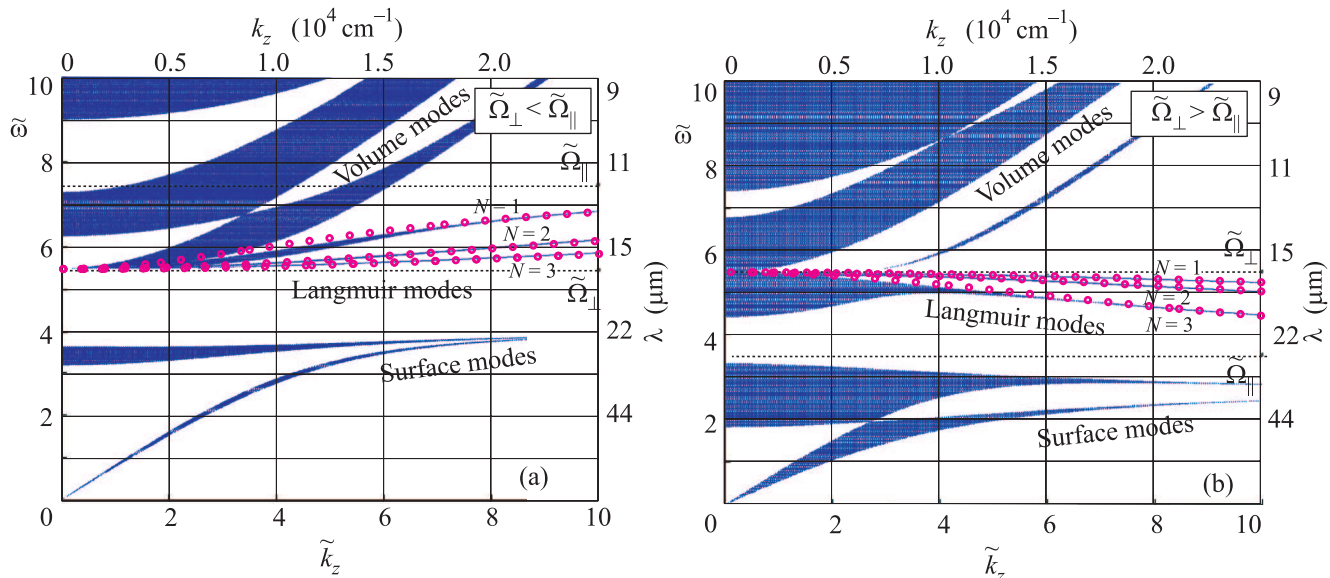


Рис. 3. Зависимость  $\tilde{\omega}$  от  $\tilde{k}_z$  для металл-диэлектрической структуры с анизотропным металлическим слоем. Затемненные области отвечают разрешенным зонам. В них  $k_B$  меняется в пределах  $\pm\pi$ . Рисунок (а) отвечает случаю  $\tilde{\Omega}_{\parallel} > \tilde{\Omega}_{\perp}$ , (b) – случаю  $\tilde{\Omega}_{\parallel} < \tilde{\Omega}_{\perp}$ . Поперечная плазменная частота металлического слоя для случаев (а) и (b) одинакова ( $\Omega_{\perp} = 5.5$ ), а продольная различна: (а) –  $\tilde{\Omega}_{\parallel} = 7.5$ ; (b) –  $\tilde{\Omega}_{\parallel} = 3.5$ . Остальные параметры структуры для случаев (а) и (b) одинаковы:  $\xi = 0.6$ ,  $\varepsilon_1^{\infty}/\varepsilon_2^{\infty} = 1.5$ . Размерные оси отвечают структуре со следующими параметрами:  $\Omega_{\perp} = 1.2 \cdot 10^{14}$  рад/с,  $\varepsilon_2^{\infty} = 8$ ,  $d_2 = 2.8$  мкм;  $\varepsilon_1^{\infty} = 12$ ,  $d_1 = 1.2$  мкм. Для (а)  $\Omega_{\parallel} = 1.6 \cdot 10^{14}$  рад/с; для (b)  $\Omega_{\parallel} = 0.8 \cdot 10^{14}$  рад/с. Кружками отмечены законы дисперсии для ленгмюровских волн, полученные в приближении независимых волноводов (9)

В общем случае для ленгмюровских и поверхностных волн в металл-диэлектрической структуре пространственная дисперсия существенна при  $k_z \gtrsim \Omega_2/v$ . В рассматриваемом случае  $\Omega_2 = 1.2 \times 10^{14}$  рад/с. Для  $v \sim 10^8$  см/с получаем  $k_z \gtrsim 10^6$  см $^{-1}$ . В безразмерных величинах это соответствует  $\tilde{k}_z \gtrsim 500$ . Таким образом, пространственная дисперсия практически не повлияла бы на законы дисперсии электромагнитных волн для диапазонов  $\tilde{\omega}$  и  $\tilde{k}_z$ , указанных на рис. 2.

**4.2. Анизотропный проводящий слой.** Теперь проанализируем влияние анизотропии спектра носителей проводящего слоя на закон дисперсии электромагнитных волн в металл-диэлектрической структуре. Для наглядности начнем с примера. Подчеркнем, что, как и в предыдущем случае, все выводы имеют общий характер и не привязаны к конкретным числовым значениям, которые взяты в качестве примера.

В случае анизотропного металлического слоя возможны две ситуации: 1)  $\tilde{\Omega}_{\parallel} > \tilde{\Omega}_{\perp}$ ; 2)  $\tilde{\Omega}_{\parallel} < \tilde{\Omega}_{\perp}$ . Первый случай рассмотрим на примере структуры с параметрами  $\tilde{\Omega}_{\perp} = 5.5$ ,  $\tilde{\Omega}_{\parallel} = 3.5$ , второй – на примере структуры с параметрами  $\tilde{\Omega}_{\perp} = 5.5$ ,  $\tilde{\Omega}_{\parallel} = 7.5$ . Остальные параметры структур возьмем такими же, как и раньше. Зависимость  $\tilde{\omega}$  от  $\tilde{k}_z$  для этих структур представлена на рис. 3.

ТЕ-волна поляризует среду только в плоскости слоев ( $yz$ ). В результате анизотропия ( $\varepsilon_{\perp} \neq \varepsilon_{\parallel}$ ) качественно никак не сказывается на дисперсионных характеристиках для ТЕ-волн. Поэтому на рис. 3 мы отображаем зависимость  $\tilde{\omega}$  от  $\tilde{k}_z$  только для ТМ-волн.

Как уже обсуждалось во введении, анизотропия спектра носителей металлического слоя приводит к снятию вырождения для ленгмюровских волн и их закон дисперсии расщепляется в зоны разрешенных частот. Ленгмюровских зон бесконечно много. Каждая из них образуется в результате расщепления ленгмюровской моды одиночного плазменного волновода. На рис. 3 мы отображали только несколько первых зон.

В общем случае частоты  $\tilde{\Omega}_{\parallel}$  и  $\tilde{\Omega}_{\perp}$  определяют верхнюю и нижнюю границы области разрешенных частот для всех ленгмюровских зон. Таким образом, ленгмюровские волны существуют в области частот, где  $\varepsilon_{\perp}(\omega)\varepsilon_{\parallel}(\omega) \leq 0$ . Среда, для которых выполняется такое условие, называются гиперболическими. Их выделяют в особый класс метаматериалов. Сегодня таким средам уделяется пристальное внимание [21].

В отличие от случая изотропного металлического слоя, ленгмюровские волны уже не являются чисто электрическими и идеально ограниченными внутри

металлических слоев. Используя уравнения Максвелла, можно показать, что в первом приближении теории возмущений магнитное поле для ленгмюровских волн отлично от нуля в меру анизотропии металлического слоя:  $|\mathbf{H}| \sim |\tilde{\Omega}_\perp - \tilde{\Omega}_\parallel|$ .

Обратная глубина проникновения ленгмюровской волны в диэлектрические слои равна  $\kappa = \sqrt{\tilde{k}_z^2 - \tilde{\omega}^2}$ . Таким образом, при  $\tilde{k}_z \gg \tilde{\omega}$  поле ленгмюровской волны экспоненциально спадает в глубь диэлектрических слоев, а в металлических слоях оно осциллирует в направлении, перпендикулярном слоям, так как  $\tilde{k}_z^2 > 0$ . Эта ситуация прямо противоположна случаю диэлектрического волновода с металлическими обкладками. В таком волноводе поля экспоненциально слабо проникают в металлические обкладки, а внутри диэлектрического слоя осциллируют в направлении, перпендикулярном к оси волновода. Характерное распределение компонент поля  $E_z$  для ленгмюровских волн, принадлежащих различным разрешенным зонам, приведено на рис. 4. Видно,

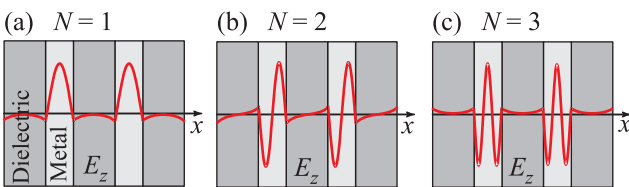


Рис. 4. Характерное распределение компоненты электрического поля  $E_z$  для ленгмюровских волн в металл-диэлектрической структуре. Рисунки (a), (b), (c) отвечают волнам из первой, второй и третьей ленгмюровских зон. Нумерация зон приведена на рис. 3

что каждая ленгмюровская зона отвечает определенному числу полувольт, укладывающихся в металлическом слое.

Если  $\tilde{k}_z \gg \tilde{\omega}$ , то характерная глубина проникновения поля в диэлектрические слои меньше их толщины и закон дисперсии ленгмюровских волн хорошо описывается в приближении сильной связи. В этом случае закон дисперсии для ленгмюровских волн можно получить из уравнения (5):

$$k_z^2 \approx -\frac{\varepsilon_\perp(\omega)}{\varepsilon_\parallel(\omega)} \left( \frac{\pi N d}{d_2} \right)^2. \quad (9)$$

Здесь  $N = 1, 2, \dots$  – номер зоны, который определяет количество длин полувольт, укладывающихся в металлическом слое (см. рис. 4). Как было замечено раньше, для ленгмюровских волн  $\varepsilon_\perp(\omega)/\varepsilon_\parallel(\omega) < 0$ . Условие  $\tilde{k}_z \gg 1$  выполняется для частот, близких

к  $\tilde{\Omega}_\parallel$ . Зависимость  $\tilde{\omega}(\tilde{k}_z)$ , полученная из (9), для  $N = 1, 2, 3$  представлена на рис. 3.

Так как ленгмюровские волны в основном сосредоточены в металлических слоях, металл-диэлектрическая структура для них представляет собой сверхрешетку слабосвязанных металлических волноводов. Направление переноса энергии в этих волноводах определяется знаком производной  $\partial\tilde{\omega}/\partial\tilde{k}_z$ . В случае  $\tilde{\Omega}_\perp < \tilde{\Omega}_\parallel$  дисперсия для ленгмюровских волн положительна, так как  $\partial\tilde{\omega}/\partial\tilde{k}_z > 0$  (рис. 3a). В случае же  $\tilde{\Omega}_\perp > \tilde{\Omega}_\parallel$  она отрицательна, так как  $\partial\tilde{\omega}/\partial\tilde{k}_z < 0$  (рис. 3b).

**5. Заключение.** В представленной работе мы показали, что в металл-диэлектрической структуре могут распространяться объемные, поверхностные и ленгмюровские волны. В случае изотропного металлического слоя ( $\Omega_\perp = \Omega_\parallel = \Omega_2$ ) ленгмюровские волны являются чисто электрическими ( $\mathbf{H} = 0$ ) и полностью ограничены внутри металлических слоев. Закон дисперсии для них вырожден: частота не зависит ни от волнового вектора  $k_z$ , ни от блоховского квазиволнового вектора  $k_B$  и равна плазменной частоте металлического слоя  $\Omega_2$ .

Анизотропия спектра носителей металлического слоя ( $\Omega_\perp \neq \Omega_\parallel$ ) снимает вырождение. Это приводит к формированию области разрешенных частот, отвечающей ленгмюровским волнам. Продольная и поперечная плазменные частоты ( $\tilde{\Omega}_\perp$  и  $\tilde{\Omega}_\parallel$ ) являются границами этой области. В общем случае зона разрешенных частот для ленгмюровских волн определяется из условия  $\varepsilon_\perp(\omega)\varepsilon_\parallel(\omega) < 0$ . Поэтому рассмотрение ленгмюровских волн крайне важно при анализе оптических свойств гиперболических метаматериалов.

В случае анизотропного металлического слоя ленгмюровские волны не являются чисто электрическими и идеально ограниченными внутри металлических слоев. Магнитное поле для них отлично от нуля в меру анизотропии металлического слоя:  $|\mathbf{H}| \sim |\Omega_\perp - \Omega_\parallel|$ . Дисперсия для ленгмюровских волн положительна в случае  $\Omega_\perp < \Omega_\parallel$  и отрицательна в случае  $\Omega_\perp > \Omega_\parallel$ .

Электромагнитное поле ленгмюровских волн в случае анизотропного металлического слоя экспоненциально слабо проникает в диэлектрические слои, а в металлических слоях осциллирует в направлении, перпендикулярном к их плоскости. Такое распределение довольно необычно и противоположно случаю диэлектрического волновода с металлическими обкладками. Там поля экспоненциально слабо проникают в металлические обкладки, а внутри диэлек-

трического слоя осциллируют в направлении, перпендикулярном к оси волновода.

Работа поддержана грантом РФФИ # 11-02-00573-а, программой Президиума РАН по поддержке фундаментальных исследований в нанотехнологиях и наноматериалах, Министерством образования и науки РФ и Правительством Санкт-Петербурга. А.А.Б. благодарит за поддержку фонд “Династия” (программа поддержки аспирантов и молодых ученых без степени).

1. V. Kuzmiak and A. A. Maradudin, *Phys. Rev. B* **55**, 7427 (1997).
2. H. Contopanagos and E. Yablonovitch, *Journal of the Optical Society of America A* **16**, 2294 (1999).
3. L. Esaki and R. Tsu, *IBM Journal of Research and Development* **14**, 61 (1970).
4. E. L. Ivchenko and G. E. Pikus, *Superlattices and Other Heterostructures. Symmetry and Optical Phenomena*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1997.
5. L. A. Falkovsky, *JETP Lett.* **92**, 348 (2010).
6. Y. Kamihara, H. Hiramatsu, M. Hirano et al., *Journal of the American Chemical Society* **128**, 10012 (2006).
7. P. A. Lee, N. Nagaosa, and X.-G. Wen, *Reviews of Modern Physics* **78**, 17 (2006).
8. E. Yablonovitch, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2059 (1987).
9. N. Gibbons and J. Baumberg, *Phys. Rev. B* **85**, 165422 (2012).
10. N. Lepeshkin, A. Schweinsberg, G. Piredda et al., *Phys. Rev. Lett.* **93**, 123902 (2004).
11. V. L. Ginzburg, *The Propagation of Electromagnetic Waves in Plasmas*, Pergamon, London, 1970.
12. A. A. Bogdanov and R. A. Suris, *Phys. Rev. B* **83**, 125316 (2011).
13. T. Slipchenko, D. Kadygrob, D. Bogdanis et al., *Phys. Rev. B* **84**, 224512 (2011).
14. R. F. Kazarinov and R. A. Suris, *Soviet Physics Semiconductors* **5**, 707 (1971).
15. R. F. Kazarinov and R. A. Suris, *Soviet Physics Semiconductors* **6**, 120 (1972).
16. A. P. Vinogradov, A. V. Dorofeenko, and I. A. Nechepurenko, *Metamaterials* **4**, 181 (2010).
17. J.-L. Zhang, H.-T. Jiang, S. Enoch et al., *Appl. Phys. Lett.* **92**, 053104 (2008).
18. P. Yeh, *Journal of the Optical Society of America* **69**, 742 (1979).
19. I. Shadrivov, A. Sukhorukov, and Y. Kivshar, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 193903 (2005).
20. A. M. Merzlikin, A. P. Vinogradov, A. V. Dorofeenko et al., *Physica B: Condensed Matter* **394**, 277 (2007).
21. I. I. Smolyaninov and E. E. Narimanov, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 067402 (2010).