

ПО ИТОГАМ ПРОЕКТОВ
РОССИЙСКОГО ФОНДА ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
Проект РФФИ # 09-02-01284

Микроскопическая теория сильно коррелированного двумерного электронного газа

М. В. Зверев^{+*1)}, В. А. Ходель^{+×}, С. С. Панкратов⁺

⁺Национальный исследовательский центр “Курчатовский Институт”, 123182 Москва, Россия

^{*}Московский физико-технический институт, 147000 Долгопрудный, Россия

[×]McDonnell Center for the Space Sciences & Department of Physics, Washington University, St. Louis, MO 63130, USA

Поступила в редакцию 2 июля 2012 г.

В рамках подхода, основанного на теории ферми-жидкости Ландау и непertурбативном функциональном методе, изучается перестройка ферми-поверхности в разреженном двумерном электронном газе за топологической квантовой критической точкой. Показана возможность перехода первого рода по константе связи при нулевой температуре между состояниями с тремя листами ферми-поверхности и перехода первого рода между этими состояниями по температуре при фиксированной константе связи. Показано также, что при очень низкой температуре T_0 , определяемой структурой состояния с трехлистной ферми-поверхностью, происходит топологический кроссовер, связанный со слиянием двух листов ферми-поверхности и характеризующийся максимумами плотности состояний $\mathcal{N}(T)$ и отношения $C(T)/T$ теплоемкости к температуре. Найдено, что при температурах $T \sim T_* > T_0$ кроссовером возникает область импульсов, в которой распределение $n(p, T)$ слабо зависит от температуры, что проявляется в максимуме теплоемкости $C(T)$ в районе T_* . Показано, что следствием выполаживания одночастичного спектра сильно коррелированного двумерного электронного газа служит кроссовер от ферми-жидкостного поведения к неферми-жидкостному с плотностью состояний $\mathcal{N}(T) \propto T^{-\alpha}$ с показателем $\alpha \simeq 2/3$.

1. Введение. Двумерный (2D) электронный газ – физическая модель, используемая для описания электронных систем, у которых движение в одном из направлений квантовано. Это электронные системы на границе полупроводник–диэлектрик в полевых транзисторах (Si-MOSFET) или на границе двух разных полупроводников в гетероструктурах (Si/SiGe, AlGaAs/GaAs, AlAs/AlGeAs). Плотность ρ 2D электронного газа в инверсионном слое в полевом транзисторе может меняться на несколько порядков при изменении внешнего перпендикулярного слою электрического поля. Поскольку потенциальная энергия такой системы пропорциональна обратному расстоянию между электронами, а кинетическая – обратному квадрату этого расстояния, при уменьшении плотности 2D электронный газ переходит от слабо и умеренно коррелированного режима к сильно коррелированному. Хотя экспериментальное исследование 2D

электронного газа началось более сорока лет назад [1], лишь в начале нынешнего века техника эксперимента достигла такого совершенства [2, 3], что удалось обнаружить резкий рост квазичастичной эффективной массы M^* при достижении плотностью критического значения $\rho_\infty \simeq 8 \times 10^{10} \text{ см}^{-2}$. Эффект расходимости эффективной массы наблюдается экспериментально также в пленках жидкого ^3He [4, 5] и ряде соединений с тяжелыми фермионами [6, 7]. Точка ($T = 0, x = x_\infty$) на фазовой диаграмме в переменных температура T – внешний параметр x (плотность, давление, магнитное поле), в которой расходится эффективная масса ферми-жидкостных квазичастиц, известна как квантовая критическая точка (ККТ) [8]. Вблизи этой точки ферми-системы обнаруживают неферми-жидкостное поведение термодинамических и транспортных характеристик, т.е. поведение, не имеющее объяснения в рамках теории ферми-жидкости Ландау. Существенно, что ККТ в 2D электронном газе не связана с наличием в элек-

¹⁾ e-mail: zverev@mbslab.kiae.ru

тронной системе примесей и обусловлена лишь взаимодействием электронов [9].

В несверхтекучей однородной ферми-системе отношение голы массы M к эффективной массе M^* определяется формулой

$$\frac{M}{M^*} = z \left\{ 1 + \left[\frac{\partial \Sigma(p, \varepsilon)}{\partial \varepsilon_p^0} \right]_0 \right\}, \quad (1)$$

где $\varepsilon_p^0 = p^2/2M - \mu$, μ – химический потенциал, Σ – массовый оператор, а квазичастичный вес z в одночастичном состоянии дается соотношением $z = \{1 - [\partial \Sigma(p, \varepsilon)/\partial \varepsilon]_0\}^{-1}$ (индекс “0” обозначает вычисление производной на ферми-поверхности). Выражение (1) позволяет рассматривать два сценария ККТ. Коллективный сценарий построен на предположении о том, что энергетическая зависимость массового оператора доминирует над импульсной благодаря обмену критическими флуктуациями вблизи точки коллапса соответствующей коллективной моды, а в самой этой точке приводит к исчезновению квазичастичного веса z и расходимости эффективной массы M^* [10–13]. Этот сценарий имеет ряд серьезных противоречий, критический анализ которых можно найти в [14, 15]. В работах [16–18], которые затрагивают настоящий обзор, рассматривается топологический сценарий ККТ, предполагающий, что z -фактор в этой точке остается конечным, но, благодаря доминирующей импульсной зависимости массового оператора, меняется топология ферми-поверхности [19–21, 14, 15]. Мы рассмотрим различные сценарии топологической перестройки ферми-поверхности 2D электронного газа, происходящей за ККТ при нулевой и конечной температурах.

2. Одночастичный спектр 2D электронного газа при нулевой температуре. Стартовой точкой нашего анализа служат результаты микроскопического расчета одночастичного спектра 2D электронного газа, выполненного в работе [22] на основе непerturbативного функционального подхода, развитого в [23, 24]. В расчетах [22] было получено, что при $T = 0$ эффективная масса 2D электронного газа расходится при приближении параметра $r_s = \sqrt{2}Me^2/p_F$, характеризующего степень корреляций в системе, к критическому значению $r_s^\infty \simeq 7$. Хотя этот результат разумно согласуется с экспериментальным значением $\simeq 8-9$ [2, 25], для нашего анализа более важную роль играет форма одночастичного спектра вблизи ККТ. Рассчитанный в [22] спектр 2D электронного газа $\varepsilon(p)$ показан на рис. 1. Он имеет две важные характерные особенности, которые станут основой для дальнейшего анализа пове-

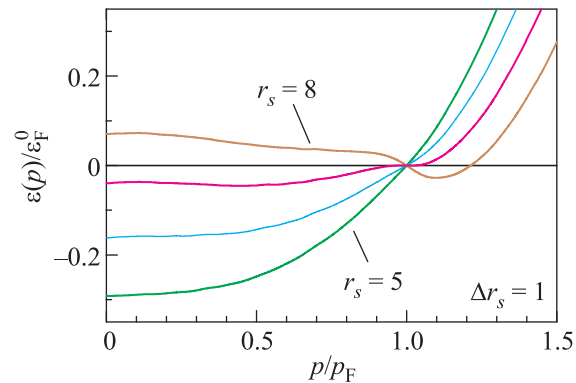


Рис. 1. Одночастичный спектр $\varepsilon(p)$ 2D электронного газа [22] в единицах $\varepsilon_F^0 = p_F^2/2M$, вычисленный при $T = 0$ для различных значений параметра r_s .

дения 2D электронного газа за ККТ: 1) при приближении к критическому значению r_s^∞ функция $\varepsilon(p)$ вблизи p_F приобретает форму кубической параболы; 2) одновременно с рождением перегиба в окрестности ферми-поверхности спектр сильно выполаживается внутри всей заполненной Ферми-сферы.

За ККТ, т.е. при $r_s > r_s^\infty$, состояние Ландау системы квазичастиц с импульсным распределением $n_{FL}(p) = \theta(p_F - p)$ становится неустойчивым относительно спонтанного рождения пар квазичастица–квазидырка. Действительно, распределение $n_{FL}(p)$ устойчиво, если его произвольное изменение $\delta n_{FL}(p)$, не меняющее плотности системы, приводит к увеличению энергии системы:

$$\delta E = \int \varepsilon(p) \delta n_{FL}(p) \cdot 2dv > 0, \quad (2)$$

где $dv = d^2p/(2\pi)^2$. Условие (2) выполняется, если спектр $\varepsilon(p)$ имеет узел лишь при $p = p_F$. Как только у спектра появляются новые узлы, возникает возможность понизить энергию системы, пересадив квазичастицы из области внутри ферми-сферы, где $\varepsilon(p) > 0$, наружу, где $\varepsilon(p) < 0$. Так происходит перестройка основного состояния системы квазичастиц. Поскольку такая перестройка связана с изменением топологии основного состояния без изменения какой-либо симметрии, она является топологическим квантовым переходом.

В связи с этим напомним, что в топологической классификации [26] состояний фермионных систем основные классы различаются топологической размерностью \mathcal{D} многообразия узлов одночастичного спектра $\varepsilon(p)$, отсчитанного от химического потенциала. Обычная несверхтекучая однородная и изотропная ферми-жидкость при $T = 0$ с импульсным распределением квазичастиц $n_{FL}(p)$ относится к классу,

в котором размерность \mathcal{D} многообразия узлов одночастичного спектра на единицу меньше размерности самой системы и это многообразие представляет собой связную область – ферми-поверхность.

Известны два сценария топологической перестройки импульсного распределения $n_{\text{FL}}(p)$, возникающей вследствие нарушения условия (2): 1) перестройка внутри одного топологического класса, т.е. без изменения размерности \mathcal{D} , но с изменением числа связных областей ферми-поверхности [27–34]; 2) перестройка с переходом в другой топологический класс, т.е. со сменой размерности \mathcal{D} [19–21]. К первому сценарию относится случай, когда новые узлы спектра рождаются по одну сторону от ферми-поверхности. Если узлы спектра p_1, p_2, p_3 расположены так, что $|p_1 - p_2| \ll |p_2 - p_3|$, то распределение имеет форму *дырочного кармана* в заполненной сфере (будем называть такое состояние \mathcal{H} -состоянием), а если $|p_1 - p_2| \gg |p_2 - p_3|$, то это *квазичастичное гало* (\mathcal{P} -состояние). При такой перестройке размерность \mathcal{D} не меняется, но число листов ферми-поверхности становится равным трем.

Если же новые узлы спектра возникают по разные стороны от p_{F} , то наряду с образованием симметричной трехсвязной ферми-поверхности [31–33] возможен принципиально иной сценарий топологической перестройки – фермионная конденсация [19–21]. В этом сценарии импульсное распределение в интервале $p_i < p < p_f$ непрерывно меняется от 1 до 0, а спектр $\epsilon(p)$ во всем этом интервале тождественно обращается в нуль. Таким образом, основное состояние с фермионным конденсатом принадлежит топологическому классу, в котором размерность многообразия узлов \mathcal{D} совпадает с размерностью самой системы.

В теории ферми-жидкости Ландау квазичастичный спектр является функционалом

$$\epsilon(p, [n]) = \frac{\delta E}{\delta n(p)} - \mu \quad (3)$$

квазичастичного импульсного распределения $n(p)$. Поэтому обе эти величины должны вычисляться самосогласованно. За ККТ первопринципный подход работ [22–24] для этой цели не подходит, поскольку применимость его ограничивается состояниями ферми-системы с каноническими квазичастицами, имеющими импульсное распределение $n_{\text{FL}}(p)$. Более того, распространение этого подхода на конечные температуры пока далеко от завершения. Тем не менее эффективный инструмент для самосогласованного вычисления квазичастичного спектра и импульсного распределения квазичастиц за точкой топологи-

ческой перестройки состояния Ландау заложен внутри самой теории Ландау.

3. Микроскопическое вычисление одночастичного спектра и импульсного распределения. Вышеуказанным инструментом служит основное соотношение теории ферми-жидкости [35–38]:

$$\frac{\partial \epsilon(p)}{\partial \mathbf{p}} = \frac{\mathbf{p}}{M} + \int f(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \frac{\partial n(p')}{\partial \mathbf{p}'} d\omega', \quad (4)$$

связывающее групповую скорость квазичастиц $\partial \epsilon / \partial \mathbf{p}$ с их импульсным распределением $n(p)$ с помощью функции взаимодействия квазичастиц $f(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$, являющейся в теории Ландау заданной функцией импульсов. Поскольку $n(p) = \theta[-\epsilon(p)]$, соотношение (4) представляет собой особое нелинейное интегродифференциальное уравнение для одночастичного спектра $\epsilon(p)$. Все известные алгоритмы его численного решения требуют использования регуляризации. Естественным физическим регуляризатором служит конечная температура, поскольку использование ферми-дираковской связи импульсного распределения со спектром

$$n(p, T) = \left[1 + e^{\epsilon(p)/T} \right]^{-1} \quad (5)$$

позволяет решать уравнение (4) с помощью итерационного алгоритма.

Чтобы выяснить причины возникновения упомянутых выше особенностей в спектре 2D электронного газа, рассмотрим, как устроено квазичастичное взаимодействие $f(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$. В теории ферми-жидкости эта функция является второй вариационной производной функционала энергии по импульсному распределению квазичастиц:

$$f(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = \frac{\delta^2 E}{\delta n(\mathbf{p}) \delta n(\mathbf{p}')}. \quad (6)$$

В первопринципном функциональном подходе [23, 24] вычисление квазичастичного взаимодействия до ККТ может быть выполнено явно, поскольку энергия системы выражается через функцию ее линейного отклика $\chi(q, \omega)$, которая, в свою очередь, зависит от квазичастичных чисел заполнения. Основной вклад во вторую производную (6) вносит вторая вариация функции отклика невзаимодействующих квазичастиц $\chi_0(q, \omega)$. Этот вклад имеет вид

$$f(q) = - \int_0^{e^2} de^2 \frac{2\pi}{q} \left[1 - R(e^2, q) \chi_0(q, 0) \right]^{-2}, \quad (7)$$

где $q = |\mathbf{p} - \mathbf{p}'|$, e – заряд электрона. Эффективное взаимодействие $R(e^2, q)$ для 2D электронного газа

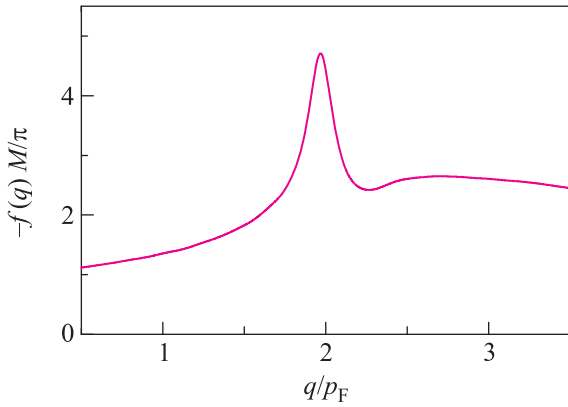


Рис. 2. Функция квазичастичного взаимодействия, рассчитанная для 2D электронного газа при $r_s = 7$ и изображенная как $-f(q)M/\pi$

найден в работе [22]. График функции $f(q)$ показан на рис. 2. Он имеет форму узкого пика в окрестности $q \simeq 2p_F$ на фоне плавного максимума в районе $q \simeq 2.6p_F$. Анализ показывает, что узкий пик отвечает за перегиб спектра около импульса Ферми, а плавный максимум – за выполаживание спектра на участке от 0 до p_F .

В двух следующих разделах мы используем функцию квазичастичного взаимодействия

$$f(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = -g \frac{\pi}{M} \frac{1}{[(\mathbf{p} - \mathbf{p}')^2/q_0^2 - 1]^2 + \beta^2} \quad (8)$$

с $q_0 \simeq 2p_F$ и $\beta = 0.14$, которая позволяет воспроизвести результаты микроскопических расчетов [22] одночастичных спектров 2D электронного газа в окрестности импульса Ферми при $T = 0$ до точки топологической неустойчивости. Благодаря зависимости функции взаимодействия от разности $\mathbf{p} - \mathbf{p}'$ уравнение (4) интегрируется к виду

$$\epsilon(p) = \frac{p^2}{2M} - \mu + \int f(\mathbf{p} - \mathbf{p}') n(p') dv', \quad (9)$$

где химический потенциал μ находится из условия нормировки:

$$2 \int n(p) dv = \rho. \quad (10)$$

Одночастичный спектр $\epsilon(p)$ и импульсное распределение квазичастиц $n(p)$ находятся путем согласованного решения уравнений (5), (9) и (10).

4. Перестройка ферми-поверхности как фазовый переход первого рода. Начнем анализ топологических переходов, происходящих в 2D электронном газе, с топологической перестройки при нулевой температуре. На рис. 3 изображена перестройка основного состояния системы при росте констан-

ты связи g . Расчет сделан при температуре $T = 10^{-5}\epsilon_F^0$, моделирующей нулевую. Нерегулярность в спектре $\epsilon(p)$ при $p > p_F$, различимая на панели а, развивается в немонотонность, приводящую при $g = 0.18$ к бифуркации в уравнении $\epsilon(p) = 0$ в точке $p = p_b > p_F$ (панель б) и дальнейшей топологической перестройке с образованием \mathcal{P} -состояния (панель с).

В функциональном пространстве импульсное распределение с тремя листами ферми-поверхности при нулевой температуре, $n_3(p) = \theta(p_1 - p) - \theta(p_2 - p) + \theta(p_3 - p)$, задается двумя независимыми параметрами, а третий параметр определяется из соотношения $p_1^2 - p_2^2 + p_3^2 = p_F^2$, следующего из условия нормировки (10). Это значит, что функционал энергии системы на классе распределений $n_3(p)$ есть функция двух переменных, например p_1 и p_2 . Вычисление $E(p_1, p_2)$ показывает, что изображенное на рис. 3с распределение $n_3(p)$, полученное путем согласованного решения уравнений (5), (9) и (10), отвечает точке глобального минимума этой функции. Никаких других локальных минимумов $E(p_1, p_2)$ сразу за точкой топологического перехода нет. Однако ситуация меняется по мере роста константы связи: при $g \simeq 0.21$ возникает еще один минимум. На левой панели рис. 4 изображен рельеф функции $E(p_1, p_2)$ при $g = 0.218$. Глубокий минимум при $p_2 > p_F$ отвечает основному \mathcal{P} -состоянию, спектр и импульсное распределение которого показаны на рис. 3д. Мелкий же минимум при $p_2 < p_F$ отвечает метастабильному \mathcal{H} -состоянию, которое находится путем решения (5), (9) и (10) при условии, что нулевая итерация приготовлена на склоне мелкой ямы. При дальнейшем увеличении константы g минимум \mathcal{H} -состояния опускается относительно минимума \mathcal{P} -состояния и при $g = 0.22$ сравнивается с ним по глубине. В этой точке происходит переход первого рода из \mathcal{P} -состояния в \mathcal{H} -состояние, которое становится основным при $g > 0.22$. Это демонстрирует правая панель рис. 4, на которой изображен рельеф $E(p_1, p_2)$ для $g = 0.224$. Глубокий минимум отвечает \mathcal{H} -состоянию (рис. 3е). Расчеты, выполненные до $g = 0.26$, показывают, что \mathcal{P} -состояние продолжает существовать как метастабильное.

Анализ поведения решений уравнений (5), (9) и (10) при изменении константы связи g и волнового вектора q_0 позволяет построить фазовую диаграмму системы в этих переменных, изображенную на рис. 5. При $q_0 > 1.96p_F$ диаграмма устроена аналогично случаю $q_0 = 2p_F$ (см. выше). Пять точек на ней отвечают пяти решениям, показанным на рис. 3. При $q_0 < 1.96p_F$ устройство фазовой диаграммы иное: за точкой топологического перехода сразу возникает трехсвязное \mathcal{H} -состояние, которое остается основ-

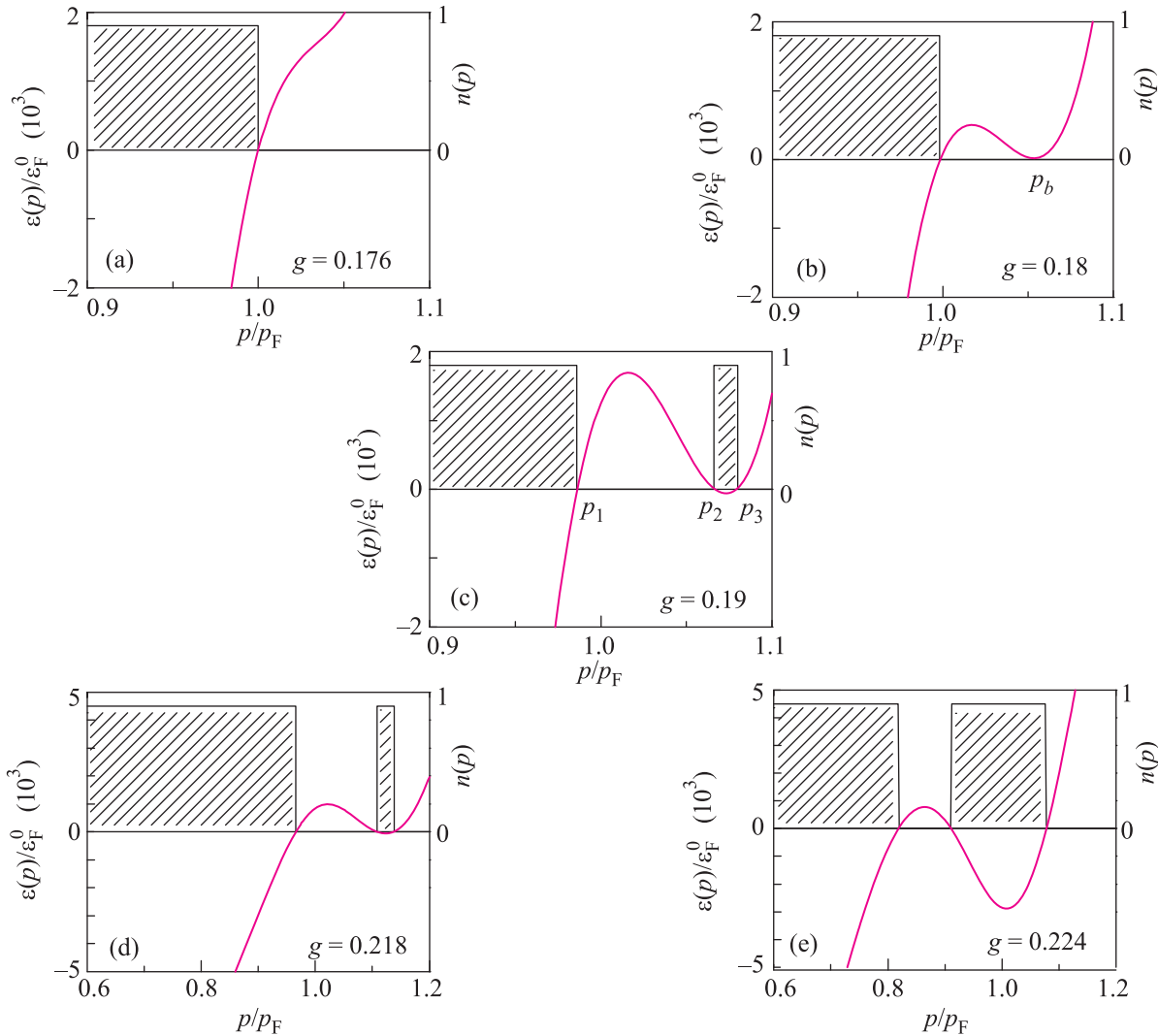


Рис. 3. Одночастичные спектры $\epsilon(p)$ и импульсные распределения $n(p)$, рассчитанные в модели с взаимодействием (8) при $T = 10^{-5}\epsilon_F^0$ и $q_0 = 2p_F$ для различных значений параметра g : 0.176 (а), 0.180 (б), 0.190 (с), 0.218 (д) и 0.224 (е)

ным, хотя с ростом g и возникает метастабильное \mathcal{P} -состояние.

Величина энергетического барьера, которая, как видно из рис. 4, составляет порядка $10^{-3}\epsilon_F^0$, определяет масштаб температуры, при котором можно ожидать переход между \mathcal{H} - и \mathcal{P} -состояниями при нагревании системы. Такой переход действительно происходит. Это связано с тем, что квазичастичное гало, как видно из рис. 3, уже дырочного кармана. Поэтому с ростом температуры оно быстрее “расплавляется”, что продемонстрировано на рис. 6а. В результате энтропия $S_{\mathcal{P}}(T)$ \mathcal{P} -состояния растет при нагревании быстрее $S_{\mathcal{H}}(T)$ (рис. 6б), а свободная энергия $F_{\mathcal{P}}(T)$ падает быстрее, чем $F_{\mathcal{H}}(T)$ (рис. 6с). При температуре $T_1 \simeq 1.2 \cdot 10^{-3}\epsilon_F^0$ оба минимума свободной энергии сравниваются по глубине и происходит переход первого рода из \mathcal{H} - в \mathcal{P} -состояние. Энтропия и плотность

состояний испытывают в точке перехода скачок (см. рис. 6б и д).

5. Разрушение дырочного кармана и переход к режиму фермионного конденсата как топологические кроссоверы. Как мы убедились в предыдущем пункте, при $q_0 < 1.96p_F$ состояние Ландау при $T = 0$ перестраивается в трехсвязное \mathcal{H} -состояние. Рассмотрим, что происходит с этим состоянием при повышении температуры T и наложении параллельного слою магнитного поля H . Физику происходящего можно понять аналитически, если в разложении спектра и групповой скорости вблизи ферми-поверхности сохранить три первых члена:

$$\begin{aligned} \epsilon(x) &= p_F x \left(v_F + \frac{v_1}{2} x + \frac{v_2}{6} x^2 \right), \\ v(x) &= v_F + v_1 x + \frac{v_2}{2} x^2, \end{aligned} \quad (11)$$

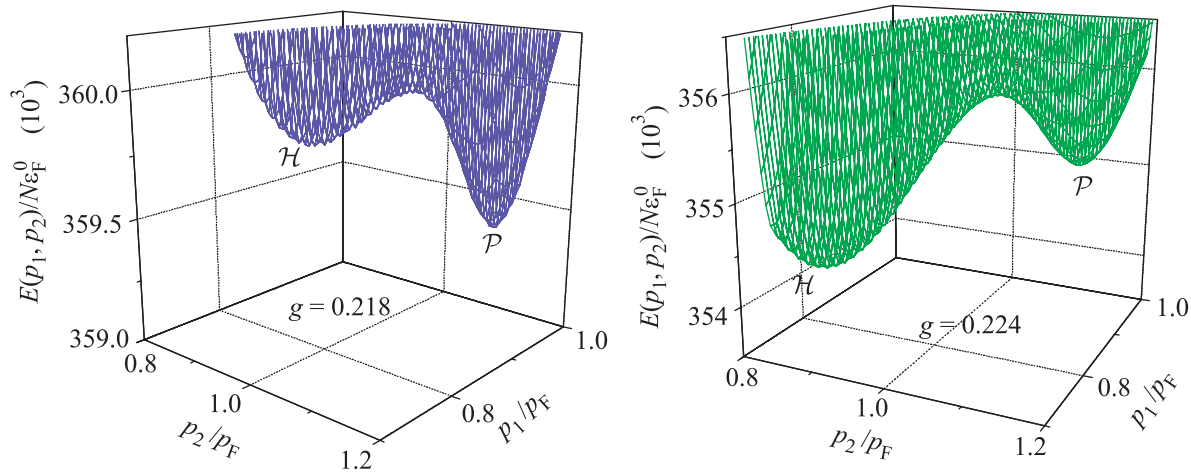


Рис. 4. Энергия на одну частицу как функция p_1 и p_2 , вычисленная при $T = 0$ для $q_0 = 2p_F$

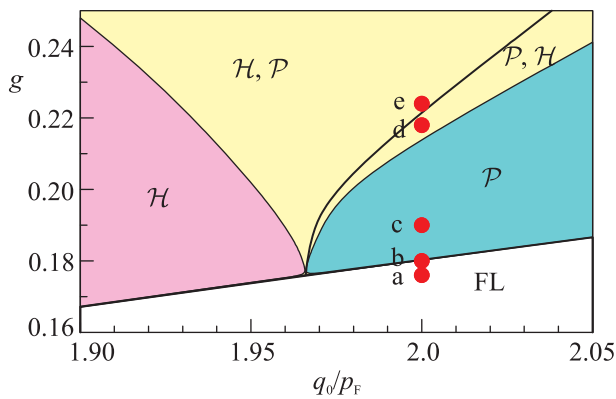


Рис. 5. Фазовая диаграмма в переменных q_0-g . Буквы указывают состояния, заселяющие соответствующую территорию диаграммы. Две буквы означают, что первое из состояний является основным, а второе – метастабильным

где $x = (p - p_F)/p_F$. Рассмотрим случай $v_1 > 0$, $v_2 > 0$ и $v_1/v_2 \ll 1$, отвечающий участку фазовой диаграммы с $q_0 \lesssim 1.96 p_F$.

Для определения точки бифуркации $p_b = p_F(1 + x_b)$ надо решить систему уравнений $\epsilon(p) = 0$ и $v(p) = 0$. Эта система имеет решение $x_b = -3v_1/2v_2$ при условии

$$\frac{8v_2 v_F(\rho)}{3v_1^2} = 1, \quad (12)$$

где

$$\frac{v_F(\rho)M}{p_F} \equiv \frac{M}{M^*(\rho)} = 1 - \frac{1}{2}F_1^0(\rho), \quad (13)$$

а $F_1^0(\rho) = f_1(p_F, p_F; \rho)M/\pi$ – первая гармоника функции взаимодействия квазичастиц. Это означает, что

в случае $v_1 \neq 0$ топологическая перестройка ферми-поверхности происходит, когда критическая групповая скорость на поверхности Ферми v_F еще положительна, т.е. до точки расходимости эффективной массы.

Условие $x_b \ll 1$ применимости разложения (11) выполняется, если $v_1/v_2 \ll 1$, из чего следует, что критическая групповая скорость мала: $v_F = 3v_1^2/8v_2 \ll v_F^0 = p_F/M$. Вычислив зависимость v_F от температуры T и поля H , которое не меняет формы (12), можно определить критическую линию $T = T_\diamond(H)$, разделяющую фазы с различной топологической структурой. Поправки к групповой скорости v_F от включения температуры и наложения магнитного поля можно оценить с помощью уравнения (4). В простейшем случае $H = 0$ основной температурный вклад в v_F происходит от интегрирования по окрестности точки бифуркации p_b . Оценку несложно сделать в том же русле, что и в работе [39], разлагая функцию взаимодействия в ряд по $p - p_b$ и сохраняя, в отличие от [39], члены, линейные по этой разности. В результате получаем

$$v_F(T \rightarrow T_\diamond) - v_F(\rho) \propto \int (s - p_b) \frac{\partial n(s, T)}{\partial s} ds. \quad (14)$$

Интеграл I_T в правой части (14) вычисляется с помощью соотношений $\epsilon(p \rightarrow p_b) \propto (p - p_b)^2$ и $d\epsilon(p \rightarrow p_b)/dp \propto \sqrt{\epsilon(p)}$, следующих из формул (11). Делая стандартную замену переменной, $p \rightarrow \epsilon \rightarrow Tz$, получаем, что при $T \rightarrow T_\diamond$

$$I_T \propto T^{1/2} \int z^{1/2} n(z) [1 - n(z)] dz \propto \sqrt{T/\epsilon_F^0}. \quad (15)$$

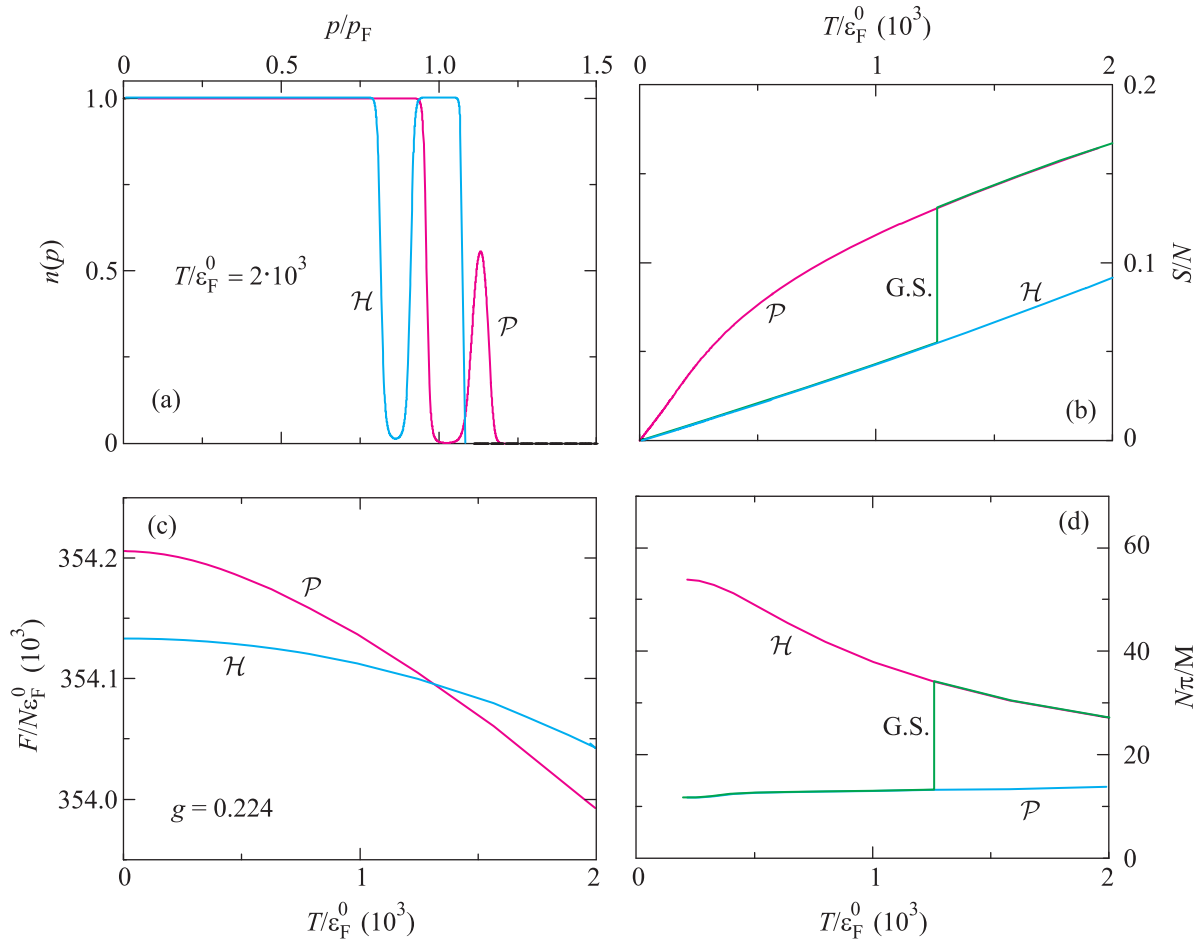


Рис. 6. (а) – Импульсные распределения $n(p)$ \mathcal{P} - и \mathcal{H} -состояний при $T = 2 \cdot 10^{-3} \varepsilon_F^0$. Энтропия на частицу S/N (б), свободная энергия на частицу F/N в единицах ε_F^0 (с) и плотность состояний \mathcal{N} в единицах M/π (д) как функции температуры T в единицах ε_F^0 . Расчет сделан при значениях $g = 0.224$, $q_0 = 2 p_F$

Этот результат совместно с формулой (12) дает оценку критической температуры:

$$T_\diamond \sim \varepsilon_F^0 \left(\frac{v_1^2}{v_2 v_F^0} \right)^2 D^2, \quad (16)$$

где

$$D = 1 - 8 \frac{v_2 v_F^0}{3 v_1^2} \left[1 - \frac{1}{2} F_1^0(\rho) \right] \geq 0 \quad (17)$$

представляет собой параметр критичности. В точке, где $D = 0$, температура T_\diamond обращается в нуль.

Теперь наложим на систему внешнее параллельное магнитное поле H . Его влияние становится заметным при $\mu_B H > T$, когда возникают две подсистемы с проекциями спина $\pm 1/2$, что приводит к расщеплению плотности состояний $\mathcal{N}(T) = \mathcal{N}_+(T) + \mathcal{N}_-(T)$. Ограничимся случаем $T = 0$ и оценим верхнее магнитное поле H_\diamond , при котором возникает бифуркация в спектре $\varepsilon_+(p)$, в то время как спектр

квазичастиц со спином вниз, $\varepsilon_-(p) = \varepsilon_+(p) - 2\mu_B H$, имеет единственный узел $p = p_F^-$. Как и прежде, основная поправка I_H к групповой скорости v_F возникает от интегрирования по окрестности импульса p_b . При этом главный вклад в I_H вносит подсистема со спектром, ведущим себя при $H \rightarrow H_\diamond$ как $\varepsilon_+(p) \propto (p - p_b^+)^2 = Tz + \mu_B H_\diamond$. Оценка этого вклада дает поправку

$$I_H \propto \int (Tz + \mu_B H_\diamond)^{1/2} n(z) [1 - n(z)] dz \propto \sqrt{\mu_B H_\diamond / \varepsilon_F^0} \quad (18)$$

и поле возникновения бифуркации

$$\mu_B H_\diamond \sim \varepsilon_F^0 \left(\frac{v_1^2}{v_2 v_F^0} \right)^2 D^2. \quad (19)$$

Из сравнения выражений (16) и (19), очевидно, следует, что $\mu_B H_\diamond \sim T_\diamond$.

Проанализируем кратко ситуацию за точкой топологической перестройки при $T = H = 0$, подразумевая, как и прежде, что параметр критичности D положителен. В случае $v_1 > 0$ импульс бифуркации p_b находится внутри ферми-сферы [31, 15], а перестроенное импульсное распределение $n(p)$ имеет структуру дырочного кармана. Таким образом, уравнение $\epsilon(p) = 0$ приобретает два новых корня:

$$x_{1,2} = -\frac{3v_1}{2v_2} \left[1 \pm \sqrt{1 - 8 \frac{v_2 v_F(\rho; p_1, p_2)}{3v_1^2}} \right]. \quad (20)$$

Заметим, что $v_F(\rho; p_1, p_2)$ отличается от $v_F(\rho)$, введенного раньше, поскольку вычислено для фазы с тремя листами ферми-поверхности. Учитывая сдвиг p_F из-за рождения дырочного кармана, получаем $v_F(\rho; p_1, p_2) - v_F(\rho) \propto (p_1 - p_2)^2$, что, в свою очередь, дает

$$p_2 - p_1 \propto \frac{v_1}{v_2} \sqrt{D}. \quad (21)$$

В результате из (11) получаем групповую скорость на границах кармана:

$$v_H \propto \frac{v_1^2}{v_2} \sqrt{D} < v_F. \quad (22)$$

Из (22) видно, что вклад двух новых листов ферми-поверхности в плотность состояний $\mathcal{N}(0)$ превалирует над вкладом ее старого листа.

При температурах $T > T_\diamond$ вклад дырочного кармана исчезает. Если бы это происходило мгновенно, то теплоемкость $C(T)$ испытывала бы скачок, как в случае перехода второго рода. На самом деле, перестройка происходит быстро, но не моментально. Поэтому здесь имеет место *топологический кроссовер* (ТК).

Обычный ферми-жидкостной режим с не зависящими от T величинами $\chi(0) \propto \mathcal{N}(0) \propto 1/v_H(0) \simeq 1/[v_F(0)\sqrt{D}]$ работает, пока температура не достигает величин $T \ll T_\diamond$, когда числа заполнения дырочного кармана при повышении температуры начинают сильно меняться. Плотность состояний $\mathcal{N}(T)$ и спиновая восприимчивость $\chi(T)$ достигают максимума при $T \simeq T_\diamond$, где $\chi(T_\diamond) \propto 1/v(x_b, T_\diamond) \propto 1/\sqrt{T_\diamond}$. При дальнейшем повышении температуры вклад дырочного кармана в $\chi(T)$ начинает падать. После того как он окончательно пропадает, восприимчивость остается $\chi(T) \propto 1/v_F(0)$. Аналогичный результат получается для отношения Зоммерфельда:

$$\gamma(T) = \int \frac{\epsilon(p, T)}{T} \frac{\partial n(p, T)}{\partial T} dv, \quad (23)$$

но $\gamma(T)$ достигает максимума при другой температуре из-за зависимости спектра $\epsilon(p, T)$ от T . Отметим, что в районе ККТ магнитная восприимчивость $\chi(T)$ и отношение Зоммерфельда $\gamma(T)$ имеют *асимметричные пики* при различных температурах $\simeq T_\diamond$, во многих металлах с тяжелыми фермионами [40]. Этот факт не имеет объяснения в рамках других сценариев ККТ.

Результаты численного анализа температурной эволюции квазичастичного импульсного распределения $n(p, T)$ и спектра $\epsilon(p, T)$ в модели (8) с параметрами $q_0 = 1.92 p_F$, $\beta = 0.14$, $g = 2.0$ показаны на рис. 7. При температуре $T = 10^{-5} \epsilon_F^0$, моделирующей

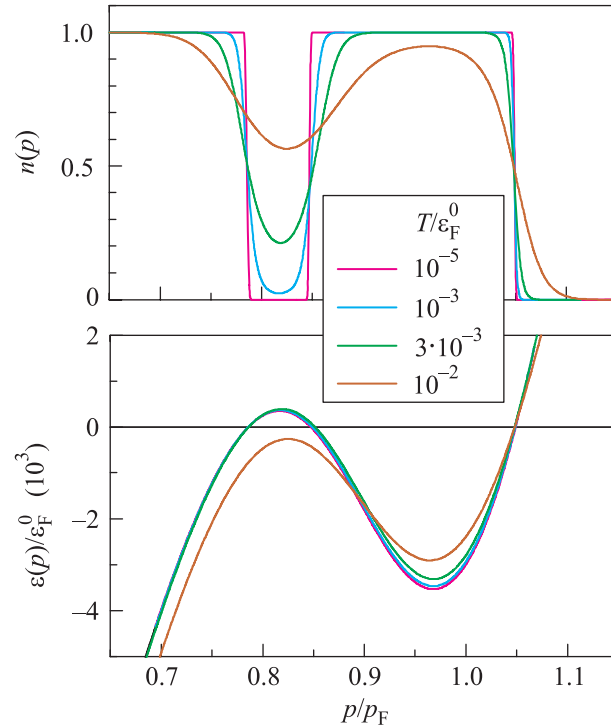


Рис. 7. Числа заполнения квазичастиц $n(p)$ (верхняя панель) и одночастичные спектры $\epsilon(p)$ в единицах $10^{-3} \epsilon_F^0$ (нижняя панель) в модели (8) с параметрами $\beta = 0.14$, $g = 2.0$ при четырех значениях температуры T в единицах ϵ_F^0 ниже $T_* \simeq 10^{-2} \epsilon_F^0$

в расчете нулевую, импульсное распределение, приведенное на верхней панели рисунка, имеет форму дырочного кармана. Температуру начала разрушения этого кармана можно оценить как $T_\diamond \simeq 10^{-3} \epsilon_F^0$. Максимумы плотности состояний $\mathcal{N}(T)$ и отношения Зоммерфельда $C(T)/T$, обусловленные этим ТК, показаны на рис. 8. В соответствии с приведенными выше соображениями эти максимумы асимметричны и сдвинуты друг относительно друга.

Дальнейшая температурная эволюция спектра $\epsilon(p, T)$ связана с другой перестройкой импульсного

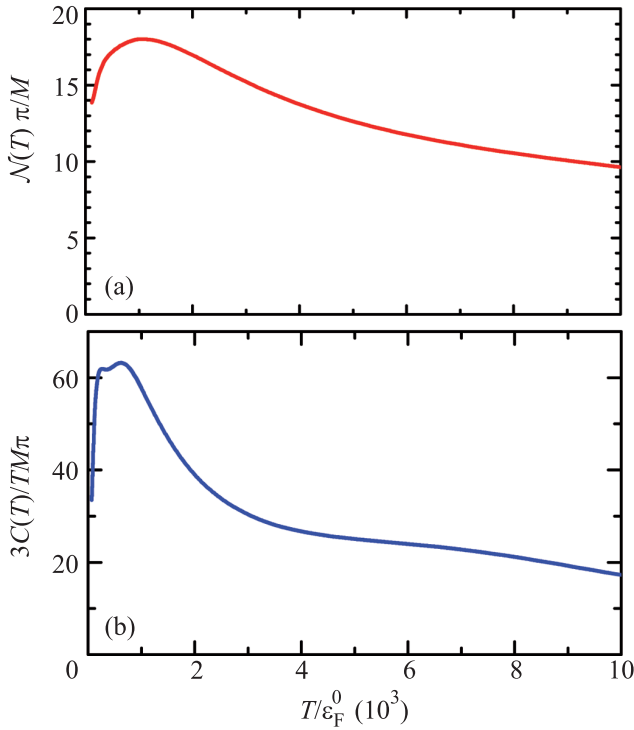


Рис. 8. Плотность состояний $\mathcal{N}(T)$ в единицах M/π (верхняя панель) и отношение Зоммерфельда $C(T)/T$ в 2D ферми-газовых единицах $M\pi/3$ (нижняя панель) как функции температуры T в единицах $10^{-3} \varepsilon_F^0$

распределения $n(p, T)$, происходящей в окрестности критической температуры $T_* \simeq 10^{-2} \varepsilon_F^0$. В области, примыкающей к ферми-поверхности, распределение $n(p, T)$ становится плавной функцией импульса, слабо зависящей от температуры в интервале $p_i < p < p_f$, остающейся близкой к единице для $p < p_i$ и к нулю для $p > p_f$. Квазичастичный спектр в этой области импульсов становится пропорциональным T , так что выполняется соотношение (5). Обе эти особенности присущи фермионной конденсации [19–21]. Как говорилось в п. 2, в этом топологическом фазовом переходе, происходящем при нулевой температуре, образуется примыкающая к ферми-поверхности плоская зона – фермионный конденсат (ФК) с импульсным распределением $0 < n_*(p) < 1$. Слабая же зависимость импульсного распределения квазичастиц от температуры и линейность спектра по температуре, присущие тому состоянию, которое кроссовером возникает при $T > T_*$, являются основными свойствами ФК при конечной температуре. Таким образом, второй кроссовер происходит в состояние с ФК.

Этот этап температурной эволюции импульсного распределения и спектра изображен на рис. 9. Границы p_i и p_f территории ФК показаны штрихо-

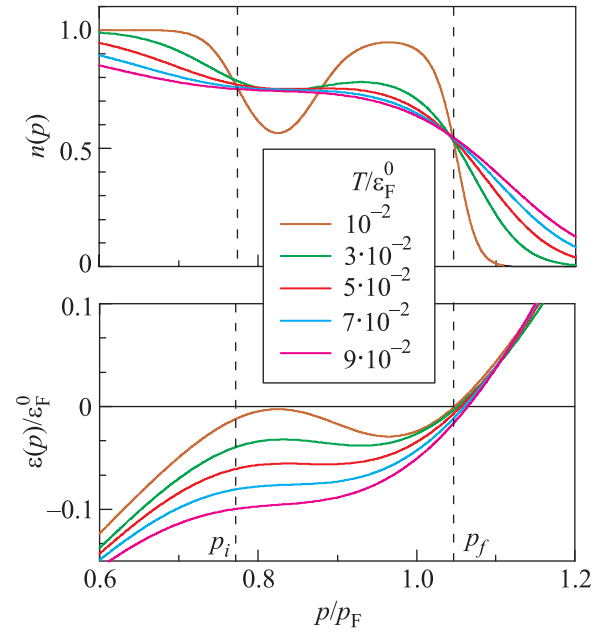


Рис. 9. То же, что на рис. 7, но при $T > T_*$.

выми линиями. Как только при $T > T_*$ температурная зависимость $n(p, T)$ в области импульсов ФК начинает ослабевать, вклад этой области в теплоемкость резко падает, а с ним падает и сама теплоемкость. Это явление, присущее кроссоверу в состоянии с ФК, иллюстрирует рис. 10. На нем пока-

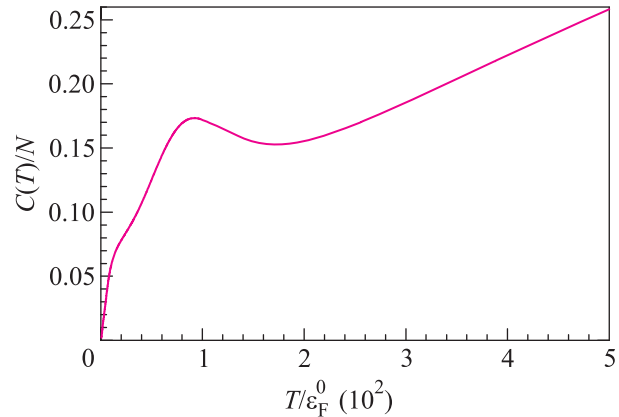


Рис. 10. Теплоемкость на один электрон $C(T)/N$ как функция температуры T в единицах $10^{-2} \varepsilon_F^0$

зана теплоемкость на один электрон. Смена режима при $T \sim T_\diamond \simeq 10^{-3} \varepsilon_F^0$ отвечает обсуждавшемуся выше первому ТК, связанному с разрушением дырочного кармана. Максимум же теплоемкости при $T \simeq T_* \simeq 10^{-2} \varepsilon_F^0$ характеризует второй ТК в состоянии с ФК.

В заключение отметим, что ФК, обнаруженный и детально исследованный на примере различных моде-

лей около 20 лет назад [19–21], сейчас приобретает новую жизнь в форме топологически защищенных плоских зон – бездисперсионных ветвей одночастичного спектра с нулевой энергией [41]. Более того, экспериментальное обнаружение зон с очень плоским спектром и пропорциональным температуре затуханием в квазидвумерной электронной системе в соединении CeCoIn_5 [42] служит прямым указанием на существование в этой системе ФК, линейное по T затухание возбуждений которого обсуждалось в ряде работ, начиная с [43].

6. Разреженный 2D электронный газ с почти плоским спектром. Как уже говорилось в п. 2, одночастичный спектр 2D электронного газа имеет две характерные особенности. Два предыдущих пункта были посвящены анализу возникновения и исчезновения узлов квазичастичного спектра $\epsilon(p)$ в районе импульса Ферми. Другой особенностью является сильное выполаживание одночастичного спектра вблизи химического потенциала при приближении к ККТ при нулевой температуре. В этом пункте мы проанализируем температурную эволюцию такого спектра на примере взаимодействия

$$f(q) = -\frac{\pi}{M} \left[\frac{g_1}{(q^2/q_1^2 - 1)^2 + \beta_1^2} + \frac{g_2}{(q^2/q_2^2 - 1)^2 + \beta_2^2} \right] \quad (24)$$

с параметрами $q_1 = 1.97 p_F$, $\beta_1 = 0.25$, $q_2 = 2.6 p_F$, $\beta_2 = 1.6$, выбранными в соответствии с результатом, показанным на рис. 2. Константы $g_1 = 0.023$ и $g_2 = 70.2$ взяты так, чтобы смоделировать очень плоскую зону с энергией $\epsilon_{\max} = \max \epsilon(p < p_F) \sim 10^{-3} \epsilon_F^0$.

Рассчитанные одночастичные спектры показаны на рис. 11. При температурах $T < T_{**} \simeq \epsilon_{\max} \simeq$

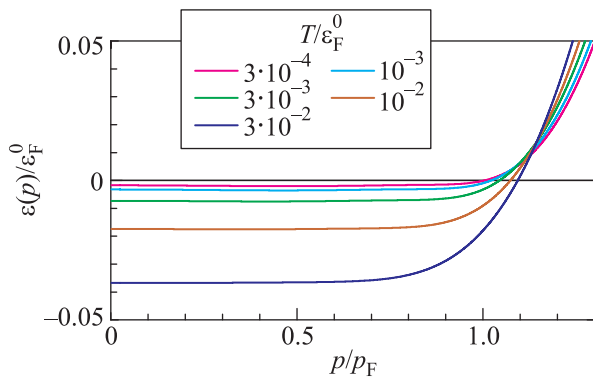


Рис. 11. Одночастичные спектры $\epsilon(p)$ в единицах ϵ_F^0 для разных температур в модели со взаимодействием (24)

$\simeq 1.5 \cdot 10^{-3}$ спектр почти не зависит от температуры, т.е. ведет себя обычным ферми-жидкостным образом. В соответствии с этим плотность состояний

$\mathcal{N}(T)$ и магнитная восприимчивость $\chi(T) \propto \mathcal{N}(T)$ не зависят от T , а энтропия $S(T)$ линейна по температуре (рис. 12). Когда температура превышает T_{**} ,

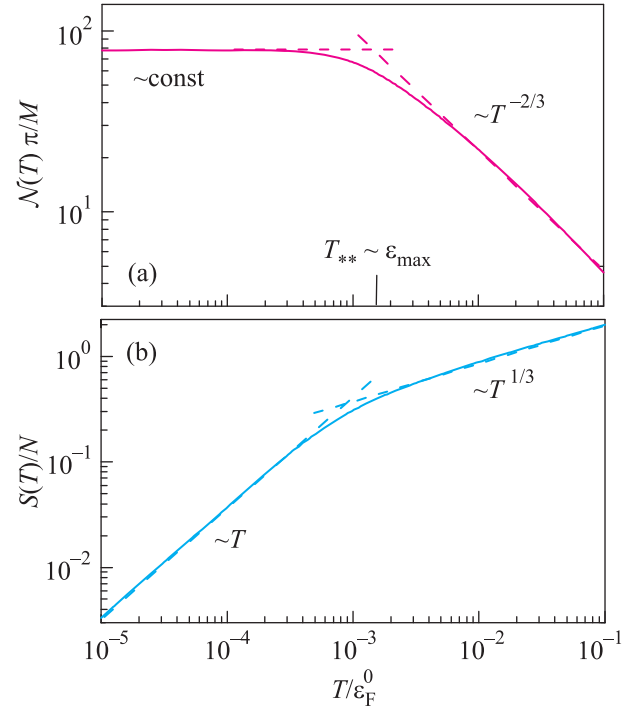


Рис. 12. Плотность состояний $\mathcal{N}(T)$ в единицах M/π (a) и энтропия на одну частицу S/N (b) в зависимости от температуры T в единицах ϵ_F^0 в модели (24)

спектр начинает зависеть от T . Проследить характер этой зависимости аналитически нам не удалось, поскольку в интеграл в уравнении (9) вносят вклад импульсы, для которых $\epsilon(p) \sim T$, т.е. весь интервал от 0 до p_F . Численный анализ показывает, что эта зависимость близка к закону $T^{2/3}$. В таком случае можно оценить температурную зависимость термодинамических величин. Для плотности состояний

$$\mathcal{N}(T) \propto \frac{1}{T} \int n(p)[1 - n(p)] dp \quad (25)$$

это делается путем вынесения из-под интеграла средней обратной групповой скорости $v^{-1}(p) \sim p_F/\epsilon_{\max} \propto T^{-2/3}$, что дает оценку $\mathcal{N}(T) \propto T^{-2/3}$. Действуя аналогично, для энтропии получаем $S(T) \propto T^{1/3}$. Оба эти режима показаны на рис. 12 штриховыми линиями. Переход от ферми-жидкостного режима к неферми-жидкостному происходит плавным кроссовером при температурах в окрестности $T_{**} \simeq \epsilon_{\max}$.

7. Заключение. На основе подхода, базирующегося на теории ферми-жидкости Ландау и первопринципном функциональном методе, изучены различные метаморфозы ферми-поверхности в разрежен-

ном 2D электронном газе за топологической ККТ. Входными параметрами подхода служат константы квазичастичного взаимодействия, структура которого найдена в первопринципных расчетах. Показано, что в определенном интервале параметров при нулевой температуре происходит переход первого рода по константе связи между топологически эквивалентными состояниями с тремя листами ферми-поверхности. У одного из них в квазичастичном импульсном распределении $n(p)$ имеется квазичастичное гало, у другого – дырочный карман. С ростом температуры происходит обратный переход первого рода из состояния с дырочным карманом в состояние с квазичастичным гало. Изучена температурная эволюция импульсного распределения $n(p, T)$ и одночастичного спектра $\epsilon(p, T)$ состояния с дырочным карманом. Показано, что при повышении T происходят два кроссовера. Происходящий при первой критической температуре T_\diamond и связанный с разрушением кармана ТК характеризуется максимумами плотности состояний $\mathcal{N}(T)$ и отношения Зоммерфельда $C(T)/T$ теплоемкости к температуре в окрестности T_\diamond . Второй ТК обусловлен возникновением при критической температуре $T_* > T_\diamond$ области фермионного конденсата, импульсное распределение которого слабо зависит от температуры. Показано, что этот кроссовер проявляет себя в максимуме теплоемкости $C(T)$, локализованном в районе T_* . Проанализирован также кроссовер, связанный с возможным существованием в сильно коррелированном двумерном электронном газе состояния с плоским спектром, лежащим ниже химического потенциала на малом расстоянии ϵ_{\max} . Показано, что при $T \simeq T_{**} \simeq \epsilon_{\max}$ происходит кроссовер от ферми-жидкостного поведения к неферми-жидкостному с плотностью состояний $\mathcal{N}(T) \propto T^{-\alpha}$ с показателем $\alpha \simeq 2/3$. Мы надеемся, что развитие эксперимента позволит выяснить, какие из предсказываемых явлений в действительности имеют место в свободном от примесей разреженном 2D электронном газе за топологической ККТ.

Авторы признательны В.Т. Долгополову и А.А. Шашкину за постоянный интерес к работе и плодотворные дискуссии. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант # 09-02-01284) и Российского министерства образования и науки (гранты # 2.1.1/4540 и НШ-7235.2010.2).

1. F. F. Fang and P. J. Stiles, Phys. Rev. **174**, 823 (1968).
2. A. A. Shashkin, S. V. Kravchenko, V. T. Dolgoplov, and T. M. Klapwijk, Phys. Rev. B **66**, 073303 (2002).

3. V. M. Pudalov, M. E. Gershenson, H. Kojima et al., Phys. Rev. Lett. **88**, 196404 (2002).
4. C. Bäuerle, Yu. M. Bun'kov, A. S. Chen et al., J. Low Temp. **110**, 333 (1998).
5. M. Neumann, J. Nyeki, B. P. Cowan, and J. Saunders, Science **317**, 1356 (2007).
6. H. v. Löhneysen, A. Rosch, M. Vojta, and P. Wolfe, Rev. Mod. Phys. **79**, 1015 (2007).
7. P. Gegenwart, Q. Si, and F. Steglich, Nature Phys. **4**, 186 (2008).
8. A. Schröder, G. Aeppli, R. Coldea et al., Nature **407**, 351 (2000).
9. A. A. Kapustin, A. A. Shashkin, V. T. Dolgoplov et al., Phys. Rev. B **79**, 205314 (2009).
10. P. Gegenwart, Q. Si, and F. Steglich, Nature Phys. **4**, 186 (2008).
11. J. A. Hertz, Phys. Rev. B **14**, 1165 (1976).
12. A. J. Millis, Phys. Rev. B **48**, 7183 (1993).
13. P. Coleman, C. Pepin, Q. Si, and R. Ramazashvili, J. Phys.: Condens. Matter **13**, R723 (2001).
14. В. А. Ходель, Письма в ЖЭТФ **86**, 832 (2007).
15. V. A. Khodel, J. W. Clark, and M. V. Zverev, Phys. Rev. B **78**, 075120 (2008).
16. С. С. Панкратов, М. В. Зверев, М. Балдо, Письма в ЖЭТФ **93**, 853 (2011).
17. V. A. Khodel, J. W. Clark, and M. V. Zverev, JETP Lett. **94**, 73 (2011).
18. V. A. Khodel, JETP Lett. **94**, 697 (2011).
19. В. А. Ходель, В. Р. Шагинян, Письма в ЖЭТФ **51**, 488 (1990).
20. Г. Е. Воловик, Письма в ЖЭТФ **53**, 208 (1991).
21. P. Nozières, J. Phys. I France **2**, 443 (1992).
22. В. В. Борисов, М. В. Зверев, Письма в ЖЭТФ **81**, 623 (2005).
23. V. R. Shaginyan, Solid State Commun. **55**, 9 (1985).
24. V. A. Khodel, V. V. Khodel, and V. R. Shaginyan, Phys. Rep. **249**, 1 (1994).
25. T. Okamoto, M. Ooya, K. Hosoya, and S. Kawaji, Phys. Rev. B **69**, 041202(R) (2004).
26. G. E. Volovik, Springer Lecture Notes in Physics **718**, 31 (2007).
27. H. Fröhlich, Phys. Rev. **79**, 845 (1950).
28. M. de Llano and J. P. Vary, Phys. Rev. C **19**, 1083 (1979).
29. M. de Llano, A. Plastino, and J. G. Zabolitsky, Phys. Rev. C **20**, 2418 (1979).
30. V. C. Aguilera-Navarro, M. De Llano, J. W. Clark, and A. Plastino, Phys. Rev. C **25**, 560 (1982).
31. М. В. Зверев, М. Балдо, ЖЭТФ **114**, 2078 (1998).
32. M. V. Zverev and M. Baldo, J. Phys.: Condens. Matter **11**, 2059 (1999).
33. S. A. Artamonov, V. R. Shaginyan, and Yu. G. Pogorelov, JETP Lett. **68**, 942 (1998).

34. J. Quintanilla and A. J. Schofield, Phys. Rev. B **74**, 115126 (2006).
35. Л. Д. Ландау, ЖЭТФ **30**, 1058 (1956).
36. Л. Д. Ландау, ЖЭТФ **35**, 97 (1958).
37. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Статистическая физика*, ч. 2, М.: Физматлит, 2001.
38. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, М.: Физматгиз, 1962.
39. J. W. Clark, V. A. Khodel, and M. V. Zverev, Phys. Rev. B **71**, 012401 (2005).
40. C. Klingner, C. Crellner, M. Brando et al., Phys. Rev. B **83**, 14405 (2011).
41. T. T. Heikkilä, N. B. Kopnin, and G. E. Volovik, JETP Lett. **94**, 233 (2011).
42. P. Aynajian, E. H. da Silva Neto, A. Gyenis et al., Nature **486**, 201 (2012).
43. V. A. Khodel and M. V. Zverev, JETP Lett. **70**, 772 (1999).