

Киральная спиновая жидкость в двумерном спиральном XY-магнетике с двумя киральными параметрами порядка

А. О. Сорокин⁺¹⁾, А. В. Сыромятников^{+*1)}

⁺ Петербургский институт ядерной физики им. Константина, Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, 188300 Гатчина, Россия

* Физический факультет, С.-Петербургский государственный университет, 198504 С.-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 6 апреля 2012 г.

После переработки 16 августа 2012 г.

Методом Монте-Карло исследованы критические свойства спирального XY-магнетика на квадратной решетке с двумя киральными параметрами порядка, являющегося модификацией J_1 - J_2 - J_3 -модели с $J_2 = 0$. Рассмотрен случай различных обменных взаимодействий третьего порядка дальности J_3 вдоль двух направлений решетки, $J_3^a \neq J_3^b$. Найден переход первого рода вдали от точек Лифшица $4J_3^a = J_1$ и $4J_3^b = J_1$. Указана возможность существования киральных спин-жидкостных фаз вблизи точек Лифшица.

Фрустрированные спиновые системы в последние годы зарекомендовали себя как удобные объекты для изучения фазовых переходов и фаз новых типов. В частности, большое внимание привлекают спиновые нематические фазы, которые характеризуются наличием многоспинового порядка при отсутствии привычного дальнего магнитного порядка. Например, двухспиновый порядок может быть описан тензором $Q_{ji}^{\alpha\beta} = \langle S_j^\alpha S_i^\beta \rangle - \delta_{\alpha\beta} \langle \mathbf{S}_j \mathbf{S}_i \rangle / 3$ [1]. Симметричная часть этого тензора описывает квадрупольно упорядоченные состояния, которые интенсивно исследуются в последнее время как теоретически, так и экспериментально в квантовых фрустрированных системах в сильном магнитном поле (см., например, работу [2] и ссылки в ней) и в магнетиках с большим негеизенберговским взаимодействием между спинами [3] (таким, например, как биквадратный обмен $(\mathbf{S}_1 \mathbf{S}_2)^2$). Антисимметричная часть $Q_{ji}^{\alpha\beta}$ связана с киральностью $\langle \mathbf{S}_j \times \mathbf{S}_i \rangle$. Она описывает киральные спиновые жидкости. На возможность существования фазы киральной спиновой жидкости во фрустрированных системах было указано довольно давно [1, 4, 5]. Однако обнаружены такие фазы были лишь сравнительно недавно [6]. Это вызвало значительный интерес к соответствующим системам. Одной из них является антиферромагнетик на квадратной решетке с конкурирующими обменными взаимодействиями первых трех порядков дальности (J_1 - J_2 - J_3 -модель) [5, 7]. В пределе классических спинов для спирального магнетика с двумя киральными параметрами порядка, возникающем в J_1 - J_2 - J_3 модели при соотношении обменных взаимодействий $J_1 - 2J_2 - 4J_3 < 0$ и $2J_3 > J_2$

[5], спиновая жидкость существует в широком диапазоне низких температур [8]. В этом случае основное состояние представляет собой спираль с вектором $\mathbf{q} = (q, q)$, где $\cos q = J_1/4J_3$, и соответствует нарушенной $\mathbb{Z}_2 \otimes SO(3)$ группе симметрии. При $T > 0$ температурные флуктуации разрушают дальний $SO(3)$ -порядок, но \mathbb{Z}_2 -симметрия, различающая спирали (q, q) и $(-q, q)$, которые не могут быть сведены друг к другу $SO(3)$ -поворотами, остается нарушенной в некотором конечном интервале температур. Предполагается, что переход из фазы киральной спиновой жидкости в разупорядоченную фазу принадлежит классу универсальности модели Изинга [8] (см., однако, [9]).

В случае планарных (XY) спинов ситуация усложняется возможностью возникновения квазидальнего магнитного порядка. В этом случае спиральный магнетик принадлежит широкому классу систем, характеризующихся сочетанием непрерывного $SO(2)$ -вырождения основного состояния с дискретным. К этому классу систем относятся также некоторые другие фрустрированные магнетики, сверхпроводящие и сверхтекучие пленки, тонкие пленки жидких кристаллов, тоже интенсивно исследуемые в последние десятилетия (см. [10, 11] и ссылки в них). Согласно достаточно общим аргументам [12] для двумерных систем из этого класса $SO(2)$ -переход Березинского-Костерлица-Таулесса (БКТ) [13] происходит при температуре ниже изинговского (\mathbb{Z}_2) перехода либо они сливаются в один переход, вероятно первого рода.

Отметим, что в трех измерениях переходы по магнитному и киральным параметрам порядка в спиральном магнетике, исследовавшемся, в частности,

¹⁾ e-mail: aosorokin@gmail.com; syromyat@thd.npi.spb.ru

в рамках слоистой J_1 - J_2 - J_3 -модели, происходят при одной температуре. Для XY-спинов это переход первого рода [14]. В случае трехмерных спинов также наблюдается один переход слабого первого рода [15] из того же (псевдо)класса универсальности, что $V_{3,3}$ -модель Штифеля [16] и магнетики с непланарным порядком [17], с нарушенной $\mathbb{Z}_2 \otimes SO(3)$ -симметрией.

В настоящей работе мы исследуем критическое поведение спирального классического XY-магнетика с двумя киральными параметрами порядка, рассмотрев вариант J_1 - J_2 - J_3 -модели (с $J_2 = 0$) и ее обобщение. Гамильтониан предлагаемой модели имеет вид

$$H = \sum_{\mathbf{r}, \mu} (J_1 \mathbf{S}_{\mathbf{r}} \mathbf{S}_{\mathbf{r}+\mathbf{e}_{\mu}} + J_3^{\mu} \mathbf{S}_{\mathbf{r}} \mathbf{S}_{\mathbf{r}+2\mathbf{e}_{\mu}}), \quad (1)$$

где $\mathbf{S}_{\mathbf{r}}$ – классический двухкомпонентный вектор в узле \mathbf{r} квадратной решетки, все $J > 0$, а $\mu = a, b$ нумерует два направления с элементарными векторами решетки \mathbf{e}_a и \mathbf{e}_b вдоль этих направлений. При $J_3^a = 0$ (или $J_3^b = 0$) и $J_1 < 4J_3^b$ ($J_1 < 4J_3^a$) система характеризуется одним киральным параметром порядка. Соответствующая нарушенная симметрия имеет вид $\mathbb{Z}_2 \otimes SO(2)$. При этом основное состояние представляет собой спираль с вектором $\mathbf{q} = (\pi, q_b)$, где $\cos q_b = J_1/4J_3^b$. Этот случай подробно исследовался в нашей недавней работе [11]. Было показано, что при повышении температуры последовательно происходят два фазовых перехода БКТ и изинговского типа. В интервале температур между переходами существует фаза киральной спиновой жидкости, характеризующаяся наличием дальнего кирального порядка в отсутствие квазидальнего магнитного порядка.

Для исследования общего случая $J_3^a, J_3^b \neq 0$ мы использовали стандартную технику численного моделирования, подробно описанную в [11] и основанную на алгоритме Метрополиса, теории конечномерного масштабирования и анализе гистограмм.

В случае $J_3^a = J_3^b$ мы обнаружили, что переходы по магнитному и обоим киральным параметрам порядка происходят при одной температуре, причем это переход ярко выраженного первого рода. На рис. 1 показана гистограмма распределения по энергии для случая $J_3^a = J_3^b = 0.5J_1$, соответствующего (при $T = 0$) 120-градусной спирали, при температуре, близкой к критической, $T_c/J_1 = 0.4823(2)$. Двухпиковая структура гистограммы указывает на наличие ненулевой теплоты перехода, характерной для переходов первого рода. Отметим, что подобная структура заметна даже для решеток малого размера ($L = 24$).

При этом переходе жесткость спиновых волн имеет температурную зависимость, отличающуюся от

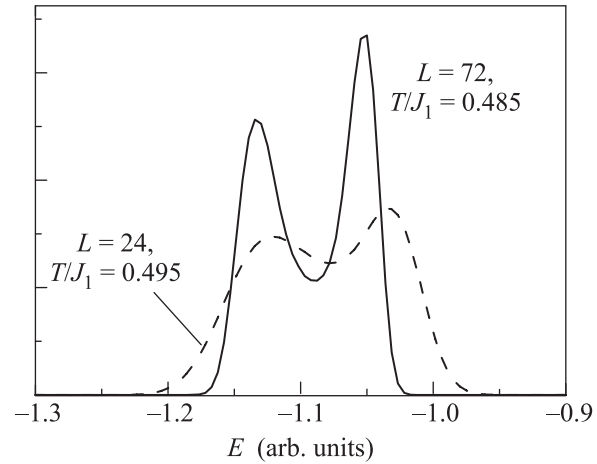


Рис. 1. Гистограмма распределения по энергии вблизи перехода при $J_3^a = J_3^b = 0.5J_1$

ожидаемой по теории переходов БКТ. Данная величина при температурах $T \leq T_c$ вычисляется как [11]

$$\Upsilon_{\mu} = \langle E_{\mu}'' \rangle - \frac{L^2}{T} \langle (E_{\mu}')^2 \rangle + \frac{L^2}{T} \langle |E_{\mu}'| \rangle^2, \quad (2)$$

где E_{μ}' обозначает производную энергии по твисту в направлении μ . На рис. 2 изображена температурная

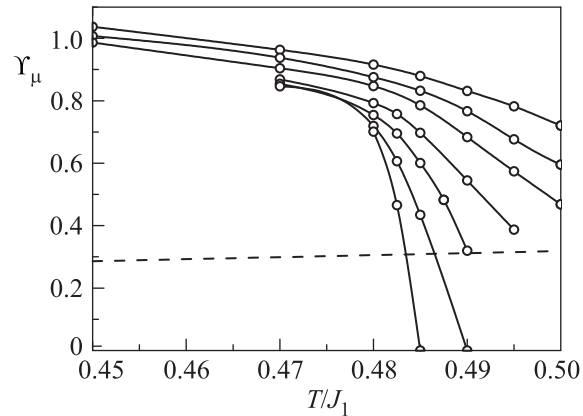


Рис. 2. Жесткость спиновых волн как функция температуры для различных размеров решетки при $J_3^a = J_3^b = 0.5J_1$. Прямая линия показывает значение скачка Υ_{μ} согласно теории БКТ

зависимость жесткости спиновых волн для различных размеров решетки ($L = 18$ – 102). Видно, что эта величина испытывает скачок, значение которого заметно превышает значение $\Upsilon(T_c) = 2T/\pi$, полученное в теории переходов БКТ.

Аналогичный результат с переходом первого рода мы получили и для других значений обмена $J_3^a = J_3^b > J_1/4$. Изучая возможность расщепления переходов по температуре, мы рассмотрели случай ан-

изотропии обменов $J_3^a \neq J_3^b$. Для удобства мы положили, $J_3^a = 0.5J_1$ и варьировали только J_3^b .

Вдали от критического значения обмена $J_3^b = J_1/4$ (при $J_3^b \gtrsim 0.4J_1$) мы снова обнаружили переход первого рода. На рис. 3 показана характерная гистограмма

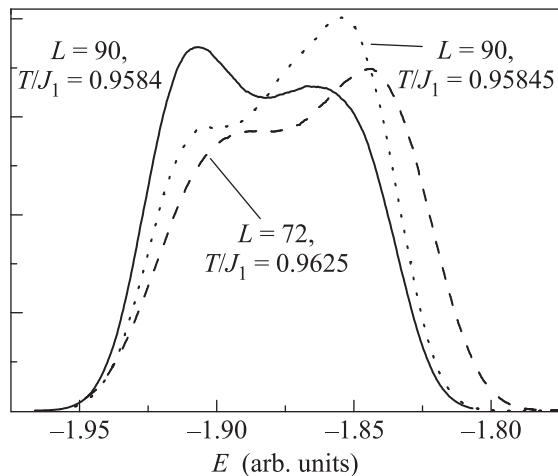


Рис. 3. Гистограмма распределения по энергии вблизи температуры перехода при $J_3^a = 0.5J_1$ и $J_3^b \approx 1.76J_1$

тограмму распределения по энергии вблизи $T_c/J_1 = 0.955(2)$ для случая $J_3^b \approx 1.76$, соответствующего спирали с $q_b = 6\pi/11$.

При значениях J_3^b , близких к $J_1/4$, поведение системы существенно отличается от рассмотренных выше случаев. Основной эффект связан с появлением при конечных температурах метастабильных состояний, зависящих от объема системы L^2 ($L = 24-120$), близких по энергии, но имеющих различные значения кирального параметра порядка. Аномальное распределение кирального параметра порядка k_b , определенное как

$$k_\mu = \frac{1}{L^2 \sin q_\mu} \sum_{\mathbf{r}} \sin \widehat{\mathbf{S}}_{\mathbf{r}} \widehat{\mathbf{S}}_{\mathbf{r}+\mathbf{e}_\mu}, \quad (3)$$

показано на рис. 4 для $J_3^b \approx 0.3J_1$, соответствующего $q_b = 4\pi/5$ (запись $\widehat{\mathbf{S}}\widehat{\mathbf{S}}$ обозначает угол между векторами). Аналогичная аномалия обнаружена в работе [11] для $J_3^a = 0$ в окрестности точки Лифшица $J_3^b \approx 0.25J_1$.

Появление метастабильных состояний, наблюдаемое для случая $J_3^b \approx 0.3J_1$ при температуре $T/J_1 \approx 0.3-0.33$, сопровождается резким уменьшением кирального параметра k_b . Однако пик теплоемкости, ожидаемый при киральном переходе, наблюдается при температурах, больших $\approx 0.39J_1$ (рис. 5). Этот пик соответствует переходу по другому киральному параметру порядка, k_a , с температурой

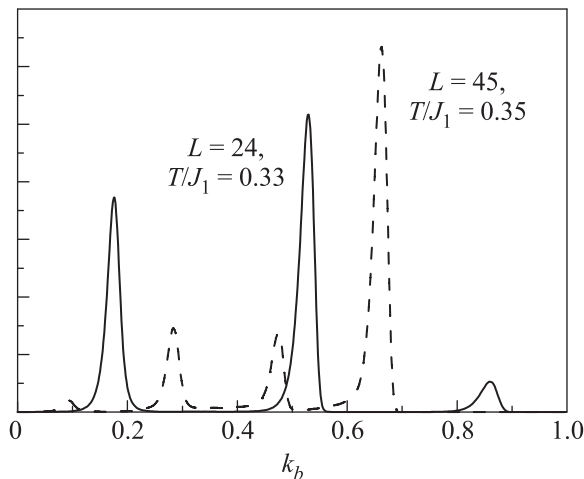


Рис. 4. Аномальное распределение кирального параметра порядка k_b при $J_3^a = 0.5J_1$ и $J_3^b \approx 0.3J_1$

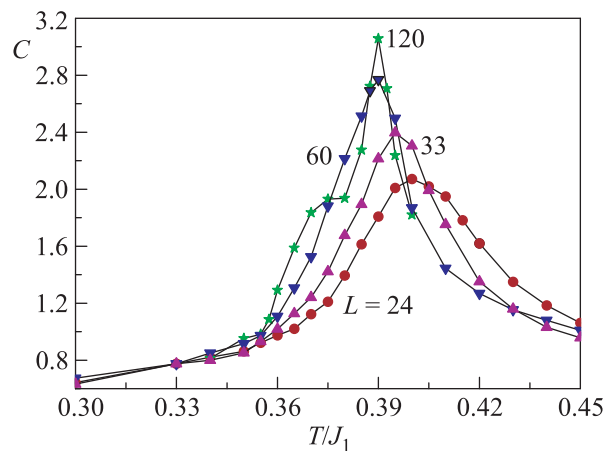


Рис. 5. Теплоемкость как функция температуры при $J_3^a = 0.5J_1$ и $J_3^b \approx 0.3J_1$

$T_c^{(a)}/J_1 = 0.3862(1)$, вычисленной с помощью кумулянта Биндера [18] (см., рис. 6):

$$U_k = 1 - \frac{\langle k_a^4 \rangle}{3\langle k_a^2 \rangle^2}. \quad (4)$$

Наши данные свидетельствуют о том, что это переход второго рода из класса универсальности модели Изинга. Мы не обнаружили признаков перехода первого рода даже на решетках большого размера ($L \leq 360$). Критический же скейлинг описывается экспонентами, согласующимися с двумерной моделью Изинга (рис. 7):

$$\nu = 1.00(3), \quad \beta = 0.127(5), \quad \gamma = 1.76(7). \quad (5)$$

На рис. 8 мы наблюдаем скачок жесткости спиновых волн при температуре $T_{\text{ВКТ}}/J_1 = 0.35(1)$, отлича-

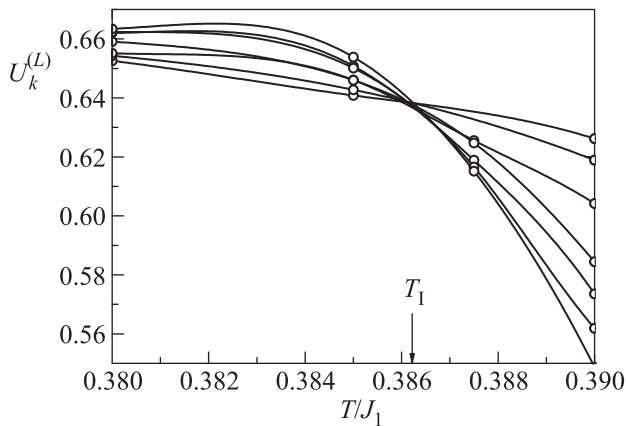


Рис. 6. Определение температуры перехода по параметру k_a методом пересечения кумулянтов Биндера для различных размеров решетки при $J_3^a = 0.5J_1$ и $J_3^b \approx 0.3J_1$

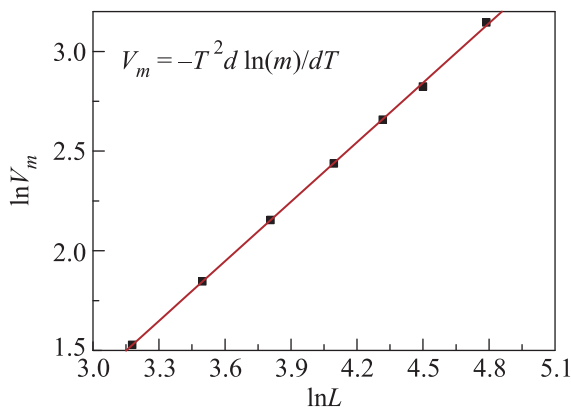


Рис. 7. Вычисление критического индекса ν с помощью величины $V_k = -T^2 d \ln k / dT \sim L^{1/\nu}$ ($T \approx T_c$)

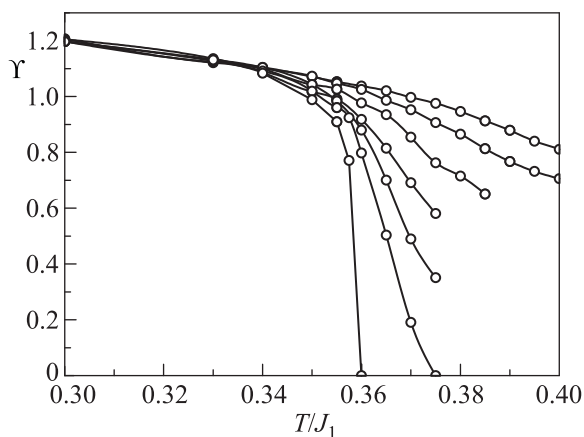


Рис. 8. Жесткость спиновых волн как функция температуры для различных размеров решетки при $J_3^a = 0.5J_1$ и $J_3^b \approx 0.3J_1$

ющейся от $T_c^{(a)}$. Таким образом, появление метастабильных состояний и, как следствие, обнуление параметра порядка k_b приводят к тому, что система ведет себя так, будто соответствующая \mathbb{Z}_2 -подгруппа восстановилась. При повышении температуры в ней происходят последовательно переходы типа БКТ и Изинга в согласии с поведением систем из $\mathbb{Z}_2 \otimes SO(2)$ -класса. По-видимому, такое поведение является следствием конечного размера решеток. В термодинамическом пределе $L \rightarrow \infty$ оно должно быть несколько иным.

Мы рассматриваем два возможных сценария критического поведения системы. Согласно первому из них в пределе $L \rightarrow \infty$ все три перехода происходят при одной температуре в виде перехода первого рода. В пользу этого сценария говорит несколько аргументов. Во-первых, шаг спирали обычно не является критическим параметром и мы должны обнаружить то же критическое поведение, что и для других значений J_3^b . Во-вторых, значение скачка жесткости превышает универсальное значение для переходов БКТ, что наблюдается и при переходах первого рода. И в-третьих, значение кумулянта (4) $U_k \approx 0.64$ при $T_c^{(a)}$ существенно отличается от универсального значения модели Изинга $U_k \approx 0.611$ на решетке с периодическими граничными условиями [19], т.е. переход по k_a не принадлежит классу универсальности модели Изинга.

Согласно второму сценарию при $J_3^b \lesssim 0.4J_1$ в системе происходит два или три перехода с повышением температуры: сначала БКТ-переход, а затем киральные переходы. Из-за аномального распределения параметра k_b невозможно использовать стандартные надежные методы оценки температуры перехода. Тем не менее $T_c^{(b)}$ можно оценить следующим образом. На рис.9 изображены характерные распределения киральных параметров порядка в упорядоченной фазе (вблизи T_c и выше T_c). Поскольку в разупорядоченной фазе отсутствуют и метастабильные состояния, мы можем оценить температуру $T_c^{(\mu)}(L)$, выше которой распределения имеют характерную для разупорядоченной фазы форму. Используя соотношение

$$T_c^{(\mu)}(L) = T_c^{(\mu)} + A_\mu L^{-\nu}, \quad (6)$$

где $\nu = 1$, как в модели Изинга, получаем грубую оценку температур киральных переходов (рис.10): $T_c^{(a)} = 0.386(5)$, что согласуется с методом Биндера, и $T_c^{(b)} = 0.376(5)$. Следовательно, наши данные наиболее согласуются со сценарием, согласно которому с повышением температуры последовательно про-

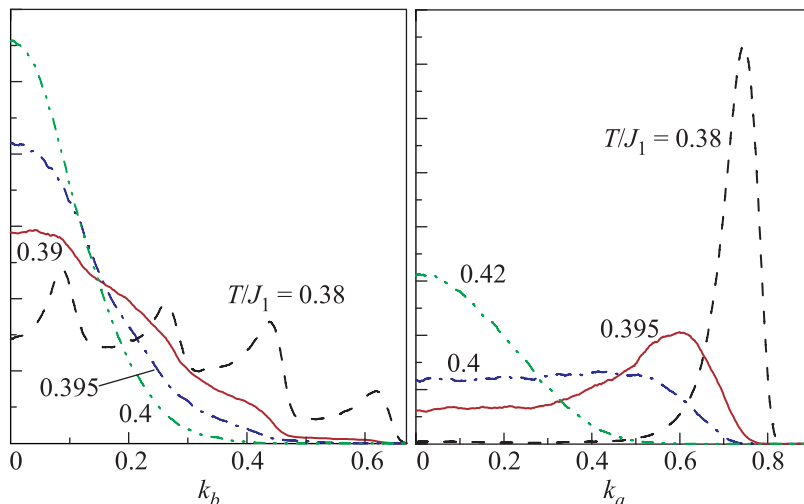


Рис. 9. Распределение киральных параметров порядка k_b и k_a для $L = 45$, $J_3^a = 0.5J_1$ и $J_3^b \approx 0.3J_1$ при различных температурах

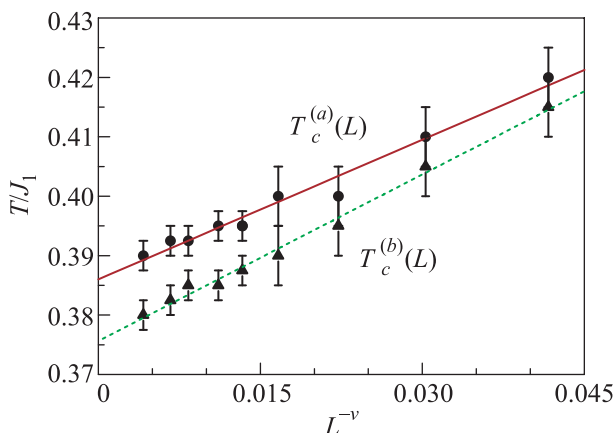


Рис. 10. Оценка температур переходов по киральным параметрам порядка методом анализа гистограмм

исходят три перехода: БКТ, по параметру k_b и по параметру k_a (последние два – изинговского типа).

Таким образом, мы показали, что в модели (1) фаза киральной спиновой жидкости отсутствует вдали от точек Лифшица $J_3^a = 0.25J_1$ и $J_3^b = 0.25J_1$ поскольку переходы по всем трем параметрам порядка происходят при одной температуре в виде перехода первого рода. Однако вблизи от точек Лифшица возможно расщепление переходов по температуре с $T_{\text{BKT}} < T_c^{(a,b)}$ и возникновение спин-жидкостных киральных фаз. Основной результат данной работы отражен на рис. 11.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ # МД-274.2012.2, Фонда “Династия” и грантов РФФИ # 12-02-01234 и 12-02-00498.

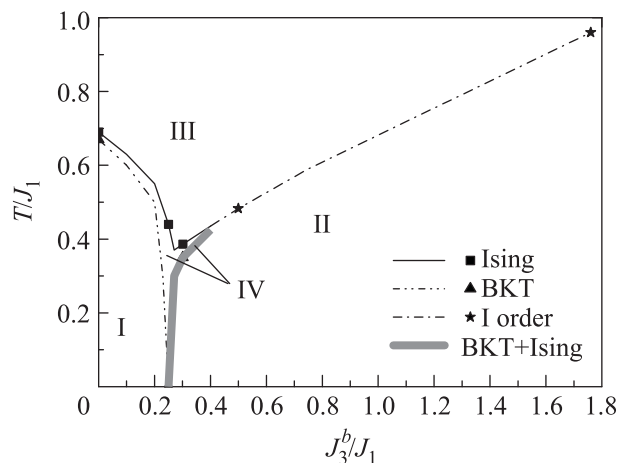


Fig. 11. Схематичная фазовая диаграмма при различных значениях J_3^b и $J_3^a = 0.5J_1$: I и II – квазиупорядоченная фаза спирального магнетика с одним и двумя киральными параметрами порядка соответственно, III – разупорядоченная фаза, IV – фаза киральной спиновой жидкости

1. А. Ф. Андреев, И. А. Грищук, *ЖЭТФ* **87**, 467 (1984).
2. A. V. Syromyatnikov, *Phys. Rev. B* **86**, 014423 (2012).
3. K. Rodriguez, A. Argüelles, A. K. Kolezhuk et al., *Phys. Rev. Lett.* **106**, 105302 (2011); Yu. A. Fridman, O. A. Kosmachev, A. K. Kolezhuk, and V. A. Ivanov, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 097202 (2011) (и ссылки в них).
4. Л. П. Горьков, А. В. Сокол, *Письма в ЖЭТФ* **52**, 1103 (1990); P. Chandra and P. Coleman, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 100 (1991); A. V. Chubukov, *Phys. Rev. B* **44**, 5362 (1991).

5. M. P. Gelfand, R. R. P. Singh, and D. A. Huse, *Phys. Rev. B* **40**, 10801 (1989); A. Moreo, E. Dagotto, T. Jolicœur, and J. Riera, *Phys. Rev. B* **42**, 6283 (1990); A. Chubukov, *Phys. Rev. B* **44**, 392 (1991); J. Ferrer, *Phys. Rev. B* **47**, 8769 (1993).
6. A. Läuchli, J. C. Domenge, C. Lhuillier et al., *Phys. Rev. Lett.* **95**, 137206 (2005); F. Cinti, A. Rettori, M. G. Pini et al., *Phys. Rev. Lett.* **100**, 057203 (2008).
7. H. A. Ceccatto, C. J. Gazza, and A. E. Trumper, *Phys. Rev. B* **47**, 12329 (1993); P. W. Leung and N. W. Lam, *Phys. Rev. B* **53**, 2213 (1996); L. Capriotti, D. J. Scalapino, and S. R. White, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 177004 (2004); M. Mambrini, A. Läuchli, D. Poilblanc, and F. Mila, *Phys. Rev. B* **74**, 144422 (2006); M. Arlego and W. Brenig, *Phys. Rev. B* **78**, 224415 (2008); V. Murg, F. Verstraete, and J. I. Cirac, *Phys. Rev. B* **79**, 195119 (2009); J. Reuther, P. Wölfle, R. Darradi et al., *Phys. Rev. B* **83**, 064416 (2011).
8. L. Capriotti and S. Sachdev, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 257206 (2004).
9. J.-C. Domenge, C. Lhuillier, L. Messio et al., *Phys. Rev. B* **77**, 172413 (2008).
10. С. Е. Коршунов, *УФН* **176**, 233 (2006).
11. А. О. Сорокин and А. В. Сыромятников, *Phys. Rev. B* **85**, 174404 (2012); **86**, 059904(E) (2012).
12. S. E. Korshunov, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 167007 (2002).
13. В. Л. Березинский, *ЖЭТФ* **59**, 907 (1970); **61**, 1144 (1971); J. M. Kosterlitz and D. J. Thouless, *J. Phys. C: Solid State Phys.* **6**, 1181 (1973); J. M. Kosterlitz, *J. Phys. C: Solid State Phys.* **7**, 1046 (1974).
14. А. О. Сорокин, А. В. Сыромятников, *ЖЭТФ* **140**, 771 (2011).
15. А. О. Сорокин, А. В. Сыромятников, *ЖЭТФ* **139**, 1148 (2011).
16. H. Kunz and G. Zumbach, *J. Phys. A: Math. Gen.* **26**, 3121 (1993); H. T. Diep and D. Loison, *J. Appl. Phys.* **76**, 6350 (1994); D. Loison, *Eur. Phys. J. B* **15**, 517 (2000).
17. J. N. Reimers, J. E. Greedan, and M. Björgvinsson, *Phys. Rev. B* **45**, 7295 (1992).
18. K. Binder, *Z. Phys. B* **43**, 119 (1981); *Phys. Rev. Lett.* **47**, 693 (1981).
19. G. Kamieniarz and H. W. J. Blöte, *J. Phys. A: Math. Gen.* **26**, 201 (1993).