

Спиральные структуры в геликоидальных магнетиках

А. Б. Борисов, Ф. Н. Рыбаков¹⁾

Институт физики металлов УрО РАН, 620990 Екатеринбург, Россия

Поступила в редакцию 13 августа 2012 г.

После переработки 18 сентября 2012 г.

Исследованы структура и свойства двумерных спиральных текстур в геликоидальных ферромагнетиках. В этих магнитных средах предсказаны новые типы периодических структур – спиральные решетки.

Различные спиновые текстуры в магнитных системах являются объектом интенсивных теоретических и экспериментальных исследований. В последние годы несомненный интерес вызывает изучение спиновых текстур в геликоидальных ферромагнетиках нецентросимметричных кристаллов, где вследствие взаимодействия Дзялошинского–Мория основным состоянием является одномерно-модулированная фаза – геликоид [1]. Так, в работе [2] такое спиновое упорядочение с краевыми магнитными дислокациями было обнаружено в кубических кристаллах $\text{Fe}_{0.5}\text{Co}_{0.5}\text{Si}$ методами электронной просвечивающей микроскопии. В следующей работе [3] с помощью этих же методов наблюдались одиночные спирали (Swiss-roll-like vortex) в гелимагнетике FeGe с постепенным нагреванием образца от 85 до 200 К. Наконец, недавно была обнаружена скирмионная решетка [4], предсказанная много лет назад [5, 6]. К настоящему времени, помимо скирмионов и их решеток, отсутствует теоретический и численный анализ двумерных структур в гелимагнетиках.

В этой работе аналитическими и численными методами в рамках двумерной модели исследуются структура и свойства спиральных текстур, недавно обнаруженных экспериментально [3]. Получена аналитическая формула для структуры спиралей вне корна. Она согласуется с численными расчетами и позволяет исследовать свойства спиралей, включая их поведение в магнитном поле. Существование одиночных текстур в конденсированных средах (дислокаций, дисклинаций, вихрей, скирмионов и т.д.), как правило, сопровождается образованием их периодических структур. Мы предсказываем новые типы периодических структур в геликоидальных ферромагнетиках – решетки архимедовых спиралей.

Вклад в энергию геликоидального ферромагнетика кубических кристаллов (типа FeGe, MnSi [7]) вносят обменное взаимодействие, внешнее магнитное поле H_z и взаимодействие Дзялошинского–Мория:

$$E_M = \frac{\alpha M^2}{2} \int (\partial_i \mathbf{n})^2 d\mathbf{r} + H_z M \int (1 - n_z) d\mathbf{r} + DM^2 \int \mathbf{n} \cdot (\nabla \times \mathbf{n}) d\mathbf{r}, \quad (1)$$

где $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$ – единичный вектор намагниченности:

$$\mathbf{n} = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta), \quad \mathbf{n}^2 = 1, \quad (2)$$

M – намагниченность насыщения, α – постоянная обмена, D – константа Дзялошинского.

Уравнения Эйлера–Лагранжа для функционала энергии (1) в полярной системе координат (r, φ) имеют вид

$$\frac{4\pi(\sin \theta)^2}{L_D} \left[\phi_{,r} \cos(\varphi - \phi) - \frac{\phi_{,\varphi}}{r} \sin(\varphi - \phi) \right] + \Delta \theta - \frac{\sin(2\theta)}{2} \left(\phi_{,r}^2 + \frac{\phi_{,\varphi}^2}{r^2} \right) - \frac{4\pi^2 h}{L_D^2} \sin \theta = 0, \quad (3)$$

$$\frac{4\pi \sin \theta}{L_D} \left[\frac{\theta_{,\varphi}}{r} \sin(\varphi - \phi) - \theta_{,r} \cos(\varphi - \phi) \right] + \sin \theta \Delta \phi + 2 \cos \theta \left(\frac{\theta_{,\varphi} \phi_{,\varphi}}{r^2} + \theta_{,r} \phi_{,r} \right) = 0, \quad (4)$$

где Δ – оператор Лапласа, а параметры

$$h = H_z/H_D, \quad H_D = D^2 M/\alpha, \quad L_D = 2\pi\alpha/D, \quad (5)$$

как в работе [8].

Для решения уравнений (3), (4) был применен метод минимизации функционала энергии (1). Вычисления были выполнены на сетке высокой плотности, 2048×1024 , таким образом, чтобы угол между направлениями двух векторов в соседних узлах не превышал 10° . Был применен нелинейный метод сопряженных градиентов с аддитивными штрафными функциями, необходимыми для фиксирования нормы векторов (2). Для контроля точности результата рассчитывались первые и вторые производные, а затем – непосредственно невязка уравнений (3),

¹⁾ e-mail: F.N.Rybakov@gmail.com

(4). Алгоритм был реализован на архитектуре nvidia CUDA с использованием мультипроцессоров видеокарт (GPU) для массивных параллельных вычислений и визуализации в режиме реального времени. Использование подобных технологий позволяет многократно повысить скорость/качество решения ряда вычислительных задач, в том числе и микромагнитных [9]. В результате были найдены различные типы спиральных структур, которые описываются далее. Кроме того, с помощью анализа полученных численных результатов удалось провести и аналитическое исследование их структуры и свойств.

Нами была найдена асимптотическая спиральная структура решений (3), (4). Так, для $h = 0$ имеем

$$\begin{cases} \phi \rightarrow \pi/2 + \varphi - NL_D/(2\pi r) + \mathcal{O}(1/r^2), \\ \theta \rightarrow c_1 + c_2 \log(r) - \frac{2\pi}{L_D}r + \\ + N\varphi + \mathcal{O}(1/r) \end{cases} \quad (r \rightarrow \infty), \quad (6)$$

где $N \in \mathbb{Z}$. Происхождение логарифмического термина связано с обменными спиральями [10]. В случае $D \neq 0$ для минимизации (1) необходимо положить произвольную постоянную $c_2 = 0$. Тогда решения для $n_z = \cos(\theta)$ представляют собой $2N$ спиральных домена, разделенных архимедовыми спиральями. Можно показать, что при $h > 0$ асимптотическое решение имеет вид

$$\begin{cases} \phi \rightarrow \pi/2 + \varphi - NL/(2\pi r) + \mathcal{O}(1/r^2), \\ \theta \rightarrow \pi - 2 \operatorname{am} \left[F \left(\frac{\pi - c_1}{2}, \varkappa \right) + \right. \\ \left. + \frac{2K}{L}r - \frac{KN}{\pi}\varphi + \mathcal{O}(1/r), \varkappa \right] \end{cases} \quad (r \rightarrow \infty), \quad (7)$$

где am – функция амплитуды эллиптического интеграла, F – эллиптический интеграл 1-го рода, $K = K(\varkappa)$ – полный эллиптический интеграл 1-го рода. Модуль эллиптического интеграла \varkappa зависит только от h и определяется уравнением

$$\pi \varkappa - 4\sqrt{h}E = 0, \quad (8)$$

где $E = E(\varkappa)$ – полный эллиптический интеграл 2-го рода. Примечательно, что период спиральных витков

$$L = \frac{L_D}{\pi\sqrt{h}} \varkappa K = L_D \frac{4EK}{\pi^2} \quad (9)$$

и совпадает с периодом геликоида [1, 11, 12].

При $N = 0$ решение соответствует предельному случаю $k\pi$ -вихрей [13]. При $|N| = 1$ линии уровня $n_z = \operatorname{const}$ есть архимедова спираль (АС) (при $|N| > 1$ спираль оказывается многорукавной).

Интегрируя функционал (1) для ведущих членов (7), находим энергию, заключенную в k витках ($k > 1$):

$$E_{AS} \simeq E_0[\varepsilon_c + g_1 k^2 + g_2 \log(k)], \quad (10)$$

$$g_1 = 8\pi K^2 (\varkappa^2 - 1), \quad (11)$$

$$g_2 = \frac{4\pi E (2 - \varkappa^2)}{3K\varkappa^4} + \frac{8\pi (\varkappa^2 - 1)}{3\varkappa^4}, \quad (12)$$

где $E_0 = \alpha M^2$, ε_c – безразмерная величина энергии ядра, зависящая только от h и N . Структура ядра спирали уже не выявляется асимптотически. Энергия ε_c была найдена численным методом.

Из (12) следует, что направление закручивания АС и количество ее рукавов не влияют на плотность энергии спирали на удалении от ядра. В связи с этим мы изучали только простейший случай, $N = 1$. Подобный вид АС наблюдался в эксперименте [3].

Как показывает численный расчет, спиральные текстуры как метастабильные состояния могут существовать в окружении либо лабиринтных структур (рис. 1a, b), либо скирмионов (рис. 1c, d), подоб-

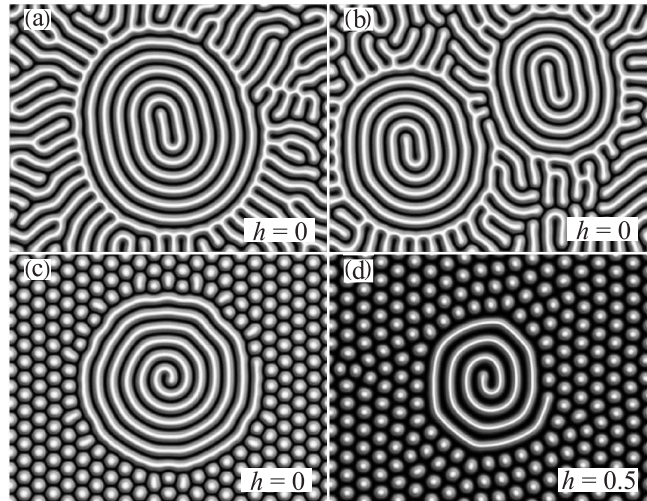


Рис. 1. Рассчитанные АС в окружении различных структур: (a), (b) – АС в лабиринтной структуре; (c) – в скирмионной решетке в нулевом поле; (d) — в поле $h = 0.5$. Светлые участки соответствуют направлению вектора намагниченности против поля, темные – по полю

но статическим спиральным доменам (СД), окруженным лабиринтной доменной структурой [14] либо решеткой цилиндрических магнитных доменов [15, 16] в пленках феррит-гранатов. В этих пленках СД могут содержать до 30 витков [17]. В некоторых же образцах они наблюдаются только как динамические структуры [18]. В формировании статических

СД магнитодипольные взаимодействия играют ключевую роль [19]. Вместе с тем для АС в киральных магнетиках, как и для прочих солитонов с характерными размерами порядка L_D , учет воздействия таких далекодействующих сил не столь критичен [20].

Из рис. 1 видно, что АС немного деформируется под влиянием окружения. Похожие спирали для поля директора наблюдаются в пленках жидких кристаллов [21–23]. Однако поле директора сильно неоднородно по толщине пленки и содержит топологические дефекты [24]. Векторное же поле АС всюду непрерывно и не содержит особенностей, однако топологически нетривиально. Локализованная АС (рис. 1с, d) может быть стянута непрерывной деформацией поля в вихрь Белавина–Полякова [25] с единичным топологическим индексом. Например, при дальнейшем увеличении поля АС на рис. 1d потеряет стабильность и скрутится в такой же скирмион, как любой из окружения.

Для изучения структуры ядра недеформированной АС применялась формула (7) для фиксирования граничных условий. Вычисленная структура АС показана на рис. 2. Заметно, что при увеличении внеш-

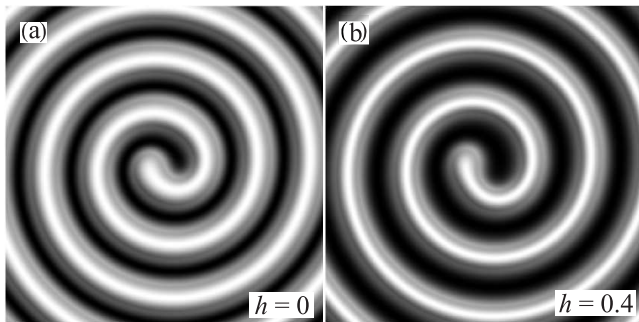


Рис. 2. Рассчитанная структура свободных АС: (а) – в нулевом поле; (б) – в поле $h = 0.4$

него поля период АС увеличивается, а участки витков, намагниченные против поля, утончаются. Рис. 3 показывает, что выражение (10) применимо даже для случая всего двух витков. Значения для $k = 3.5$ немного не укладываются в установленную зависимость из-за приближения к пределам точности вычислительного метода. Требуемая точность возрастает пропорционально k^2 и для $k > 3$ уже сравнима с точностью вычислений. Аппроксимируя полученные зависимости прямой линией (рис. 3), в соответствии с (10) можно рассчитать энергию ядра, выявляя соответствующее значение для $k = 1$. Полученная зависимость

$$\varepsilon_c \simeq 1.0 - 0.6 h, \quad (13)$$

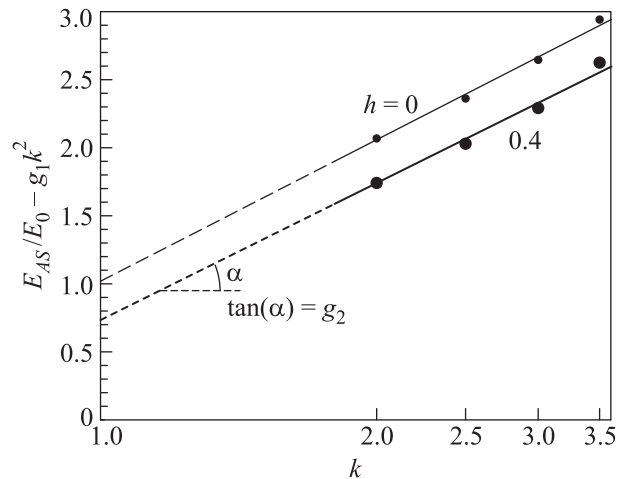


Рис. 3. Зависимость энергии АС (относительно геликоида) от числа витков (в логарифмическом масштабе). Тонкая линия – в нулевом поле, толстая – в поле $h = 0.4$

совместно с формулой (10) может быть использована для высокоточного вычисления энергии АС с любым количеством витков.

Методом минимизации средней плотности энергии с периодическими граничными условиями была найдена новая равновесная фаза – гексагональная решетка архимедовых спиралей (РАС) с различным числом витков. Такие структуры остаются стабильными при малых возмущениях и не трансформируются в геликоидальную фазу. В качестве начального состояния для минимизации выбиралась суперпозиция идентичных предварительно вычисленных уединенных АС. При этом четыре центра располагались по углам прямоугольной ячейки (рис. 4), а один – по



Рис. 4. Найденная структура РАС с пятью витками в нулевом поле. Выделенный сектор – фактическая область расчетов, которая является элементарной ячейкой

середине. В процессе расчета витки приобретали гексагональную форму, а ядра спиралей искажались и

слегка вытягивались. Центральное ядро заметно поворачивалось относительно угловых. На рис. 4 приведена структура равновесной решетки с пятью витками. Хотя эта фаза подобна решеткам СД, наблюдавшимся в определенного рода магнитных пленках феррит-гранатов [26, 16], ее существование обусловлено локальным взаимодействием Дзялошинского–Мория, а не далекодействующими магнитодипольными силами.

Проведенный нами численный анализ энергии различных двумерных структур при нулевой температуре показывает следующее. В нулевом магнитном поле средняя плотность энергии (в единицах E_0/L_D^2) для геликоидальной фазы Дзялошинского $\sigma_D = -19.74$, для РАС $\sigma_{AS} = -19.58$, а для скирмионной решетки $\sigma_S = -18.31$. Отрицательный знак в выражении для энергии связан с отрицательным знаком энергии взаимодействия Дзялошинского–Мория. В магнитном поле при $0 \leq h < 0.2$ значения этих энергий упорядочены как $\sigma_D < \sigma_{AS} < \sigma_S$, а РАС теряет стабильность при $h \approx 0.2$. Поэтому РАС может быть основным состоянием только при отличных от нуля температурах в диапазоне полей $0 \leq h < 0.2$. Поскольку число степеней свободы РАС намного выше, чем у одномерной геликоидальной фазы, ее свободная энергия может оказаться меньше. Для проверки этого утверждения необходимо вычислить свободную энергию системы (при промежуточных температурах, при которых АС фактически и наблюдаются [3]), что в настоящее время не поддается в полной мере ни теоретическому, ни численному анализу. Как метастабильное состояние РАС может быть возбуждена в переменном магнитном поле, как это делается для создания решеток СД [26].

Авторы выражают искреннюю признательность А.Н. Богданову, У.К. Ресслеру, М.В. Садовскому и Н.С. Киселеву за плодотворное обсуждение результатов работы.

1. И. Е. Дзялошинский, *ЖЭТФ* **47**, 992 (1964) [*JETP* **20**, 665 (1964)].
2. M. Uchida, Y. Onose, Y. Matsui, and Y. Tokura, *Science* **311**, 359 (2006).

3. M. Uchida, N. Nagaosa, J. P. He et al., *Phys. Rev. B* **77**, 184402 (2008).
4. X. Z. Yu, Y. Onose, N. Kanazawa et al., *Nature* **465**, 901 (2010).
5. А. Н. Богданов, Д. А. Яблонский, *ЖЭТФ* **95**, 178 (1989) [*JETP* **68**, 101 (1989)].
6. A. Bogdanov and A. Hubert, *JMMM* **138**, 255 (1994).
7. P. Bak and M. H. Jensen, *J. Phys. C* **13**, L881 (1980).
8. U. K. Rößler, A. A. Leonov, and A. N. Bogdanov, *J. Phys.: Conf. Ser.* **303**, 012105 (2011).
9. A. Vansteenkiste and B. Van de Wiele, *JMMM* **323**, 2585 (2011).
10. А. Б. Борисов, Письма в *ЖЭТФ* **73**, 279 (2001) [*JETP Lett.* **73**, 242 (2001)].
11. Ю. А. Изюмов, *УФН* **144**, 439 (1984) [*Sov. Phys. Usp.* **27**, 845 (1984)].
12. Ю. А. Изюмов, *Дифракция нейтронов на длиннопериодических структурах*, М.: Энергоатомиздат, 1987.
13. A. Bogdanov and A. Hubert, *JMMM* **195**, 182 (1999).
14. А. П. Гесь, В. В. Федотова, А. К. Богущ, Т. А. Горбачевская, Письма в *ЖЭТФ* **52**, 1079 (1990) [*JETP Lett.* **52**, 476 (1990)].
15. К. В. Ламонова, Ю. А. Мамалуй, Ю. А. Сирюк, *ФТВД* **6**, 33 (1996).
16. Ju. A. Mamalui and Ju. A. Siryuk, *Bull. Rus. Acad. Sci.: Phys.* **72**, 1026 (2008).
17. М. В. Логунов, В. В. Рандошкин, в сб. *XVIII Всесоюз. конф. по физике магнитных явлений*, ч. 1, Калинин, 1988, с. 235.
18. Г. С. Кандаурова, *УФН* **172**, 1165 (2002) [*Phys. Usp.* **45**, 1051 (2002)].
19. А. Б. Борисов, Ю. И. Ялышев, *ФММ* **79**(5), 18 (1995).
20. N. S. Kiselev, A. N. Bogdanov, R. Schäfer, and U. K. Rößler, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **44**, 392001 (2011).
21. J. M. Gillia and M. Kamayé, *Liq. Cryst.* **11**, 791 (1992).
22. M. Mitov and P. Sixou, *J. Phys. II France* **2**, 1659 (1992).
23. P. Ribière, P. Oswald, and S. Pirkl, *J. Phys. II France* **4**, 127 (1994).
24. P. Oswald, J. Baudry, and S. Pirkl, *Phys. Rep.* **337**, 67 (2000).
25. А. А. Белавин, А. М. Поляков, Письма в *ЖЭТФ* **22**, 503 (1975) [*JETP Lett.* **22**, 245 (1975)].
26. Yu. A. Mamalui and E. N. Soika, *Phys. Stat. Sol.* **184**(a), 437 (2001).