

Двойной резонанс в системе связанных джозефсоновских переходов

Ю. М. Шукринов^{+*×^o1)}, И. Р. Рахмонов^{+×}, К. В. Куликов^{+^o}

⁺Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия

^{*}Max-Planck-Institute for the Physics of Complex Systems, 01187 Dresden, Germany

[×]Физико-технический институт им. Умарова АН РТ, 734063 Душанбе, Таджикистан

^oМеждународный университет природы общества и человека “Дубна”, 141980 Дубна, Россия

Поступила в редакцию 24 августа 2012 г.

После переработки 8 октября 2012 г.

Исследовано влияние LC -шунтирования на фазовую динамику связанных джозефсоновских переходов. Показано, что когда джозефсоновская частота ω_J сравнивается с собственной частотой образованного резонансного контура ω_{rc} , на вольт-амперной характеристике переходов возникают дополнительные ветви (rc -ветви). Исследовано влияние параметров системы на их характеристики. Продемонстрирован двойной резонанс в системе при $\omega_J = \omega_{rc} = 2\omega_{LPW}$, где ω_{LPW} – частота продольной плазменной волны, возникающей при параметрическом резонансе. При этом в интервале базового тока, соответствующем rc -ветви, на сверхпроводящих слоях возникает электрический заряд. Величина заряда определяется точностью выполнения условия двойного резонанса. Приведена оценка возможности экспериментальной реализации исследованных эффектов.

В сильно анизотропных слоистых высокотемпературных сверхпроводниках (ВТСП), например, таких, как BSCCO, сверхпроводящие слои CuO_2 вместе с промежуточными диэлектрическими слоями образуют систему связанных джозефсоновских переходов (ДП) и возникает внутренний эффект Джозефсона [1]. Такая система является одним из перспективных объектов сверхпроводящей электроники, интенсивно исследуемым в настоящее время [2–5]. В частности, широкие возможности для различных применений представляет обнаруженное недавно достаточно мощное когерентное электромагнитное излучение из системы внутренних ДП в терагерцовой области частот [6]. Основные направления исследований здесь связаны с выяснением механизма этого излучения и поиском новых возможностей для дальнейшего увеличения его мощности, которая по последним данным [7] составляет от 150 до 600 мкВт на частоте 0.5 ТГц при использовании нескольких последовательно соединенных систем внутренних ДП. Особый интерес представляет тот факт, что излучение связано с определенной областью на вольт-амперной характеристике (ВАХ), где наблюдается параметрический резонанс [8, 9]. Поэтому исследования данной области ВАХ являются крайне актуальными.

Одним из эффективных способов влияния на свойства системы ДП является ее шунтирование LCR -элементами [10–16]. В частности, шунтирование при-

водит к синхронизации осцилляций сверхпроводящего тока в разных ДП. Джозефсоновские переходы вместе с шунтирующими их LCR -элементами образуют колебательный контур. Когда джозефсоновская частота ω_J сравнивается с собственной частотой контура ω_{rc} , осцилляции в разных ДП подстраиваются под эту частоту. Этот резонанс отражается на ВАХ в виде различных особенностей типа ступеньки [17, 18], горба или провала [19, 20]. В частности, о ступеньках на ВАХ в различных системах ДП с резонансным контуром сообщалось в ряде экспериментальных и теоретических работ [21, 22]. В работе [23] был зарегистрирован пик в интенсивности когерентного электромагнитного излучения из двумерной системы ДП на основе $\text{Nb}/\text{Al}/\text{AlO}_x/\text{Nb}$ при синхронизации осцилляций в разных ДП, обусловленной данным резонансом. В рассматриваемых до настоящего времени моделях ДП с шунтированием не учитывался эффект емкостной связи между переходами, возникающей из-за малости толщины сверхпроводящих слоев в ВТСП. Также не исследовались проявления параметрического резонанса на фазовой динамике данной системы и на ее ВАХ.

В настоящей работе мы исследуем систему ДП в рамках модели с емкостной связью и диффузионным током (ССJJ+DC-модель [8, 24]), шунтированную LC -элементами. Сопротивление R не включено в шунтирующую цепь, чтобы выделить основные эффекты влияния резонансного контура на свойства системы. Мы показываем возможность реализации

¹⁾e-mail: shukrin@theor.jinr.ru

двойного резонанса, т.е. резонанса колебаний LC -контура, джозефсоновских осцилляций и продольной плазменной волны (ППВ), при котором сверхпроводящие слои в системе оказываются заряженными.

Толщина S -слоев в ВТСП ($\sim 3 \text{ \AA}$) сравнима с дебаевской длиной экранирования электрического заряда r_D . Поэтому в отдельном S -слое нет полной экранировки заряда и электрическое поле, наведенное в отдельном джозефсоновском переходе, проникает в соседние. Электрическая нейтральность S -слоев оказывается динамически нарушенной. В случае переменного эффекта Джозефсона возникает емкостная связь между переходами [25]. Когда через слоистую систему связанных ДП проходит внешний электрический ток, сверхпроводящие слои оказываются в неравновесном состоянии из-за инжекции квазичастиц и куперовских пар [26]. Наличие в них нескомпенсированного электрического заряда приводит к необходимости учета дополнительного тока между сверхпроводящими слоями. Этот вклад в квазичастичный ток, обусловленный разностью обобщенных скалярных потенциалов, называют диффузионным током (I_{dif}^l) [27–29]. Можно записать следующие выражения для диффузионного тока:

$$I_{\text{dif}}^l = \frac{\Phi_l - \Phi_{l-1}}{I_c R} = -\frac{Q_l - Q_{l-1}}{4\pi r_D^2 I_c R} = -\frac{Q_l - Q_{l-1}}{2e^2 N(0) I_c R}. \quad (1)$$

Здесь Φ_l есть обобщенный скалярный потенциал сверхпроводящего слоя, R – сопротивление перехода, Q_l – величина плотности заряда на сверхпроводящем слое. Диффузионный ток нормирован на величину критического тока I_c , а $N(0)$ обозначает плотность состояний на уровне Ферми.

В отсутствие полного экранирования заряда в S -слое джозефсоновское соотношение для калибровочно-инвариантной разности фаз между S -слоями $\varphi_l(t)$ обобщается [30]:

$$\frac{\hbar}{2e} \frac{d\varphi_l}{dt} = V_l - \alpha(V_{l+1} + V_{l-1} - 2V_l). \quad (2)$$

Таким образом, в отличие от равновесного случая, производная разности фаз φ_l в l -м переходе зависит теперь не только от напряжения $V_l \equiv V_{l,l-1}$ в данном ДП, но и от напряжений в соседних ДП ($l-1$ и $l+1$). Параметр α характеризует величину емкостной связи между ДП.

Электрическая схема рассматриваемой системы ДП с LC -шунтом представлена на рис.1. Полный ток через систему есть сумма токов через систему ДП (I_j) и шунтирующие элементы (I_{sh}). В рамках

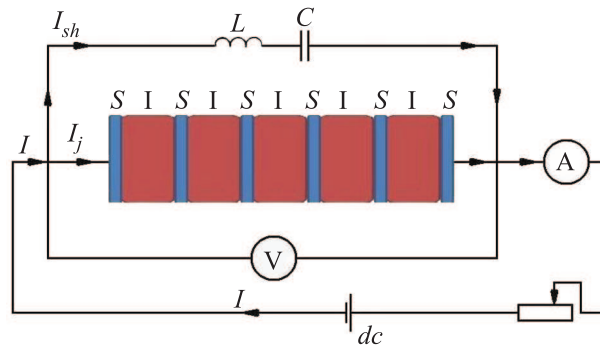


Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема системы джозефсоновских переходов с LC -шунтированием

используемой нами модели ток I_j определяется выражением

$$I_j = C_j \frac{dV_l}{dt} + I_c \sin \varphi_l + \frac{\hbar}{2eR_j} \frac{\partial \varphi_l}{\partial t}, \quad (3)$$

где C_j , V_l , R_j , I_c и φ_l есть емкость, напряжение, сопротивление, критический ток и калибровочно-инвариантная разность фаз l -го ДП соответственно. Ток I_{sh} через шунтирующие элементы определяется выражением

$$I_{sh} = C \frac{\partial u_c}{\partial t}, \quad (4)$$

где C и u_c есть емкость и напряжение, возникающие на шунтирующем конденсаторе. При параллельном соединении, представленном на рис. 1, сумма напряжений на шунтирующих элементах равна сумме напряжений на всех ДП, т.е.

$$LC \frac{\partial^2 u_c}{\partial t^2} + u_c = \sum_{i=1}^N V_i, \quad (5)$$

где L – шунтирующая индуктивность.

Таким образом, динамика калибровочно-инвариантной разности фаз φ_l в l -м ДП определяется следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi_l}{\partial t} = V_l - \alpha(V_{l+1} + V_{l-1} - 2V_l), \\ \frac{\partial V_l}{\partial t} = I - \sin \varphi_l - \beta \frac{\partial \varphi_l}{\partial t} - C \frac{\partial u_c}{\partial t}, \\ \frac{\partial^2 u_c}{\partial t^2} = \frac{1}{LC} \left(\sum_{i=1}^N V_i - u_c \right). \end{cases} \quad (6)$$

Здесь все величины обезразмерены: базовый ток I нормирован на критический ток I_c ДП, время – на обратную плазменную частоту ω_p^{-1} (где $\omega_p = \sqrt{2eI_c/C_j \hbar}$; в дальнейшем мы также используем

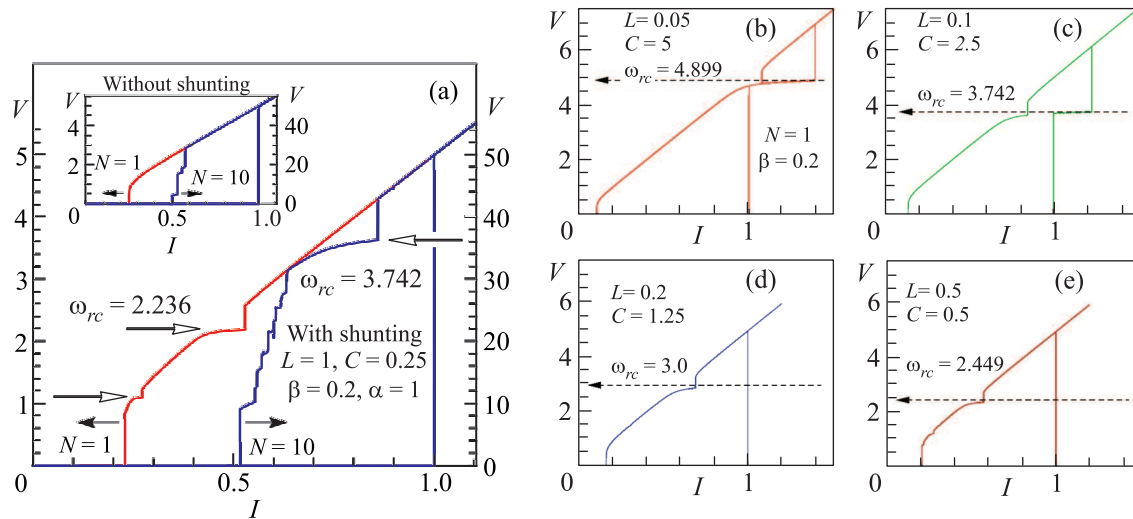


Рис. 2. (Цветной онлайн) (a) – Влияние шунтирования на ВАХ для случаев $N = 1$ и 10 . На вставке показаны соответствующие ВАХ без шунтирования. (b–e) – Демонстрация соответствия положения ступеньки на ВАХ частоте резонансного контура. Уменьшение частоты, определяемой параметрами L и C , приводит к смещению ступеньки вниз вдоль оси напряжений. Расчет проведен для одного ДП

переменную t для обозначения нормированного времени), напряжения V_i и u_c нормированы на $V_0 = \hbar\omega_p/2e$, шунтирующая емкость C – на емкость ДП C_j , а шунтирующая индуктивность L – на $(C_j\omega_p^2)^{-1}$. В системе уравнений (6) введен параметр диссипации в джозефсоновском переходе:

$$\beta = \frac{1}{R_j} \sqrt{\frac{\hbar}{2eI_c C_j}} =$$

$= \frac{1}{\sqrt{\beta_c}}$, где β_c – параметр МакКамбера. Подчеркнем, что в дальнейшем мы используем те же буквенные обозначения для нормированных величин, что и для ненормированных.

Система уравнений (6) решается численно методом Рунге–Кутты четвертого порядка. Ее решение при фиксированном значении внешнего тока I определяет разность фаз $\varphi_l(t)$ и напряжение $V_l(t)$ как функции времени в определенном заданном интервале. Методика расчета ВАХ и временной зависимости электрического заряда соответствует стандартной схеме и изложена в ряде работ [9, 31].

Для определения ВАХ системы ДП вычисляется среднее по времени напряжение $\langle V_i \rangle$ при каждом значении внешнего тока I посредством выражения $\langle V_i \rangle = \frac{1}{T_{\max} - T_{\min}} \int_{T_{\min}}^{T_{\max}} V_i dt$, где T_{\min} и T_{\max} задают интервал времени для усреднения. Полное среднее напряжение системы ДП при данном фиксированном значении базового тока вычисляется как $\langle V \rangle = \sum_{i=1}^N \langle V_i \rangle$. Для вычисления заряда на сверхпро-

водящем слое мы используем уравнение Максвелла: $\text{div}(\epsilon\epsilon_0\mathbf{E}) = Q$. Плотность заряда Q_l на S -слое l (в дальнейшем изложении “заряд”) определяется через значения напряжения в соседних диэлектрических слоях (V_l и V_{l+1}):

$$Q_l = Q_0\alpha(V_{l+1} - V_l), \quad (7)$$

где $Q_0 = \epsilon\epsilon_0 V_0 / r_D^2$.

Полные временные зависимости $V(t)$ и $Q(t)$ складываются из изменений во времени этих величин на каждом шаге по току. Интервал времени, в течение которого записывается временная зависимость, определяется как $\tau + T_{\max}(I_0 - I)/\delta I$, где I_0 является начальным значением тока, с которого регистрируется данная временная зависимость. В наших вычислениях для системы из 10 ДП, если это не указано дополнительно, мы полагали параметр диссипации $\beta = 0.2$ и параметр связи $\alpha = 1$ и использовали периодические граничные условия [31]. Отметим, что величина параметра связи не оказывает существенного влияния на качественные результаты, представленные в настоящей работе. Значение $\alpha = 1$ выбрано для сравнения полученных результатов с опубликованными ранее данными. Итак, мы решаем систему динамических уравнений для разностей фаз и напряжений (6) при фиксированном значении тока I во временном интервале $(0, T_{\max})$ с шагом δt . Часть этого интервала, начиная со значения T_{\min} , используется для процедуры усреднения по времени. В наших расчетах мы использовали в основном значение $T_{\min} = 50$, $T_{\max} = 10000$, $\delta t = 0.05$, $\delta I = 0.0001$, хотя в ряде

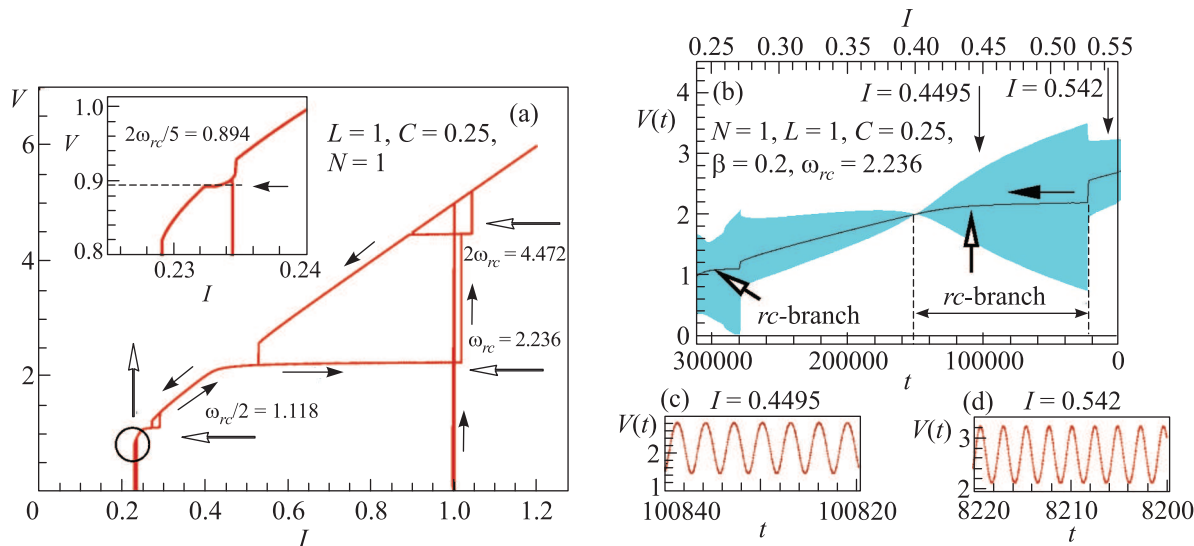


Рис. 3. (Цветной онлайн) (а) – Ветви, соответствующие основному резонансу ($\omega_J = \omega_{rc}$) и трем гармоникам: $\omega_J = 2\omega_{rc}$, $\omega_{rc}/2$ и $2\omega_{rc}/5$. (б) – Временная зависимость напряжения с соответствующей частью ВАХ, рассчитанная при уменьшении базового тока

случаев, когда требовалась более высокая точность, эти параметры менялись. В частности, для получения результатов, представленных на рис. 3а, использовалось значение $T_{\max} = 20000$, на рис. 3б–д – $T_{\max} = 500$ и $\delta I = 0.0005$, а на рис. 4 – $T_{\max} = 300$ и $\delta I = 0.001$. Устойчивость решений проверялась влиянием на ВАХ изменения параметров расчета, в частности удвоения и уменьшения вдвое шага по времени δt . Во всех расчетах к базовому току добавлялся шум с амплитудой $I_{\text{noise}} = 10^{-8}$, генерируемый случайным образом. Для этого использовался генератор случайных чисел. Амплитуда шума нормировалась на величину критического тока I_c .

Как говорили выше, джозефсоновские переходы вместе с шунтирующими их емкостью C и индуктивностью L образуют колебательный контур, собственная частота которого определяется теперь не только величинами L и C , но и суммарной емкостью всех ДП. Следовательно, общая емкость системы определяется выражением $C/(1 + NC)$, а собственная частота контура, нормированная на плазменную частоту, вычисляется по формуле

$$\omega_{rc} = \sqrt{\frac{1 + NC}{LC}}. \quad (8)$$

Как видно из полученной формулы, собственная частота колебаний образованного резонансного контура зависит от числа ДП в системе.

Обсудим вначале изменения на ВАХ системы связанных ДП, которые приносит параллельное соединение системы ДП с данными шунтирующими эле-

ментами L и C . Однопетлевые (при изменении тока от нуля до выбранного максимального значения и обратно до нуля) ВАХ, рассчитанные для случаев $N = 1$ и 10 на основе системы уравнений (6) при $L = 1$ и $C = 0.25$, показаны на рис. 2а. Вольт-амперные характеристики без учета шунтирования представлены на вставке к этому рисунку. Они имеют стандартный вид с гистерезисом и ветвлением в случае $N = 10$ (см., например, [32, 33]). Характеристики с LC -шунтированием демонстрируют ступеньки тока, отмеченные полыми стрелками.

Положение верхней ступеньки на ВАХ для одного ДП соответствует напряжению $V = 2.236$, что совпадает с собственной частотой образованного резонансного контура, рассчитанной при $N = 1$, $L = 1$ и $C = 0.25$ по формуле (8). Это подтверждает, что ступенька на ВАХ возникает в результате резонанса джозефсоновских осцилляций с собственными колебаниями резонансного контура, $\omega_J \approx \omega_{rc}$. При изменении параметров контура, соответствующем уменьшению его собственной частоты, ступенька тока на ВАХ опускается по напряжению. Соответствие положения ступеньки собственной частоте резонансного контура для четырех значений частот продемонстрировано на рис. 2б–е.

На ВАХ для системы из 10 ДП, представленной на рис. 2а, ступенька наблюдается при напряжении $V = 36.24$, что соответствует джозефсоновской частоте $\omega_J = V/N = 3.624$. Расчет по формуле (8) дает близкое значение, $\omega_{rc} = 3.742$. Их разница связана с тем, что на самом деле наблюдаемые ступеньки тока

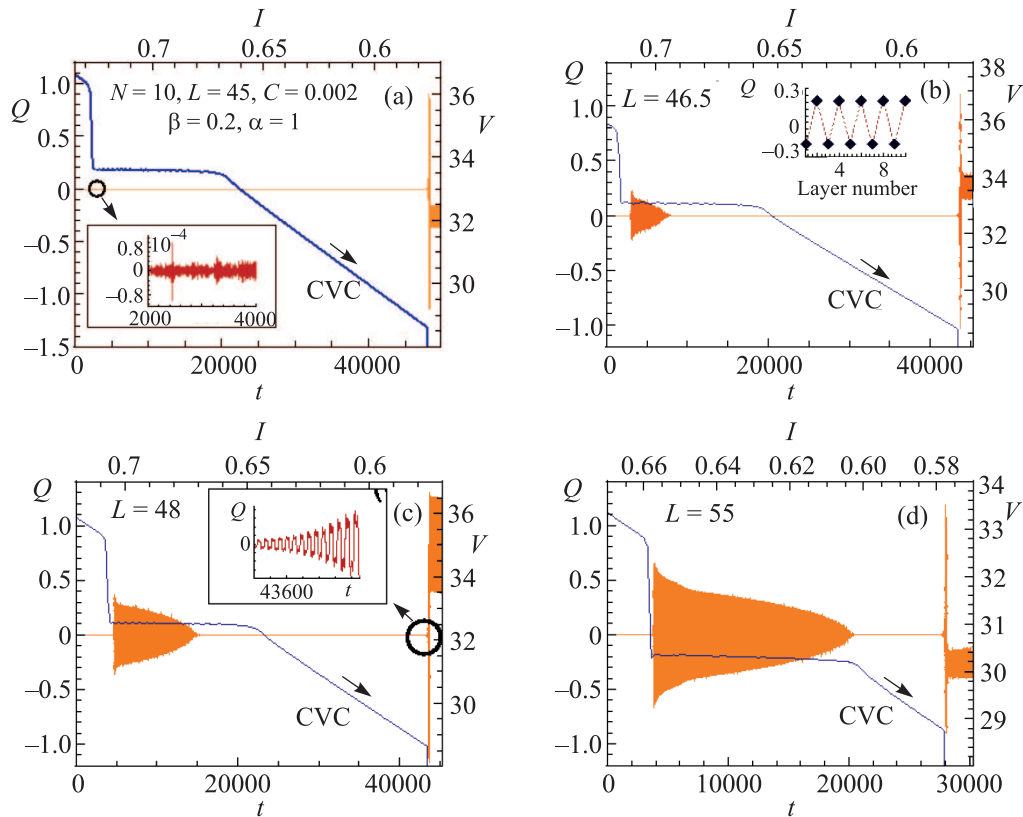


Рис. 4. (Цветной онлайн) Временные зависимости заряда в сверхпроводящем слое с ВАХ в области rc -ветви и в области переключения на внутренние ветви ВАХ при разных значениях L

являются ветвями ВАХ, обусловленными указанным резонансом. Изменение направления тока после выхода на ступеньку позволяет убедиться в этом. На рис. 3а приведены результаты расчета ВАХ для одного ДП с LC -шунтированием, полученные при уменьшении тока в гистерезисной области и последующем изменении его направления после выхода на соответствующую ступеньку тока в интервале 0.2–1.2. Мы видим, что при увеличении базового тока ступеньки оказываются ветвями ВАХ. Таким образом, изменение направления тока позволяет при расчете полностью восстановить каждую ветвь, возникающую при резонансе джозефсоновских осцилляций с колебаниями резонансного контура и его гармониками. На данном рисунке отражены ветви, отвечающие основному резонансу ($\omega_J = \omega_{rc} = 2.236$) и двум его гармоникам ($\omega_J = 2\omega_{rc} = 4.472$ и $\omega_J = \omega_{rc}/2 = 1.118$), полученные в результате такого изменения направления базового тока в каждом случае после прыжка на соответствующую ступеньку. На вставке демонстрируется проявление ветви, соответствующей резонансу $\omega_J = 2\omega_{rc}/5 = 0.894$. Здесь мы не будем затрагивать вопрос о проявлении на ВАХ всех возможных резонансов, который будет подробно исследован в другой работе.

Рассмотрим теперь, как возникновение ветви отражается на временной зависимости напряжения в ДП. Временная зависимость напряжения вместе с соответствующей частью ВАХ, полученная при уменьшении базового тока, приведена на рис. 3б. Мы видим скачки в амплитуде осцилляций напряжения, соответствующие переходам на rc -ветвь и ее гармонику. Полые стрелки указывают их положение вдоль оси напряжений. Область rc -ветви вдоль оси базового тока обозначена штриховыми линиями. Обращение амплитуды в нуль, также отмеченное полый стрелкой, определяет край rc -ветви (границу резонанса). Характер осцилляций напряжения в областях временной зависимости, указанных закрашенными стрелками и соответствующих значениям тока $I = 0.4495$ и 0.542 , приведен на рис. 3с и д. Он не отличается существенно от характерных джозефсоновских осцилляций в гистерезисной области.

В системе связанных ДП, в отличие от одного перехода, джозефсоновские осцилляции могут возбудить продольную плазменную волну с частотой $\omega_p(k) = \omega_p \sqrt{1 + 2\alpha[1 - \cos(kd)]}$, где d – период структуры (сумма толщин сверхпроводящего и диэлектрического слоев) [8, 25, 33]. Как следует из этой формулы, частота продольной плазменной волны, возника-

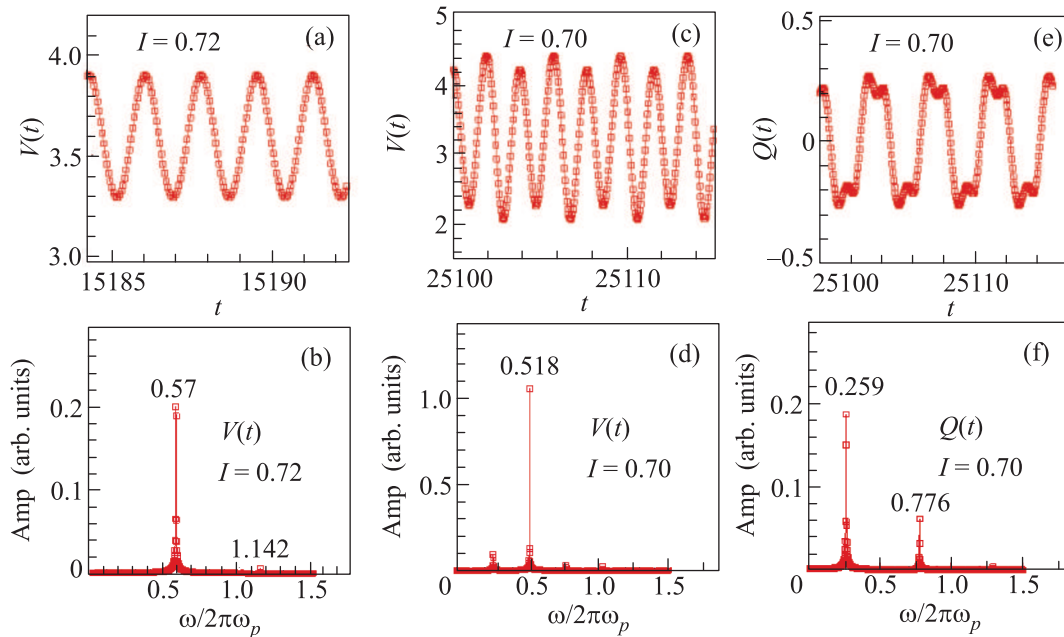


Рис. 5. (Цветной онлайн) (а, б) – Временная зависимость напряжения $V(t)$ и ее фурье-анализ при $I = 0.72$ (перед переходом на rc -ветвь), соответствующие рис. 4с при $L = 48$. (с, д) – То же самое при $I = 0.70$ (после перехода на rc -ветвь). (е, ф) – Временная зависимость заряда $Q(t)$ и ее фурье-анализ при $I = 0.70$

ющей при параметрическом резонансе ($\omega_J = 2\omega_{LPW}$), определяется величиной плазменной частоты ω_p (на обратную величину которой нормировано время), а также значениями параметра связи между ДП и волнового вектора k . В работах [8, 31] продемонстрировано возбуждение продольной плазменной волны, частота которой качественно описывается данной формулой. Детальные исследования временной зависимости электрического заряда на сверхпроводящих слоях и ее фурье-анализ, позволяющий найти соответствующие частоты, проведены в работе [9]. Резонанс джозефсоновских осцилляций с собственными колебаниями резонансного LC -контура также может спровоцировать возбуждение продольной плазменной волны, т.е. в данном случае привести к условию двойного резонанса: $\omega_J = \omega_{rc} = 2\omega_{LPW}$, где ω_{LPW} – частота продольной плазменной волны. Такая ситуация продемонстрирована на рис. 4, где приведены ВАХ вместе с временной зависимостью заряда на сверхпроводящем слое при шунтирующей емкости $C = 0.002$ и различных значениях шунтирующей индуктивности: $L = 45$ (а), 46.5 (б), 48 (с) и 55 (д). Случай (а) соответствует частоте контура $\omega_{rc} = 3.367$. Мы видим на рисунке характерную rc -ветвь, соответствующую данной частоте. На вставке показано, что электрический заряд на сверхпроводящих слоях в области rc -ветви появляется лишь на уровне шума (10^{-8}). Иная картина воз-

никает при значении L , близком к 46.5 ($\omega_{rc} = 3.312$) (рис. 4б). Сразу после выхода на rc -ветвь сверхпроводящие слои оказываются заряженными. Интервал по току, в котором наблюдается заряд на сверхпроводящих слоях, существенно меньше размера самой rc -ветви. При дальнейшем уменьшении ω_{rc} (увеличении индуктивности; см. рис. 4с) наблюдаются рост амплитуды заряда и увеличение интервала по току, соответствующего области “заряженной” rc -ветви. На рис. 4д приведены ВАХ и временная зависимость электрического заряда на S -слое при $L = 55$, что соответствует $\omega_{rc} = 3.045$. В этом случае сверхпроводящие слои оказываются заряженными во всем интервале базового тока, соответствующем rc -ветви, от 0.658 до 0.6.

Рассмотрим теперь, что происходит с временной зависимостью напряжения при уменьшении базового тока после прыжка на rc -ветвь. Зависимость $V(t)$ и результат ее фурье-анализа при $I = 0.72$ (перед переходом на rc -ветвь) приведены на рис. 5а и б. Мы видим характерные осцилляции напряжения, соответствующие джозефсоновской частоте (пик амплитуды фурье-компоненты приходится на частоту $\omega/2\pi\omega_p = 0.57$, т.е. $V = 0.57 \cdot 2\pi \cdot 10 = 35.81$). После перехода на rc -ветвь динамика осцилляций напряжения меняется: возникает дополнительная частота. Соответствующие результаты представлены на рис. 5с и д. Возникновение дополнительной частоты

ты отражает факт появления электрического заряда на сверхпроводящих слоях. Характер осцилляций заряда при $I = 0.70$ (на rc -ветви) и результат фурье-анализа приведены на рис. 5е и f. Значению $I = 0.70$ отвечает напряжение $V = 32.53$ и, соответственно, джозефсоновская частота $\omega_J = 3.253$. Наблюдаемый пик $\omega/2\pi\omega_p = 0.259$ представляет частоту ППВ: $\omega/\omega_p = 0.259 \cdot 2\pi = 1.627$, что находится в согласии с условием параметрического резонанса: $\omega_J = 2\omega_{LPW}$. Распределение заряда вдоль системы ДП, демонстрирующее π -моду продольной плазменной волны с $\lambda = 2d$, показано на вставке к рис. 4б.

Итак, в условиях резонанса джозефсоновских осцилляций с колебаниями LC -контура ($\omega_J = \omega_{LC} = 3.253$), приводящего к появлению rc -ветви на ВАХ, происходит рождение продольной плазменной волны. Этот факт характеризует резонанс джозефсоновских осцилляций с осцилляциями электрического заряда на S -слоях. Дополнительный параметрический резонанс, обусловленный образованным резонансным контуром, мы будем называть контурным параметрическим резонансом ($rcPR$), в отличие от фундаментального параметрического резонанса (fPR), наблюдаемого в отсутствие LC -контура. Таким образом, представленные результаты свидетельствуют о том, что в системе связанных ДП с LC -шунтированием возникает двойной резонанс, т.е. резонанс колебаний LC -контура, джозефсоновских осцилляций и осцилляций электрического заряда ППВ.

Как говорилось выше, наряду с двойным резонансом в системе реализуется fPR в области переключения на внутренние ветви ВАХ. Для полноты картины на вставке к рис. 4с продемонстрированы осцилляции заряда на S -слое при fPR . Анализ характера осцилляций заряда при fPR показывает, что возникновение $rcPR$ и двойного резонанса не изменяет условий появления fPR . Что же будет происходить при дальнейшем уменьшении частоты резонансного контура, когда rc -ветвь приближается по напряжению к точке переключения с верхней ветви ВАХ на внутренние, т.е. при приближении $rcPR$ к fPR ? Проведенные расчеты показывают, что при определенной частоте резонансного контура исчезает интервал по току (разделяющий $rcPR$ и fPR), в котором сверхпроводящие слои не заряжены. При этом fPR сохраняется, но переход с верхней ветви ВАХ на внутренние происходит уже с rc -ветви.

Оценим возможность экспериментальной реализации исследованных эффектов при доступных в настоящее время параметрах резонансного контура L и C . Для оценки используем типичные значения параметров для BSCCO и рассчитаем необходимую ем-

кость шунта при заданной величине индуктивности $L = 50$ пГн. Рассмотрим образец с линейным размером в плоскости $Cu-O$ в один микрон, т.е. площадью $S = 1$ мкм², в котором расстояние между сверхпроводящими слоями составляет $d_I = 12 \cdot 10^{-10}$ м, с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 25$, параметром диссипации $\beta = 0.1$, параметром емкостной связи между ДП $\alpha = 0.1$ и плазменной частотой $\omega_p = 0.5$ ТГц. При этих значениях параметров емкость ДП оказывается равной $C_J = 0.2$ пФ. При реальной индуктивности $L = 50$ пГн расчет безразмерной индуктивности, входящей в формулу (6), приводит к значению $L = 2.5$. Следовательно, для наблюдения rc -ветви на ВАХ при равенстве $LC = 0.5$, определяющем ее частоту согласно формуле (8), достаточно шунтирующей емкости $C_{sh} = 0.04$ пФ. Вольт-амперные характеристики для $N = 1$ и 10 при этих значениях L и C приведены на рис. 6. Мы наблюдаем проявление rc -ветви на

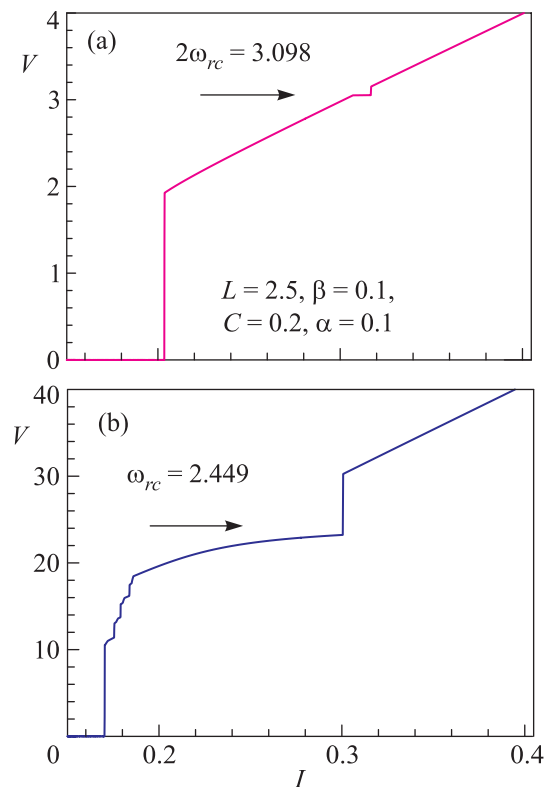


Рис. 6. (Цветной онлайн) Вольт-амперные характеристики для случаев $N = 1$ (а) и 10 (б), рассчитанные при значениях параметров, соответствующих BSCCO

обеих ВАХ: на основной частоте резонансного контура в случае $N = 10$ и на удвоенной частоте в случае $N = 1$. Еще раз подчеркнем, что, в отличие от результатов, представленных на рис. 2а, данный расчет проводился при параметре диссипации $\beta = 0.1$ и

параметре емкостной связи между ДП $\alpha = 0.1$. Наблюдение rc -ветви в гистерезисной области ВАХ при больших значениях индуктивности приводит к необходимости использования меньших значений шунтирующей емкости, что может оказаться критичным для эксперимента. Некоторый простор в выборе значений L и C может обеспечить изменение площади ДП, плазменной частоты, числа ДП в системе, а также выбор слоистого сверхпроводника.

Итак, мы показали возможность возникновения в системе связанных ДП с LC -шунтированием дополнительного параметрического резонанса, обусловленного образованным резонансным контуром. При этом происходит возбуждение продольной плазменной волны с частотой, вдвое меньшей джозефсоновской. Резонанс джозефсоновских осцилляций и колебаний LC -контра служит триггером для параметрического резонанса, обусловленного колебательным контуром. При этом фундаментальный параметрический резонанс в области перехода на внутренние ветви ВАХ сохраняется. Детальное обсуждение свойств двойного резонанса будет проведено в отдельной работе.

Отметим, что нами приведены результаты исследования резонансных свойств, соответствующих верхней ветви ВАХ, когда все ДП находятся во вращательном (резистивном) состоянии. Определенный интерес вызывают эффекты, отвечающие внутренним ветвям ВАХ, когда одна часть джозефсоновских переходов находится во вращательном, а другая – в осциллирующем состоянии. Эти эффекты важны при исследовании когерентного излучения из состояний, соответствующих внутренним ветвям ВАХ, т.к. на них может быть основана перестройка частоты генерируемого электромагнитного излучения.

Авторы считают своим приятным долгом выразить благодарность П. Зайделю, Е. Ильичеву, А. Устинову, М. Фистулю, Л. Фальковскому, М. Гаафару и С. Флаху за плодотворное обсуждение и ценные советы. Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант # 12-02-90901-моб-снг-ст.) и ОИЯИ, Дубна (грант # 12-302-03).

1. R. Kleiner, F. Steinmeyer, G. Kunkel, and P. Muller, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 2394 (1992).
2. A. A. Yurgens, *Supercond. Sci. Technol.* **13**, R85 (2000).
3. T. M. Benseman, A. E. Koshelev, K. E. Gray et al., *Phys. Rev. B* **84**, 064523 (2011).
4. A. E. Koshelev, *Phys. Rev. B* **82**, 174512 (2010).
5. J. Pfeiffer, A. A. Abdumalikov, Jr., M. Schuster, and A. V. Ustinov, *Phys. Rev. B* **77**, 024511 (2008).

6. L. Ozyuzer, A. E. Koshelev, C. Kurter et al., *Science* **318**, 1291 (2007).
7. *Materials of International "Conferences Plasma 2012"*, June 11–14, 2012, Izmir, Turkey, and *"Dubna-Nano 2012"*, July 9–14, 2012, Dubna, Russia (unpublished).
8. Yu. M. Shukrinov and F. Mahfouzi, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 157001 (2007).
9. Yu. M. Shukrinov, F. Mahfouzi, and M. Suzuki, *Phys. Rev. B* **78**, 134521 (2008).
10. P. Hadley and M. R. Beasley, *Appl. Phys. Lett.* **50**, 621 (1987).
11. A. A. Chernikov and G. Schmidt, *Phys. Rev. E* **52**, 3415 (1995).
12. K. Wiesenfeld, P. Colet, and S. H. Strogatz, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 404 (1996).
13. A. B. Cawthorne, C. B. Whan, and C. J. Lobb, *J. Appl. Phys.* **84**, 1126 (1998).
14. G. Filatella, N. F. Pedersen, and K. Wiesenfeld, *Phys. Rev. E* **61**, 2513 (2000).
15. A. N. Grib, P. Seidel, and J. Scherbel, *Phys. Rev. B* **65**, 094508 (2002).
16. M. V. Fistul, *Phys. Rev. B* **75**, 014502 (2007).
17. H. D. Jensen, A. Larsen, and J. Mygind, *Physica B* **165**, 1661 (1990).
18. A. Larsen, H. D. Jensen, and J. Mygind, *Phys. Rev. B* **43**, 10179 (1991).
19. M. Tachiki, K. Ivanovic, K. Kadowaki, and T. Koyama, *Phys. Rev. B* **83**, 014508 (2011).
20. T. Zhou, J. Mao, H. Cui et al., *Physica C* **469**, 785 (2009).
21. К. К. Лихарев, *Введение в динамику джозефсоновских переходов*, М.: Наука, 1985.
22. E. Almaas and D. Stroud, *Phys. Rev. B* **65**, 134502 (2002).
23. P. Barbara, A. B. Cawthorne, S. V. Shitov, and C. J. Lobb, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1963 (1999).
24. Yu. M. Shukrinov, F. Mahfouzi, and P. Seidel, *Physica C* **449**, 62 (2006).
25. T. Koyama and M. Tachiki, *Phys. Rev. B* **54**, 16183 (1996).
26. D. A. Ryndyk, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 3376 (1998).
27. J. Keller and D. A. Ryndyk, *Phys. Rev. B* **71**, 054507 (2005).
28. S. N. Artemenko and A. G. Kobelkov, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 3551 (1997).
29. Ю. М. Шукринов, И. Р. Рахмонов, *ЖЭТФ* **142**, 323 (2012).
30. S. N. Artemenko and A. F. Volkov, *Usp. Fiz. Nauk*, **128**, 3 (1979) [*Sov. Phys. Usp.* **22**, 295 (1979)].
31. Yu. M. Shukrinov, F. Mahfouzi, and N. F. Pedersen, *Phys. Rev. B* **75**, 104508 (2007).
32. W. Buckel and R. Kleiner, *Superconductivity: Fundamentals and Applications*, Wiley-VCH, 2004.
33. Yu. M. Shukrinov and F. Mahfouzi, *Supercond. Sci. Technol.* **19**, S38 (2007).