

ПО ИТОГАМ ПРОЕКТОВ
РОССИЙСКОГО ФОНДА ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
Проект РФФИ # 09-02-00396

Дисперсия проводимости квантовых нанопроволок и выделение джоулева тепла

В. Л. Гуревич

Физико-технический институт им. Иоффе РАН, 194021 С.-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 3 октября 2012 г.

Обсуждается высокочастотная баллистическая проводимость $G(\omega)$ квантовых проволок, соединяющих два классических резервуара. Поперечный размер такой проволоки предполагается порядка длины волны де Бройля электронов проводимости. Дается выражение для $G(\omega)$ в широком интервале частот ω . Исследовано поведение как активной части проводимости $\text{Re}G(\omega)$, так и ее реактивной части $\text{Im}G(\omega)$. Определен частотный интервал, в котором преобладает так называемая кинетическая индукция, т.е. $\text{Im}G(\omega)$ положительна и больше, чем $\text{Re}G(\omega)$. Этот частотный интервал задается условием превышения временем пролета электронов проводимости вдоль длины проводника L периода изменения электрического потенциала $2\pi/\omega$. При прохождении тока через квантовую проволоку джоулево тепло выделяется в резервуаре на расстоянии порядка длины свободного пробега электронов проводимости. Полное джоулево тепловыделение в обоих резервуарах оказывается одинаковым.

В этом коротком обзоре мы расскажем о том, как под действием переменного напряжения

$$V = V_0 \cos(\omega t), \quad (1)$$

приложенного к концам квантовой проволоки, протекает переменный ток. Речь будет идти о проволоке с поперечными размерами порядка длины волны де Бройля электронов проводимости.

На рис.1 схематически изображена квантовая проволока длины L , соединяющая два контакта, или

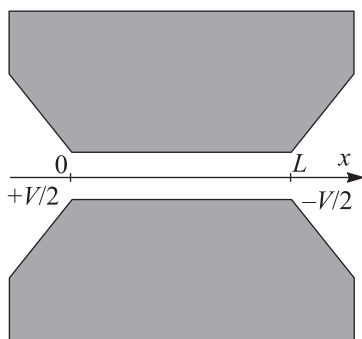


Рис. 1. Схематическое изображение квантовой проволоки, соединяющей классические резервуары, и металлических затворов. На них подается постоянное напряжение, величина которого определяет поперечный размер b проволоки

резервуара, поперечные размеры которых существенно превышают толщину проволоки b . Если к контактам приложено постоянное напряжение V , то, как следует из работ Ландауэра [1] и Имри [2], проводимость на постоянном токе есть

$$G = NG_0, \quad (2)$$

где $G_0 = e^2/\pi\hbar$ – величина, которую можно назвать квантом проводимости, а N – число открытых каналов, т.е. число минизон поперечного квантования, у которых уровень Ферми μ проходит выше дна зоны. Здесь и далее мы для простоты предполагаем, что волны де Бройля проходят из нанопроволоки в резервуары без отражения (для этого радиус кривизны в области их контакта должен превышать, грубо говоря, $b/100$, где b – толщина нанопроволоки [3]).

По аналогии с (2) запишем выражение для $G(\omega)$ в виде

$$G = G_0\Gamma(\omega), \quad (3)$$

где $\Gamma(\omega)$ – безразмерная функция трех параметров, имеющих размерность длины (а точнее, двух безразмерных отношений этих параметров). Такими параметрами являются:

- 1) длина проволоки L ;

2) “длина волны” $2\pi/k$, где $k = \omega/v_F$, v_F – скорость Ферми. Через этот параметр в формулы входит частота ω ;

3) длина экранирования a . Поскольку кинетическая и электродинамическая части задачи одномерны, для обратной величины $\varkappa = 1/a$ получаем [4]

$$\varkappa^2 = \frac{8\pi e^2}{\epsilon} \frac{\partial n_3}{\partial \mu},$$

где n_3 есть объемная концентрация электронов проводимости, ϵ – диэлектрическая проницаемость, μ – энергия Ферми.

Для предельно квантового случая $N = 1$, когда в проводимости участвует один “нижний” канал, в работе Козуба, Мурадова и автора [4] было получено следующее выражение:

$$\Gamma(\omega) = \frac{\gamma^2}{\varkappa^2} \frac{\left(1 - \frac{k^2}{\varkappa^2}\right) \operatorname{th} \frac{\gamma L}{2} - i \frac{k\gamma}{\varkappa^2}}{-\frac{k^2 L \gamma}{2\varkappa^2} + \left(1 - \frac{ik\gamma^2 L}{2\varkappa^2}\right) \operatorname{th} \frac{\gamma L}{2}}. \quad (4)$$

Здесь $\gamma^2 = \varkappa^2 - k^2 \geq 0$. При $k^2 > \varkappa^2$ в выражении (4) следует произвести замену $\gamma \rightarrow \gamma' \equiv i\sqrt{k^2 - \varkappa^2}$. Выражение (4) было получено путем совместного решения кинетического уравнения для электронного газа в поле (1) (см. уравнение (15) настоящей статьи) и уравнения Пуассона для электрического поля:

$$E(x, t) = E(x)e^{-i\omega t}.$$

При этом считалось, что квантовая проволока окружена хорошими металлическими проводниками, такими, как обычно используемые в опыте затворы (*split gates*), которые подавляют переменные электрические поля вне проволоки. Задача о высокочастотной проводимости с иными граничными условиями рассматривалась в работах Сабликова и Шамхаловой [5].

Выражение (4) громоздко и малообозримо. Ниже мы проанализируем его в предельных случаях и обсудим, как его можно обобщить в этих случаях, если в проводимости участвует несколько каналов N . Рассмотрим следующий пример: $n_3 \sim 10^{18} \text{ см}^{-3}$, $\epsilon \sim 10$ (GaAs/GaAlAs). В таком случае длина экранирования $a \equiv 1/\varkappa$ будет порядка 1 нм. Типичное значение L составляет несколько мкм. Для $\omega/2\pi \sim 10^{10} \text{ с}^{-1}$ и $v_F \sim 10^7 \text{ см/с}$ получаем $k = \omega/v_F \sim 10^4 \text{ см}^{-1}$. Это означает, что в данной ситуации, которую мы считаем типичной для современного эксперимента, длина экранирования a оказывается гораздо меньше как L , так и k^{-1} . На рис. 2 схематически изображена зависимость потенциала $\varphi(x, t) \propto e^{-i\omega t}$ от координаты

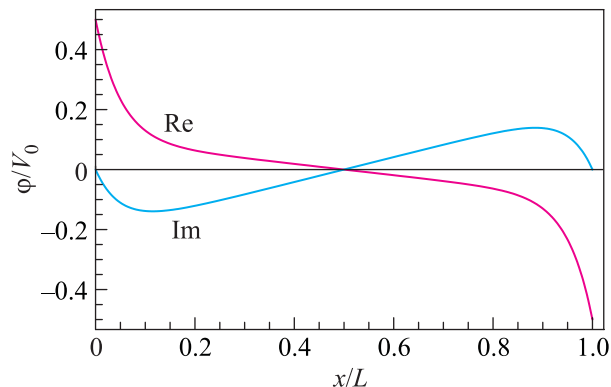


Рис. 2. Зависимость от отношения x/L вещественной и мнимой частей потенциала $\varphi(x)$ для $kL = 1$, $L/a = 20$

x вдоль проволоки, меняющейся в пределах от 0 до L . При этом сам потенциал, очевидно, удовлетворяет условию

$$\varphi(L, t) - \varphi(0, t) = V_0 e^{-i\omega t}.$$

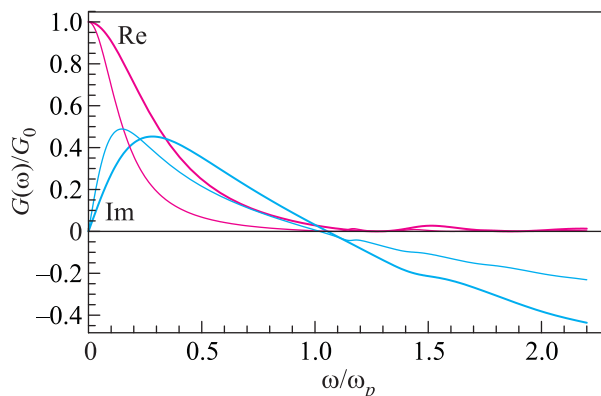


Рис. 3. Зависимости $\operatorname{Re}G(\omega)/G_0$ и $\operatorname{Im}G(\omega)/G_0$ от ω/ω_p , где $\omega_p \equiv \varkappa v_F$ при $L/a = 15$ (жирные линии) и 8 (тонкие линии)

Остановимся подробнее на анализе предельного случая

$$k^{-1}, L \gg a. \quad (5)$$

В данном случае формула (4) принимает вид

$$G(\omega) = \frac{G_0}{1 - ikL/2} = \frac{G_0}{1 - i\omega(L/2v_F)}. \quad (6)$$

Выражение (6) было получено Блантером и Бюттикером [6].

При

$$kL \gg 1 \quad (7)$$

оно описывает реактивный вклад в проводимость за счет кинетической индукции, т.е. за счет инерции

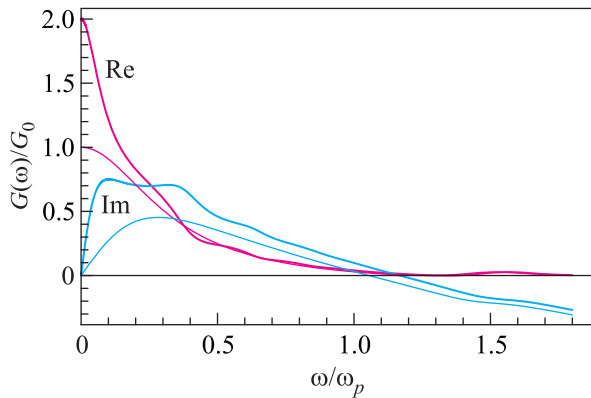


Рис. 4. Зависимости $\text{Re}G(\omega)/G_0$ и $\text{Im}G(\omega)/G_0$ от ω/ω_p для $N = 2$, $v_{F1}/v_{F2} = 3.8$ и $L/a = 8$. Тонкие линии – вклад канала 1

электронов проводимости. Электрическое поле в пределах почти всего образца, за исключением малых участков размером порядка a вблизи его концов может считаться однородным. Физически неравенство (7) означает, что время движения электронов вдоль длины проволоки гораздо больше периода изменения поля (при этом считается, что длина экранирования a гораздо меньше как L , так и k^{-1}).

Физическая картина сохраняется, если в переносе заряда участвует несколько каналов ($i = 1, 2, \dots, N$), каждый из которых характеризуется своим значением скорости Ферми v_{Fi} при условии, что

$$k_i^{-1}, L \gg a, \text{ где } k_i = \omega/v_{Fi}. \quad (8)$$

Тогда вместо (6) получаем [4]

$$G(\omega) = G_0 \sum_i \frac{1}{1 - ik_i L/2} = G_0 \sum_i \frac{1}{1 - i\omega(L/2v_{Fi})}. \quad (9)$$

Интересно проанализировать выражение (4) в противоположном предельном случае, когда длина экранирования a гораздо больше как L , так и k^{-1} , так что экранирование вообще не играет роли. В таком случае получаем [4]

$$G(\omega) = -\frac{2i}{kL} \left[\left(\frac{k}{\varkappa} \right)^2 + e^{ikL/2} \frac{\sin kL/2}{kL/2} - 1 \right]. \quad (10)$$

Проводимость здесь почти всецело определяется реактивным емкостным вкладом (первый член в квадратных скобках). Мы, однако, выписали и второй член. Хотя он и оказывается гораздо меньше первого, но имеет осциллирующий характер как функция частоты. Поэтому можно рассчитывать выделить его в эксперименте.

Выпишем выражение для кинетической индуктивности \mathcal{L}_k для одноканальной проводимости ($N = 1$):

$$\mathcal{L}_k = \frac{c^2}{2G_0 v_F} L. \quad (11)$$

Здесь множитель перед L безразмерен, поскольку $G_0 = e^2/\pi\hbar$ имеет размерность скорости. Эта скорость равна

$$G_0 = 6.96 \cdot 10^7 \text{ см/с.}$$

Величину (11) следует сравнить со вкладом \mathcal{L}_g в геометрическую индуктивность за счет квантовой проволоки. Он равен

$$\mathcal{L}_g = 2L \ln(L/b). \quad (12)$$

Очевидно, что (11) гораздо больше, чем (12), причем это утверждение остается справедливым и для нескольких каналов, пока N невелико.

Обсудим выделение джоулева тепла при прохождении тока. Этот вопрос был рассмотрен в работе Козуба, Мурадова и автора [7] и подробно рассмотрен в обзоре Мурадова и автора [8]. Поэтому здесь мы ограничимся несколькими замечаниями. Полная скорость тепловыделения dQ/dt определяется законом сохранения энергии. Она равна

$$\frac{dQ}{dt} = \text{Re}G(\omega) \overline{V^2}, \quad (13)$$

где черта означает усреднение по времени, т.е. по периоду $2\pi/\omega$. С другой стороны, dQ/dt выражается через скорость возрастания энтропии системы S как

$$\frac{dQ}{dt} = T \frac{dS}{dt}, \quad \frac{dS}{dt} = \int dx \frac{dS(x)}{dt}, \quad (14)$$

где $S(x)$ – плотность энтропии, T – температура (в энергетических единицах, т.е. мы считаем, что постоянная Больцмана $k_B = 1$).

Здесь мы интегрируем по всей системе, включая проволоку и находящиеся с ней в контакте резервуары. Однако полное изменение энтропии в пределах проволоки равно нулю, так как в отсутствие столкновений и суммарного потока энтропии через концы проволоки энтропия сохраняется. Отсюда следует, что при баллистической проводимости тепло выделяется в резервуарах, т.е. процессы переноса заряда и тепловыделения в определенной мере пространственно разделены. Такая же ситуация должна иметь место и в классическом точечном контакте, как указали Кулик, Шехтер и Омелянчук [9].

Для определенности мы рассматриваем одноканальный перенос, т.е. предельно квантовый случай

$N = 1$. Функция распределения удовлетворяет кинетическому уравнению

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial x} + eE \frac{\partial}{\partial p} \right) F_{1p} = \left[\frac{\partial F_{1p}}{\partial t} \right]_{\text{coll}}, \quad (15)$$

$$\left[\frac{\partial F_{1p}}{\partial t} \right]_{\text{coll}} = -\frac{\Delta F_{1p}}{\tau_{1p}}.$$

Здесь p — x -компонента квазиимпульса электрона, $\Delta F_{1p} = F_{1p}^{(0)} - F_{1p}$ — неравновесная часть функции распределения электронов. Правая часть (15) описывает изменение функции распределения вследствие столкновений. Характерное время τ_{1p} столкновений электронов в резервуарах может определяться рассеянием на дефектах, фононах и электрон-электронным рассеянием.

Для скорости возрастания плотности энтропии получаем выражение (нижний индекс “1” далее опускается)

$$\left[\frac{d\bar{S}(x)}{dt} \right]_{\text{coll}} = \frac{1}{\pi\hbar} \int \frac{dp \overline{(\Delta F_p)^2}}{\tau F_p^{(0)} (1 - F_p^{(0)})} = \frac{1}{T} \frac{dQ(x)}{dt}. \quad (16)$$

Величине dQ/dt можно приписать физический смысл скорости генерации плотности тепла. Она существенно положительна, поскольку положительно подынтегральное выражение. Выражение (16) представляет собой среднее по периоду $2\pi/\omega$.

На первый взгляд выражение (16) имеет странный вид. Оно пропорционально скорости релаксационного процесса $1/\tau$, тогда как полное тепловыделение (13) определяется $\text{Re}G(\omega)$ и не может зависеть от τ . Объяснение этого заключается в том, что для получения полного тепловыделения, например, в правом резервуаре (см. рис. 1) нужно проинтегрировать выражение (16) по координате $x' = x - L$ от 0 до ∞ . Имеем

$$\overline{(\Delta F_p(x'))^2} \propto e^{-2x'/\ell}, \quad \text{где } \ell = v_F \tau,$$

так что в результате интегрирования получаем

$$\int_0^\infty dx' \frac{dS(x')}{dt} \propto \frac{1}{\tau} \int_0^\infty e^{-2x'/\ell} dx' = \frac{1}{2} \frac{\ell}{\tau} = \frac{1}{2} v_F, \quad (17)$$

т.е. результат не зависит от τ , как и следовало ожидать. Такой же результат с помощью переобозначения переменных можно получить и для левого резервуара. Из вышеизложенного следуют два важных вывода.

1. Длина свободного пробега электронов проводимости определяет пространственные размеры области резервуара, в которой выделяется тепло. Эти размеры могут быть разными, если различаются длины свободного пробега в резервуарах.

2. Полное тепловыделение в резервуарах оказывается одинаковым.

Как можно наблюдать тепловыделение? Проще всего это сделать, когда преобладают электрон-электронные столкновения. Тогда дело сводится к измерению возрастающей электронной температуры (например, путем наблюдения термоЭДС или же электронного токового шума). Если преобладают электрон-фононные столкновения, то электронный и фононный газы могут иметь одинаковую температуру, если они занимают одинаковый объем. Если же, как это нередко бывает, речь идет о двумерном электронном газе на подложке, большая часть неравновесных фононов может оказаться в подложке и могла бы наблюдаться там. Наконец, нужно сказать о роли упругих столкновений, т.е. рассеяния электронов дефектами кристаллической решетки. Они тоже приводят к диссипации колебательной энергии переменного тока. Вместе с тем состояние с определенной температурой в резервуарах может достигаться, вообще говоря, за счет неупругих столкновений [10] (электрон-электронных и/или электрон-фононных).

До сих пор речь шла о величинах, усредненных по периоду колебаний. Скажем несколько слов по поводу величин, зависящих от времени, т.е. не усредненных. На расстояниях порядка ℓ мы имеем дело с зависящей от времени электронной функцией распределения. Следовательно, можно ожидать, что в резервуаре в непосредственной близости от контакта с проволокой прибор типа болометра будет детектировать также и осцилляции с частотой 2ω и пространственным масштабом $v_F/2\omega$. (Существует еще и обратимый поток тепла типа эффекта Пельтье с частотой ω .) На больших расстояниях это распределение размывается во времени и в пространстве и поток тепла становится стационарным.

Обсудим пределы применимости подхода, основанного на решении кинетического уравнения (15) для электронного газа. Они требуют малости газового параметра:

$$e^2/\epsilon\hbar v_F \ll 1. \quad (18)$$

Однако для $N = 1$ даже при выполнении этого условия может возникать состояние так называемой жидкости Томонага–Латтинджера [11, 12]. Как это влияет на приведенные выше результаты? Данный вопрос обсуждается в работе Афонина и Петрова [13]. Рас-

суждения этой работы для температур $T \gg \hbar v_F/L$ можно использовать для анализа случая частот возмущения $\omega \gg v_F/L$. Вывод состоит в том, что при выполнении условия (7) (случай, который нас в основном и интересует) дело может сводиться только к перенормировке скорости Ферми за счет электрон-электронного взаимодействия. Другие поправки к решению кинетического уравнения (15) для ферми-газа при условии малости параметра $1/kL \ll 1$ оказываются малыми.

Что же касается пределов применимости самого кинетического уравнения (15), то самым серьезным ограничением здесь служит неравенство (18). Часто, однако, на практике возникает ситуация, существенно смягчающая это условие, которая обсуждалась в работе Мурадова и автора [14]. Заключается она в том, что в присутствии затворов (металлических электродов) заряды взаимодействуют как непосредственно, так и посредством “сил изображения”. Это может существенно ограничить их взаимодействие на больших расстояниях.

Итак, в настоящей работе дан краткий обзор теории проводимости квантовых проволок. Для предельно квантового случая приведено выражение для высокочастотной проводимости во всем интервале частот ω , где не играют роли квантовые переходы на какие-либо вышележащие уровни. Даются выражения для многоканальной проводимости в важнейших предельных случаях. Определена область частот, в которой реактивное сопротивление квантовой проволоки может быть описано в терминах кинетической индукции. При этом ее величину можно менять, меняя различные параметры проволоки путем изменения напряжения на затворе. Кинетическая индуктивность позволяет сравнительно легко вводить индуктивные элементы в нанoeлектронные устройства, что в принципе позволяет реализовывать в них фазовращательные элементы.

Обсуждается пространственное распределение джоулевого тепла при прохождении переменного тока. Показано, что тепло выделяется в резервуарах на расстоянии порядка длины свободного пробега электронов. Полное джоулево тепловыделение в обоих резервуарах одинаково.

Автор благодарен за поддержку Российскому фонду фундаментальных исследований (грант #12-02-00191-а). Кроме того, он выражает сердечную благодарность своим коллегам В.В. Афонину, В.И. Козубу и М.И. Мурадову за серьезную помощь в работе над обзором.

1. R. Landauer, IBM J. Res. Develop. **1**, 233 (1957); **32**(3), 306 (1989).
2. Y. Imry, in: *Directions in Condensed Matter Physics* (ed. by G. Grinstein and G. Mazenko), World Scientific, Singapore, 1986, p. 101.
3. Л. И. Глазман, Г. Б. Лесовик, Д. Е. Хмельницкий, Р. И. Шехтер, Письма в ЖЭТФ **48**, 218 (1988).
4. V. L. Gurevich, V. I. Kozub, and M. I. Muradov, J. Phys.: Condens. Matter **22**, 025304 (2010).
5. В. А. Сабликов, Б. С. Щамхалова, Письма в ЖЭТФ **67**, 196 (1998); V. A. Sablikov and B. S. Shchamkhalova, Phys. Rev. B **58**, 13847 (1998).
6. Ya. M. Blanter and M. Büttiker, Europhys. Lett. **42**, 535 (1998).
7. V. L. Gurevich, V. I. Kozub, and M. I. Muradov, J. Phys.: Condens. Matter **23**, 405302 (2011).
8. В. Л. Гуревич, М. И. Мурадов, ФТТ **54**, 625 (2012).
9. I. O. Kulik, R. I. Shekhter, and A. N. Omelyanchouk, Solid State Commun. **23**, 301 (1977).
10. V. L. Gurevich and V. I. Kozub, J. Phys.: Condens. Matter **23**, 245303 (2011).
11. S. Tomonaga, Progr. Theor. Phys. **5**, 544 (1950).
12. J. M. Luttinger, J. Math. Phys. **4**, 1154 (1963).
13. В. В. Афонин, В. Ю. Петров, ЖЭТФ **107**, 542 (2008).
14. M. I. Muradov and V. L. Gurevich, J. Phys.: Condens. Matter **24**, 135304 (2012).