Письма в ЖЭТФ, том 53, вып. 6, стр. 306 - 308 25 марта 1991 г.

ДРОБНЫЕ ФЕРМИОНЫ И ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД В ФЕРМИ-ГАЗЕ

В.Ф.Токарев, З.Л.Хвингия

Институт ядерных исследований АН СССР
117312, Москва

Поступила в редакцию 18 декабря 1990 г.
После переработки 19 февраля 1991 г.

Показано, что в плотном ферми-газе при низких температурах происходит фазовый переход, обусловленный рождением дробных фермионов. Анализируются поправки, связанные с взаимодействием между дробными фермионами.

В некоторых моделях теории поля солитоны, в результате взаимодействия с фермионами, приобретают дробный фермионный заряд [1,2]. Существование дробных фермионов обусловлено наличием нулевого связанного уровня в спектре фермионов. Фермионное число солитона с занятым нулевым уровнем равно 1/2, а со свободным - (- 1/2). При больших плотностях в ферми-газе происходит фазовый переход, связанный с восстановлением спонтанно нарушенной симметрии [3,4]. В данной работе показывается, что до точки восстановления симметрии существует еще один фазовый переход, связанный с рождением дробных фермионов.

Рассмотрим $(1+1)$-мерную модель с лагранжианом [1]

$$L = \frac{1}{2}(\partial\varphi)^2 - \frac{\lambda}{4}(\varphi^2 - c^2)^2 + \bar{\psi} i\hat{\partial}\psi - g_F\bar{\psi}\varphi\psi. \tag{1}$$

В данной модели имеется солитонное решение

$$\varphi_s = \pm \mathrm{cth}(m_H x/2), \quad m_H = \sqrt{2\lambda}c, \quad M = \frac{2}{3}m_H c^2. \tag{2}$$

В плотном ферми-газе ($\mu \gg m_F$) при низких температурах ($T \ll m_F, m_H$) фермионное число солитона определяется вкладом нулевого связанного уровня [5]

$$n_F^s = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\frac{m_F^2}{m_H\mu} \simeq \frac{1}{2}, \qquad m_F = g_F c. \tag{3}$$

(μ - химический потенциал фермионов).

Из (3) следует, что фермиону с энергией $\epsilon = \mu_{cr} = 2M$ энергетически выгодно родить пару солитоов с $n_F^s = 1/2$ и упасть на нулевой уровень. Плотность, при которой фермионы достигают таких энергий, равна $n_{cr} =$

μ_{cr}/π. Дальнейшее сжатие ферми-газа вызывает рождение и нарастание числа солитонных пар. Начиная с $n = n_{cr}$ заполнение фермионных уровней в континууме прекращается и химический потенциал перестает увеличиваться с ростом плотности: $\mu = \mu_{cr} = \mathrm{const}$. Это свидетельствует о наличии фазового перехода и возникновении новой фазы ферми-газа. Давление газа при этом не меняется - газ перестает "пружинить".

Однако, по мере возрастания плотности солитонов (n_s), N_s - кратно вырожденный нулевой уровень расщепляется из-за взаимодействия между солитонами. Вместо уровня с $\epsilon = 0$ возникает тонкая энергетическая зона с шириной

$$\Delta \simeq m_F \exp\{-m_F/n_s\}. \tag{4}$$

Формулы (2), (3) справедливы при $m_F \ll m_H c$, $c \gg 1$, а (4) - при $m_F \ll m_H$ и слегка модифицируется при $m_H \ll m_F \ll m_H c$ (детали будут опубликованы позднее). При $m_F \gtrsim m_H c$ теория возмущений по g_F не справедлива и формулы (2) - (4) теряют смысл.

Плотность свободной энергии системы при нулевой температуре равна

$$\frac{1}{L}F(T=0) \simeq (M_s + \frac{\Delta}{2})n_s + \frac{1}{2}\pi(n_{cr} + \Delta n)^2, \tag{5}$$

$$n_s = 2[n - (n_{cr} + \Delta n)], \qquad \Delta n \simeq \frac{\Delta}{\pi}.$$

Откуда легко получить выражения для химического потенциала и давления газа, учитывающие эффекты взаимодействия между солитонами

$$\mu = \frac{1}{L}\frac{\partial F}{\partial n} = \mu_{cr} + \Delta, \tag{6}$$

$$p = -\frac{\partial F(N)}{\partial L} \simeq p_{cr} + 2M\frac{\Delta}{\pi}, \qquad p_{cr} \simeq \frac{1}{2}\pi(n_{cr})^2. \tag{7}$$

При плотностях солитонов $n_s \sim m_F$, когда $\Delta \lesssim m_F$, зона нулевых уровней начинает перекрываться континуумом, вследствие чего рождение фермионов становится энергетически невыгодным. Поэтому начиная с $\mu \simeq \mu_{cr} + m_F$ химический потенциал плавно увеличивается вплоть до точки восстановления симметрии $\mu_{cr}^{(0)}$. Таким образом, количество рожденных солитонов $n_s \sim m_F$.

Дробные фермионы существуют и в $(3+1)$-мерной теории с триплетом скалярных полей φ^a и дублетом фермионов ψ из $SU(2)$-группы [1]

$$L = -\frac{1}{4}(F^a_{\mu\nu})^2 + \frac{1}{2}(D_\mu\varphi^a)^2 - \frac{\lambda}{4}(\varphi^2 - c^2)^2 + i\bar{\psi}_n(\hat{D}\psi)_n - g_F\bar{\psi}_n T^a_{nm}\varphi^a\psi_m. \tag{8}$$

Солитоном этой модели является монополь т'Хофта - Полякова [6,7] с массой

$$M \simeq \frac{4\pi m_v}{g_v^2}, \qquad m_v = g_v c.$$

Предположим, что $m_F \ll m_H \ll m_v$. Тогда фермионное число монополя в плотном ферми-газе $(\mu \gg m_F)$ при низких температурах $(T \ll m_F)$ равно

$$n_F^M \simeq \frac{1}{2} + \frac{1}{6\pi}\frac{m_v}{\mu} + \frac{8}{\pi}\frac{g_F^2}{\lambda}\frac{\mu}{m_v}. \tag{9}$$

Откуда видно, что при достаточно больших плотностях ($\mu \gg m_v$) фермионное число монополя, как и в $(1+1)$-мерном случае, определяется нулевым связанным уровнем: $n_F^M = 1/2$.

При $g_F \ll g_v\sqrt{\lambda}$, $\mu_{cr} = 2M \ll \mu_{cr}^{(0)}$ и еще до растворения монополей в среде происходит фазовый переход, связанный с "дроблением" фермионов.

Таким образом, холодный ферми-газ при $\mu = \mu_{cr} = 2M$ претерпевает фазовый переход, при котором производные химического потенциала и давления испытывают скачок. Образовавшаяся фаза является промежуточным между фазами $<\varphi>= c$, $m_F = g_F c$ и $<\varphi>= 0$, $m_F = 0$.

Мы благодарны Рубакову В.А. за полезные обсуждения.

Литература

1. Jackiw R., Rebbi C. Phys. Rev. D, 1976, 13, 3398.
2. Niemi A.J., Semenoff G.W. Phys. Rep., 1986, 135, 101.
3. Lee T.D., Wick G.C. Phys. Rev. D, 1974, 9, 2291.
4. Harrington B.J., Yildis A. Phys. Rev. Lett., 1974, 33, 324.
5. Khviengia Z., Tokarev V.F., In: Proceedings of International Seminar "Quarks-90", (World Sci. Publ. Co., Singapore, 1991).
6. Hooft G. Nucl. Phys. B, 1974, 79, 276.
7. Поляков А.М. Письма в ЖЭТФ, 1974, 20, 430.