

Новая схема квантовой оптомеханики

Л. В. Ильичев¹⁾

Институт автоматики и электрометрии СО РАН, Новосибирский государственный университет,
630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 11 декабря 2012 г.

Предлагается оптомеханическая схема взаимодействия фотонной подсистемы, состоящей из двух квантованных мод, и механического осциллятора-зеркала, также рассматриваемого как квантовая система. Обсуждаются условия возникновения легко контролируемой бистабильности положения зеркала. Возможна модификация схемы для обеспечения контролируемой бистабильности положения облака атомарного бозе-конденсата.

DOI: 10.7868/S0370274X13060040

Введение. В последнее время интерес исследователей вызывает взаимодействие колебательных квантовых систем разной природы – фотонных мод и механических осцилляторов (впервые внимание к этому направлению было привлечено работой [1]). Данная область, изучающая способы квантового контроля механического движения [2], которая известна как квантовая оптомеханика, открывает новые перспективы в квантовой метрологии, микро- и нанотехнологии и в инженерии коррелированных квантовых состояний излучения и механических устройств [3].

В традиционной схеме квантовой оптомеханики фигурирует оптический резонатор, одно из зеркал которого (обычно глухое) является механическим осциллятором. Излучение в резонаторе оказывает давление на зеркало. Смещаясь, зеркало меняет длину резонатора и, следовательно, его резонансную частоту. Такого рода связь двух осцилляторов, фотонного и механического, позволяет готовить квантовые состояния обеих подсистем и управлять ими. Например, если фотонная подсистема оказывается более медленной, адиабатически подчиняющей себе механические колебания зеркала, то в ее динамике появляется эффективная керровская нелинейность. Это позволяет, в частности, создавать сжатые состояния поля [4]. Для предмета настоящей работы важно, что упомянутая связь дает возможность осуществлять глубокое охлаждение зеркала до энергии нескольких колебательных квантов [5, 6].

В настоящей работе рассматривается новая схема квантовой оптомеханики с участием двух фотонных мод и механического осциллятора с зеркалом. Перемещения зеркала будут вызывать не смещение

резонансной частоты, как в традиционной схеме, а изменение разности фаз между модами. Как будет показано ниже, механизм обмена фотонами между модами и необратимое поглощение фотонов могут привести к бистабильности положения зеркала. Существует способ эффективно контролировать его положения, варьируя фазу второй фотонной моды.

Модель. Рассмотрим схему, приведенную на рис. 1. Монохроматический источник и 50-

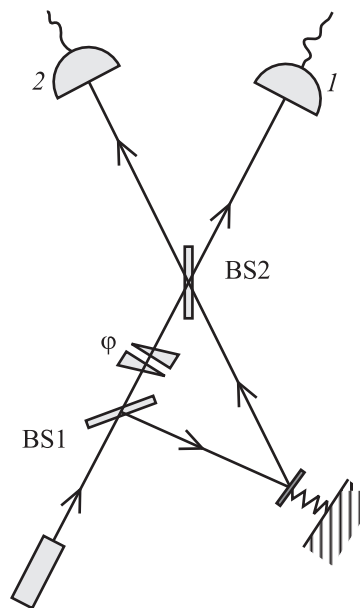


Рис. 1. Оптомеханическая схема. Светоделитель BS1 предназначен для приготовления двух мод. Фотоны моды 2 отражаются от зеркала-осциллятора, а затем “смешиваются” на светоделителе BS2 с фотонами моды 1. Для моды 1 предусмотрена контролируемая фазовая задержка

процентный делитель пучка BS1 используются для возбуждения двух световых мод. Фаза φ моды 1

¹⁾e-mail: leonid@iae.nsk.su

может варьироваться по усмотрению экспериментатора. Излучение в моде 2 отражается от зеркала, способного совершать гармонические осцилляции в направлении своей нормали. Перемещения зеркала меняют оптический путь для моды 2 от BS1 до второго светоделителя, BS2, расположенного в месте пересечения пучков обеих мод. Фотоны мод 1 и 2 поглощаются в детекторах с теми же номерами.

Квантовое кинетическое уравнение для статистического оператора $\hat{\rho}$ системы световых мод и механического осциллятора имеет следующий вид (постоянная Планка везде кроме последнего параграфа принята за единицу):

$$\begin{aligned} \partial_t \hat{\rho} + i[\hat{H}_{\text{osc}}, \hat{\rho}] = \\ = [\lambda(\hat{a}_1^\dagger + \hat{a}_2^\dagger) - \lambda^*(\hat{a}_1 + \hat{a}_2), \hat{\rho}] + \\ + \sum_{i=1,2} \gamma_i [2\hat{b}_i(\hat{x}, \varphi) \hat{\rho} \hat{b}_i^\dagger(\hat{x}, \varphi) - \{\hat{b}_i^\dagger(\hat{x}, \varphi) \hat{b}_i(\hat{x}, \varphi), \hat{\rho}\}]. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь

$$\hat{H}_{\text{osc}} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{\kappa}{2} \hat{x}^2 \quad (2)$$

его гамильтониан зеркала-осциллятора (m – его масса, κ – коэффициент жесткости); \hat{a}_i (\hat{a}_i^\dagger) – оператор уничтожения (рождения) фотона в моде $i = 1, 2$. Первое слагаемое в правой части описывает действие источника. Гармоническая зависимость параметра λ от времени устранена преобразованием операторов рождения и уничтожения. При этом исчезли и собственные гамильтонианы мод, имеющих ту же частоту. Трехчленные структуры Линдблада (фигурными скобками обозначен антикоммутатор) отвечают за процессы поглощения фотонов. Скорости γ_i характеризуют детекторы. Операторы

$$\hat{b}_1(x, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\hat{a}_1 \exp(i\varphi) + i\hat{a}_2 \exp(ikx)], \quad (3)$$

$$\hat{b}_2(x, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{2}} [i\hat{a}_1 \exp(i\varphi) + \hat{a}_2 \exp(ikx)]$$

являются операторами уничтожения фотонов на выходе светоделителя BS2, который для простоты также считается 50-процентным (фазы при прохождении и отражении выбраны наиболее удобным образом, что всегда можно обеспечить переопределением фазы φ). Важным моментом является появление фазы kx у оператора \hat{a}_2 вследствие отражения от зеркала, смещенного на расстояние x . Коэффициент k есть импульс, приобретаемый зеркалом при однократном отражении фотона. Физический смысл этого обстоятельства достаточно прозрачен. Наличие множителя $\exp(ikx)$ при \hat{a}_2 обеспечивает передачу импульса

зеркалу при поглощении фотона из моды 2. Действительно, как следует из структуры последней строки уравнения (1), при единичном пропускании и нулевом отражении (т.е. в отсутствие BS2) каждый “щелчок” второго детектора свидетельствует о появлении в моде 2 фотона, который в силу геометрии системы обязательно отражается от зеркала.

Анализ уравнения (1) будет проводиться в предположении быстрой эволюции фотонной подсистемы по сравнению с механической. В этих условиях важен вид стационарного состояния $\hat{\rho}_{1,2}(x|x) \equiv \hat{\rho}_{1,2}(x'|x'')|_{x'=x''=x}$ фотонных мод при заданном положении x зеркала. Здесь

$$\hat{\rho}_{1,2}(x'|x'') = |\alpha_1(x')\rangle_1 \langle \alpha_1(x'')| \otimes |\alpha_2(x')\rangle_2 \langle \alpha_2(x'')|. \quad (4)$$

Оно представляет собой произведение глауберовских когерентных состояний с параметрами

$$\alpha_1(x) = \frac{\lambda}{2\gamma_1\gamma_2} [\gamma_1 + \gamma_2 - i(\gamma_1 - \gamma_2) \exp(ikx - i\varphi)], \quad (5)$$

$$\alpha_2(x) = \frac{\lambda}{2\gamma_1\gamma_2} [\gamma_1 + \gamma_2 + i(\gamma_1 - \gamma_2) \exp(i\varphi - ikx)]. \quad (6)$$

На масштабе времени, на котором фотонная подсистема уже подстроилась к механической, их совместное состояние имеет вид

$$\hat{\rho} = \int \hat{\rho}_{1,2}(x'|x'') \otimes |x'\rangle \langle x''| \rho(x'|x'') dx' dx'', \quad (7)$$

где $\rho(x'|x'')$ – некоторая эрмитова матрица. Структура правой части (7) позволяет преобразовать уравнение (1) к значительно более простому виду:

$$\begin{aligned} \partial_t \hat{\rho} + i[\hat{H}_{\text{osc}}, \hat{\rho}] = \\ = -\lambda^* [\alpha_1(\hat{x}) + \alpha_2(\hat{x})] \hat{\rho} + \lambda \hat{\rho} [\alpha_1^*(\hat{x}) + \alpha_2^*(\hat{x})] + \\ + 2\gamma_1 \beta_1(\hat{x}) \hat{\rho} \beta_1^*(\hat{x}) + 2\gamma_2 \beta_2(\hat{x}) \hat{\rho} \beta_2^*(\hat{x}). \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь

$$\beta_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\alpha_1(x) \exp(i\varphi) + i\alpha_2(x) \exp(ikx)], \quad (9)$$

$$\beta_2(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} [i\alpha_1(x) \exp(i\varphi) + \alpha_2(x) \exp(ikx)].$$

Заметим, что все члены вида $\hat{a}_i^\dagger \hat{\rho}$ и $\hat{\rho} \hat{a}_i$ сокращаются вследствие структуры (7) статистического оператора. Данное обстоятельство позволяет в уравнении (8) взять след по переменным фотонной подсистемы и рассматривать его как уравнение для статистического оператора $\hat{\rho}_{\text{osc}}$ механического осциллятора.

Пользуясь выражениями (5) и (6), последнее уравнение можно представить в следующем виде:

$$\partial_t \hat{\rho}_{\text{osc}} + i[\hat{H}_{\text{osc}}, \hat{\rho}_{\text{osc}}] =$$

$$= -i[V(\hat{x}), \hat{\rho}_{\text{osc}}] + \gamma[\exp(ik\hat{x})\hat{\rho}_{\text{osc}} \exp(-ik\hat{x}) - \hat{\rho}_{\text{osc}}]. \quad (10)$$

Взаимодействие с фотонными модами изменило динамику осциллятора добавлением потенциальной энергии

$$V(x) = \frac{|\lambda|^2}{\gamma_1\gamma_2}(\gamma_1 - \gamma_2) \cos(kx - \varphi). \quad (11)$$

Кроме того, появились диссипативные члены, описывающие толчки, сообщаемые зеркалу при случайных событиях отражения фотонов. Частота таких событий дается параметром

$$\gamma = \frac{|\lambda|^2}{\gamma_1\gamma_2}(\gamma_1 + \gamma_2). \quad (12)$$

Дальнейшие преобразования кинетического уравнения будем осуществлять в предположении квазиклассичности движения зеркала, т.е. будем полагать малость длины l_x пространственной когерентности его состояния по сравнению с k^{-1} . В этих условиях оправдан переход к уравнению для функции Вигнера, в котором можно удерживать только первые и вторые производные по импульсу зеркала. Тогда функция Вигнера

$$W(x, p) = \int \left\langle x + \frac{y}{2} \middle| \hat{\rho}_{\text{osc}} \middle| x - \frac{y}{2} \right\rangle \exp(-ipy) dy \quad (13)$$

оказывается подчиненной уравнению

$$\begin{aligned} \partial_t W(x, p) + \frac{p}{m} \partial_x W(x, p) + F(x) \partial_p W(x, p) = \\ = D_p \partial_p^2 W(x, p). \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь введены сила

$$F(x) = -\kappa x - \frac{|\lambda|^2 k}{\gamma_1\gamma_2}(\gamma_1 - \gamma_2) \sin(kx - \varphi) \quad (15)$$

и коэффициент диффузии в импульсном пространстве

$$D_p = \frac{1}{2} \gamma k^2. \quad (16)$$

В выражение для силы входит также постоянное слагаемое γk , возникающее из диссипативного слагаемого уравнения (10). Данное слагаемое устранено переопределением нуля координаты x , а также фазы φ , что обеспечивает приведенный вид (15) для силы $F(x)$.

Если на время забыть о диффузии в пространстве импульсов, то легко заметить, что при $\varphi = \pi$ и

$$\kappa < \frac{|\lambda|^2 k}{\gamma_1\gamma_2}(\gamma_1 - \gamma_2) \quad (17)$$

точка $x = 0$ становится неустойчивой, но справа и слева от нее появляются два устойчивых положения зеркала. Положений равновесия может быть и больше. Однако мы будем предполагать появления только двух упомянутых положений.

Обсуждение. Следует отметить необходимость предварительного глубокого охлаждения зеркала в предлагаемой схеме. Этот процесс может быть осуществлен по известной методике, когда зеркало является элементом некоторого оптического резонатора. Этот резонатор должен быть расположен с обратной стороны по отношению к исследуемой схеме, т.е. там, где на рис. 1 условно изображена пружина. В реальности зеркало должно быть укреплено на гибком кронштейне.

Выясним область применимости предположения о квазиклассичности движения зеркала. Длина пространственной когерентности l_x зеркала обратно пропорциональна ширине Δp ее функции Вигнера $W(x, p)$ в пространстве импульсов. Диффузионный член в уравнении (14) способствует увеличению этой ширины. Рассмотрим условия достаточности эффекта от диффузионного слагаемого. Высота потенциального барьера между устойчивыми положениями равновесия должна превышать среднюю кинетическую энергию зеркала для действительной устойчивости этих положений. Следовательно, вместе с предположением квазиклассичности мы имеем двойное неравенство на величину Δp (в следующих далее выражениях восстановлена постоянная Планка):

$$\frac{\hbar^2 k^2}{m} \ll \frac{(\Delta p)^2}{m} \ll \frac{\hbar |\lambda|^2}{\gamma_1\gamma_2}(\gamma_1 - \gamma_2). \quad (18)$$

Величина Δp следует из стационарного решения уравнения (14). Оценим ее. Заметим, что в положениях равновесия x_0 ($F(x_0) = 0$) возникают новые эффективные коэффициенты жесткости $\kappa_0(x_0)$, определяющие линейную часть приращения упругой силы:

$$\kappa_0(x_0) = \kappa - \frac{\hbar |\lambda|^2 k^2}{\gamma_1\gamma_2}(\gamma_1 - \gamma_2) \cos(kx_0). \quad (19)$$

Если зеркало локализовано в пределах Δx вблизи устойчивого положения равновесия, то должно выполняться неравенство

$$\Delta x \ll |x_0|. \quad (20)$$

Заменяя производные в стационарном варианте (14) отношениями конечных разностей с Δp и Δx и грубо оценивая Δx во втором слагаемом в как $\hbar/\Delta p$ (это эквивалентно предположению о близости Δx и длины когерентности), получаем соотношение

$$(\Delta p)^2 \simeq \hbar [m\kappa_0(x_0) + \hbar m\gamma k^2]^{1/2}. \quad (21)$$

При выполнении неравенств (18), (20) и (21) используемое квазиклассическое приближение и предположение о новых устойчивых точках оказываются адекватными.

На рис. 2 представлены положения зеркала при нулевой силе в зависимости от фазы φ . Изобра-

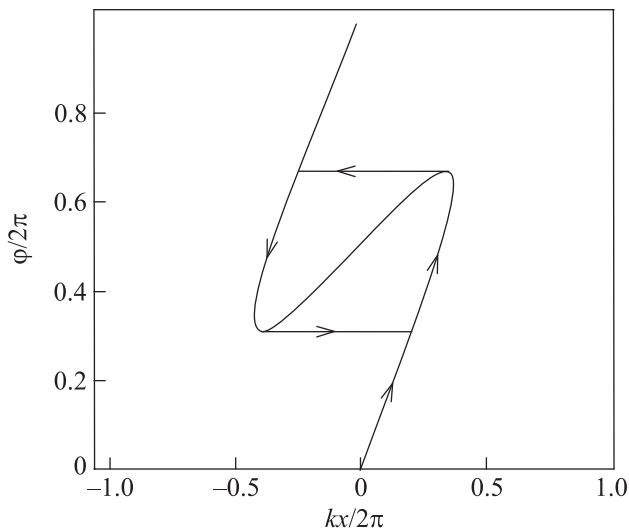


Рис. 2. Положение нуля силы, действующей на зеркало, в плоскости координата зеркала–фаза моды 1 для случая отношения правой и левой частей (17) равного 2.5. Средняя часть кривой является неустойчивой ветвью

жены устойчивые и неустойчивая ветви. Имеет место бистабильность устойчивых положений, между которыми возможно контролируемое переключение варьированием φ . Простота контроля является важным моментом предлагаемой схемы.

Возможна интересная модификация предложенной схемы без осциллирующего зеркала, но с использованием атомарного бозе-конденсата. Зеркало в ней жестко фиксировано, а вместо светоделителя BS2 фигурирует облако конденсированных атомов, на котором происходит рассеяние квантованных световых мод с обменом фотонами между ними. Такая схема рассматривалась в работе [7] в связи с задачей определения статистики фотоотсчетов. Будем считать, что конденсат находится в гармоническом потенциале ловушки. Модификация кинетического уравнения (1) состоит в замене операторов $\hat{d}_i(x, \varphi)$ операторами \hat{a}_i и в появлении гамильтониана взаимодействия мод при их рассеянии на конденсате:

$$\hat{H}_{\text{int}}(\hat{x}) =$$

$$= |\mu| \exp(-ik\hat{x} + i\varphi) \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2 + |\mu| \exp(ik\hat{x} - i\varphi) \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_1, \quad (22)$$

где амплитуда рассеяния задается параметром $|\mu|$, k есть модуль разности волновых векторов мод, а x – координата облака как целого вдоль направления этой разности. Вместо выражений (5) и (6) теперь имеем

$$\alpha_1(x) = \frac{\lambda}{\gamma_1 \gamma_2 + |\mu|^2} [\gamma_2 - i|\mu| \exp(-ikx + i\varphi)], \quad (23)$$

$$\alpha_2(x) = \frac{\lambda}{\gamma_1 \gamma_1 + |\mu|^2} [\gamma_1 - i|\mu| \exp(ikx - i\varphi)]. \quad (24)$$

Структура этих выражений (вид зависимости от x и φ) совпадает со структурой выражений (5) и (6). Поэтому все вышеприведенные рассуждения остаются в силе и мы приходим к выводу о бистабильном положении облака конденсата и возможности переключения между стабильными положениями путем варьирования фазы φ .

Автор благодарен П.Л. Чаповскому за полезные обсуждения. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант #12-02-01130), президиума СО РАН и программы отделения физических наук РАН “Фундаментальная оптическая спектроскопия и ее приложения”.

1. В.Б. Брагинский, А.Б. Манукин, ЖЭТФ **52**, 986 (1967).
2. A. Cho, Science **430**, 516 (2010).
3. T. J. Kippenberg and K. J. Vahala, Science **321**, 1172 (2008); M. Aspelmeyer, P. Meystre, and K. Schwab, Physics Today **65**, 29 (2012).
4. C. Fabre, M. Pinard, S. Bourzeix et al., Phys. Rev. A **49**, 1337 (1994); S. Mancini and P. Tombesi, Phys. Rev. A **49**, 4055 (1994).
5. P. F. Cohadon, A. Heidemann, and M. Pinard, Phys. Rev. Lett. **83**, 3174 (1999).
6. S. Gigan, H. R. Böhm, M. Paternostro et al., Nature **444**, 67 (2006); O. Arcizet, P.-F. Cohadon, T. Briant et al., Nature **444**, 71 (2006); D. Kleckner, Nature **444**, 75 (2006).
7. Л.В. Ильичев, П.Л. Чаповский, ЖЭТФ **137**, 842 (2010).