

# Ионизация и стабилизация атома в квантовом электромагнитном поле

И. А. Буренков<sup>+</sup>, О. В. Тихонова<sup>+\*1)</sup>

<sup>+</sup> Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Скобельцына,  
МГУ им. Ломоносова, 119234 Москва, Россия

<sup>\*</sup> Физический факультет МГУ им. Ломоносова, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 14 декабря 2012 г.

После переработки 14 февраля 2013 г.

В данной работе исследована динамика модельной атомной системы при ее взаимодействии с квантованным электромагнитным полем. Изучен вопрос влияния статистики и среднего числа фотонов в квантовом состоянии поля на процессы ионизации и стабилизации атомной подсистемы. Продемонстрировано формирование состояния с максимальной перепутанностью между атомной и полевой подсистемами в случае взаимодействия с однофотонным полем.

DOI: 10.7868/S0370274X13060143

Прогресс современной экспериментальной физики в области генерации неклассических состояний света привел к необходимости точного описания взаимодействия атомных систем с такими квантовыми электромагнитными полями. При этом экспериментально можно создать целый набор различных неклассических полей от однофотонных состояний [1] и бифотонных пар до состояний “сжатого вакуума” со средним числом фотонов до  $10^7$  [2]. Неклассические состояния света представляют интерес как с фундаментальной, так и с практической точки зрения: фоковские состояния поля и “сжатый вакуум” характеризуются нулевым средним полем, а значит, средняя сила, действующая на заряженные частицы со стороны такого поля, тоже равна нулю. Однако характерное поле определяется дисперсией полевой координаты по квантовому состоянию и может быть достаточно большим, особенно в случае “сжатого вакуума”. Состояния с малым числом фотонов также представляют большой интерес в связи с последними экспериментальными результатами, демонстрирующими эффективное взаимодействие однофотонных состояний с изолированными атомами даже без использования резонаторов высокой добротности [3, 4].

Разработка аналитических подходов требует учета, помимо атомных, полевых степеней свободы, что существенно усложняет задачу. В случае свободного электрона собственные состояния системы атом+поле были получены в [5–7]. Однако описа-

ние процесса ионизации представляет собой отдельную трудную и пока не решенную задачу, поскольку прямое перенесение методов, используемых в полуклассических подходах, здесь оказывается некорректным.

В данной работе задача о взаимодействии атомной системы с квантованным полем исследуется на основе численного интегрирования нестационарного уравнения Шредингера. Поскольку в случае квантового описания электромагнитного поля задача становится более сложной, чем в полуклассическом случае, из-за необходимости описывать эволюцию как атома, так и поля, численное решение также представляет непростую проблему и требует высокой точности и вычислительных мощностей. Зато полностью квантовое описание позволяет учесть квантовую интерференцию различных многофотонных процессов и может выявить существенно новые особенности процесса ионизации в неклассическом поле. Кроме того, квантовый подход дает возможность проанализировать взаимное влияние и возникновение перепутанности между атомной и полевой подсистемами.

**Постановка задачи.** В рамках проведенных исследований мы ограничиваемся одной модой линейно поляризованного электромагнитного поля с собственной частотой  $\omega_0$ . Взаимодействие атома с полем рассмотрено в дипольном приближении, но в  $p$ - $A$ -калибровке, что позволяет выйти за рамки этого приближения в случае, когда учтена пространственная зависимость векторного потенциала от координат. Таким образом, решаемое нестационарное урав-

<sup>1)</sup> e-mail: ovtikhonova@mail.ru

нение Шредингера может быть записано в следующем виде:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left[ \frac{(\hat{p} - \frac{e}{c} A_0 \hat{q})^2}{2m} + V(x) + \frac{\hbar \omega_0}{2} \left( \hat{q}^2 - \frac{\partial^2}{\partial q^2} \right) \right] \Psi, \quad (1)$$

где  $\hat{p}$  – оператор импульса электрона,  $V(x)$  – атомный потенциал, а  $A = A_0 q$  – векторный потенциал электромагнитного поля, представленный в виде произведения безразмерной координаты поля  $q$  и нормировочного множителя  $A_0$ , в общем случае зависящего от объема квантования  $L$ , но фактически определяющего эффективность взаимодействия поля с атомом:

$$A_0 = \sqrt{\frac{4\pi c^2 \hbar}{\omega L^3}}. \quad (2)$$

Последнее слагаемое в (1) описывает гамильтониан квантового полевого осциллятора в представлении “псевдокоординаты”. Атомный потенциал  $V$  выбран в следующем виде (где  $a_0$  – борковский радиус):

$$V(x) = -V_0 \frac{e^{-\sqrt{x^2/a_0^2 + 16}}}{\sqrt{x^2/a_0^2 + 6.27^2}}. \quad (3)$$

Он характеризуется единственным связанным состоянием с энергией  $E_g \approx -0.75$  эВ. Отметим, что хотя атомный потенциал выбран одномерным, такая система проявляет все качественные особенности динамики ионизации реального атома, а ее применимость обоснована в целом ряде работ по исследованию ионизации и стабилизации атомов в классических лазерных полях (см., например, обзор [8] и ссылки в нем). Кроме того, в настоящее время численное решение уравнения Шредингера для электрона в трехмерном атомном потенциале и в сильном неклассическом поле абсолютно нереально ввиду того, что это потребует колоссального времени счета даже на самых мощных из имеющихся вычислительных кластеров.

Начальное условие описывает состояние атома и поля без взаимодействия. Оно выбрано в виде основного состояния атома и некоторого начального состояния поля:

$$\Psi_0 = \psi_g(x) F(q).$$

В качестве начального состояния поля выбирались различные фоковские состояния  $\phi_{k_0}$ , когерентное состояние и состояние “сжатого вакуума”.

Обозначим совокупность констант, образующих множитель перед оператором взаимодействия атома с полем  $\hat{p}\hat{q}$ , через  $\alpha$  и будем называть ее константой взаимодействия. В атомной системе единиц  $\alpha$  принимает значения от нуля до единицы. Для случая

реалистичной микрополости или достаточно малого фокального объема [4] эта величина принимает значения порядка  $10^{-5} - 10^{-3}$  а.е.

**Ионизация в полях с большим числом фотонов.** В случае взаимодействия атома с когерентным состоянием поля с большим средним числом фотонов динамика атомной подсистемы, включая энергетический спектр фотоэлектронов в континууме, соответствует полуклассической картине. Однако даже в этом случае полностью квантовое описание позволяет обнаружить новые эффекты. В частности, за счет обмена энергией между атомом и полем возникают периодические флуктуации среднего числа фотонов в поле. С ростом среднего числа фотонов в когерентном поле относительная величина флуктуаций падает. Поэтому в классическом поле, характеризующемся большим числом квантов, этими флуктуациями можно пренебречь. В случае же малого числа фотонов изменением полевого состояния пренебрегать нельзя, так как вместе с динамикой атомной подсистемы они определяют квантовые корреляции в системе атом + поле.

В случае взаимодействия атома с неклассическими полями могут происходить существенные качественные изменения полевого состояния. На рис. 1а хорошо видно, как поле, изначально находившееся в фоковском состоянии с определенным числом фотонов, периодически переходит в суперпозицию целого набора фоковских состояний, хотя среднее число фотонов не превышает начального. Такое резкое переселение полевых состояний связано с тем, что после включения взаимодействия собственным для системы становится другой базис – базис так называемых одетых состояний. С точки зрения базиса состояний без учета взаимодействия происходит заселение большого числа разных состояний, в том числе с большим числом фотонов. Фактически взаимодействие квантового поля с атомом приводит к смещению координаты полевого осциллятора и возрастанию его частоты. Хотя указанные эффекты зависят от константы взаимодействия  $\alpha$  и могут быть невелики, они приводят к проявлению в динамике полевой подсистемы свойств “сжатых” состояний, т.е. осцилляций дисперсии полевой координаты во времени и преимущественного заселения состояний, отличающихся на четное число фотонов от исходного, что хорошо видно на рис. 1а. Поскольку гамильтониан системы с учетом взаимодействия не зависит от времени, решение (1) может быть найдено с помощью проекции начального состояния на “одетые” состояния, если последние известны. Собственные функции системы атом + поле могут быть найдены из решения

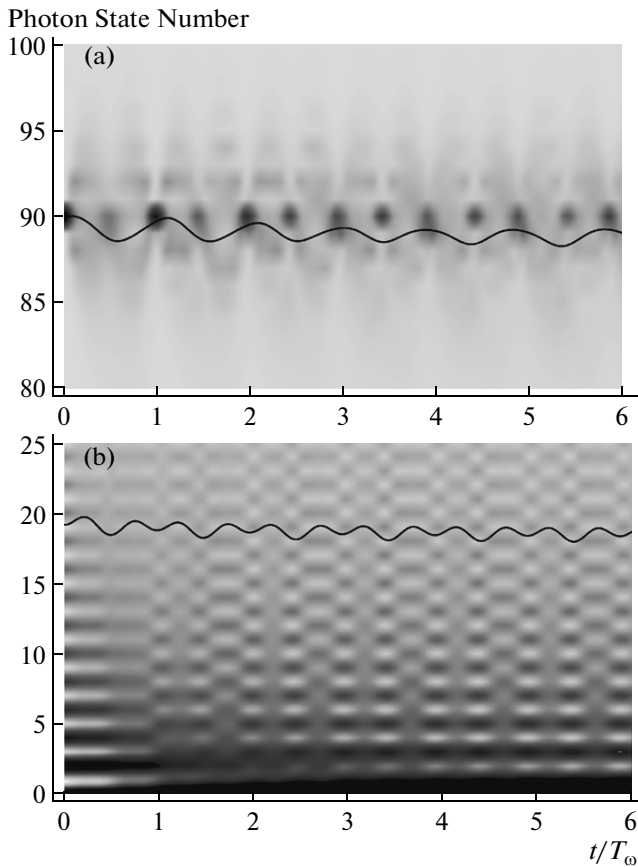


Рис. 1. Распределения поля по собственным состояниям в зависимости от времени. Кривой показано среднее число фотонов. (a) – Для начального фокковского состояния  $|90\rangle$ . (b) – для “сжатого вакуума” со средним числом фотонов  $\langle n \rangle \approx 20$

стационарного уравнения Шредингера. В двух предельных случаях они известны в аналитическом виде. В предельном случае пренебрежимо малого взаимодействия это произведение собственных функций отдельных подсистем. В пределе сильного поля это состояния свободного электрона в квантованном поле [5–7]. В общем случае из-за наличия взаимодействия “одетые” собственные состояния не факторизуются на произведение функций отдельных подсистем, так что как атом, так и поле находятся в “смешанном” состоянии, характеризующемся редуцированной матрицей плотности, усредненной по переменным второй подсистемы.

Наличие дополнительной полевой степени свободы приводит к существенному отличию динамики атома в квантовом поле от результатов полуклассического подхода. На рис. 2 представлены временные зависимости вероятности нахождения атома в связанном состоянии (сплошная кривая), вероятности

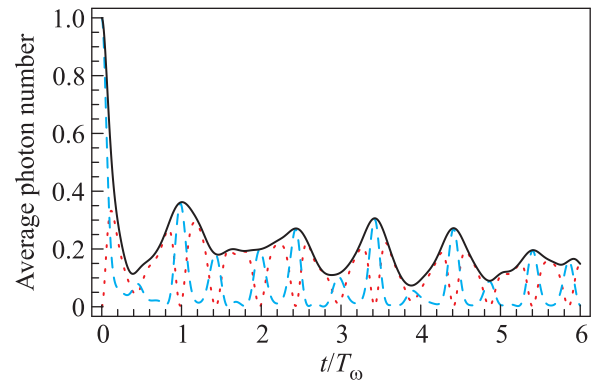


Рис. 2. Вероятность обнаружения атома в связанном состоянии (сплошная кривая), вероятность обнаружения системы в исходном состоянии (штриховая кривая) и их разность, определяющая вероятность того, что атом находится в связанном состоянии, а поле – в отличном от начального (пунктир)

сти заселения исходного состояния  $|\varphi_g \phi_{90}\rangle$  – атом в основном состоянии и 90 фотонов (штриховая кривая), а также их разность (пунктир). Как видно, разность этих вероятностей практически всегда оказывается существенной, кроме некоторых моментов времени, соответствующих локальным максимумам вероятности обнаружить атом в связанном состоянии. Наблюдаемое отличие обусловлено не только перезаселением исходного состояния  $|\varphi_g \phi_{k_0}\rangle$  в процессе взаимодействия, но и заселением большого числа других полевых состояний с другим числом фотонов при условии, что атом находится в исходном основном состоянии. Отмеченный эффект существенным образом влияет на величину вероятности ионизации атомной системы и приводит к ее значительному отличию от полуклассического случая, в котором вероятность того, что система не ионизована, и заселение исходного состояния (при наличии единственного связанного состояния для рассмотренной атомной системы) совпадают.

Заметим, что максимумы на вероятности заселения связанного состояния атома полностью коррелируют с картиной частичного “квантового восстановления” полевого состояния, представленного на рис. 1a и характеризующегося осцилляциями с удвоенной “перестроенной” частотой. Однако наличие переходов в исходное состояние электрона, но с другим числом фотонов  $|\varphi_g \phi_{k \neq k_0}\rangle$  приводит к такому изменению динамики системы, что локальные максимумы вероятности связанного состояния атома приходятся сначала на целое число периодов поля (с учетом подвижки частоты поля), а затем на полуцелое число периодов (рис. 2). Таким образом, заселение

состояний  $|\varphi_g \phi_{k \neq k_0}\rangle$  играет важную роль и определяет временную динамику вероятности ионизации атома. Отмеченные эффекты характеризуют принципиальное отличие поведения атомной подсистемы от случая классических полей. Поэтому для описания динамики атома в квантовом поле некорректно прямое применение теоретических подходов, известных в полуклассическом случае, как это было сделано в [7] для обобщения подхода Келдыша на случай квантованного поля, а заселение вышеупомянутых состояний должно быть аккуратно учтено.

Еще одним важным и интересным эффектом, обусловленным заселением различных полевых состояний в процессе взаимодействия с атомом, является стабилизация атома по отношению к процессу ионизации. Поскольку оператор взаимодействия имеет диагональный (связанный с  $\mathbf{A}^2$ ) и недиагональный вклады по атомным переменным, в системе возможны следующие  $\Lambda$ -переходы, приводящие к перезаселению исходного атомного состояния:

$$|g, k_0\rangle \rightarrow |g, k\rangle \rightarrow |g, k'\rangle, \quad (4)$$

$$|g, k_0\rangle \rightarrow |E, k\rangle \rightarrow |g, k'\rangle. \quad (5)$$

Также возможны многофотонные переходы более высокого порядка, которые могут включать свободно-свободные переходы:

$$|g, k_0\rangle \rightarrow |E, k\rangle \rightarrow |E', k'\rangle \rightarrow |E'', k''\rangle \rightarrow |g, \tilde{k}\rangle. \quad (6)$$

Интерференция отмеченных каналов, а также каналов большего порядка многофотонности приводит к немонотонной зависимости вероятности ионизации как от времени, так и от характерной интенсивности поля, т.е. от среднего числа фотонов в исходном состоянии. На рис. 3 представлены зависимости вероятности ионизации от времени для различного начального числа фотонов в фоковском состоянии поля. Видно, что вероятности ионизации существенно немонотонны. Достаточно сложно определить, для какого начального состояния поля стабилизация происходит эффективнее. Однако если сравнить вероятности ионизации в момент времени  $t_f = 6T_\omega$ , т.е. через целое число периодов поля (рис. 4), то хорошо видно, что вероятность ионизации изменяется существенно немонотонно в зависимости от начального числа фотонов. Это и свидетельствует о стабилизации атомной системы в неклассическом электромагнитном поле.

Известно несколько механизмов стабилизации, описанных теоретически в [8–11] для случая классических полей. Механизм стабилизации Крамерса–Хеннебергера в классическом поле [11, 8] базируется,

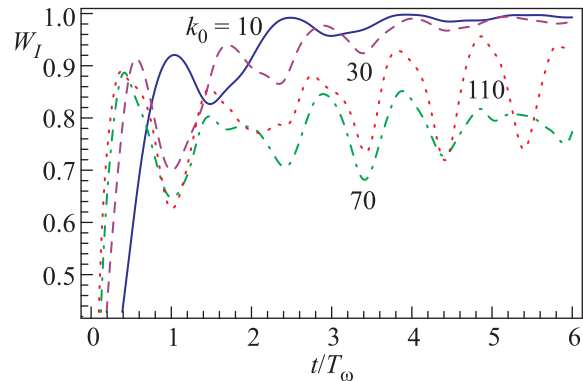


Рис. 3. Вероятность ионизации в зависимости от времени для различного числа фотонов в начальном состоянии поля

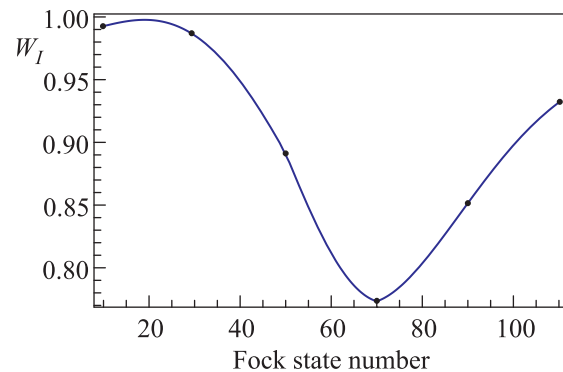


Рис. 4. Вероятность ионизации на момент времени  $t = 6T_\omega$  в зависимости от начального числа фотонов

в частности, на переходе в систему отсчета, связанную с осциллирующим свободным электроном в поле электромагнитной волны. Однако для фоковского поля и состояния “сжатого вакуума” амплитуда осцилляций свободного электрона оказывается мала, так как сила, действующая на электрон со стороны поля, практически равна нулю. Поэтому провести рассуждения, аналогичные подходу Крамерса–Хеннебергера, не представляется физически оправданным. Природа наблюдаемой стабилизации атома в неклассическом поле обусловлена интерференцией различных каналов перехода в континуум с учетом перезаселения состояний переходами  $\Lambda$ -типа (4), (5). Влияние перезаселения за счет свободно-свободных переходов (6) является существенным, если несколько надпороговых максимумов в спектре фотоэлектрона оказываются сравнимыми по вероятности. Отметим, что интерференционная природа стабилизации Крамерса–Хеннебергера атомных систем в классическом поле была продемонстрирована в [12] в условиях, когда амплитуда осцилляций свободного электрона в лазерном поле пренебрежи-

мо мала. При этом важную роль играло перезаселение состояний континуума свободно-свободными переходами  $\Lambda$ -типа. При наличии единственного атомного состояния в квантовом поле реализуется дополнительная возможность перезаселения за счет переходов  $\Lambda$ -типа (4) и (5). Это дает дополнительные каналы для интерференции по сравнению с полуклассическим подходом, не учитывающим изменение состояния поля.

Рассмотрим теперь взаимодействие атомной системы еще с одной разновидностью неклассических полей – состоянием “сжатого вакуума”. Интересно проследить изменение состояния поля в процессе взаимодействия, представленное на рис. 1b. Хорошо видно, что если в начальный момент населены только четные состояния, то в процессе взаимодействия с атомной подсистемой происходит перезаселение в нечетные состояния, за исключением вакуумного канала. Случай “сжатого вакуума” привносит специфику и в процесс ионизации: так как начальное состояние поля со значительной вероятностью содержит вакуумное состояние, вероятность ионизации в таком поле всегда оказывается меньше единицы. Однако за счет широкого распределения по фоковским состояниям даже в случае малого среднего числа фотонов вероятность многофотонных процессов оказывается значительно выше, чем в фоковском поле. Это приводит к существенному превалированию высокоэнергичных пиков в спектре фотоэлектронов в случае “сжатого вакуума” по сравнению с энергетическим спектром в фоковском поле с тем же средним числом фотонов.

**Ионизация в полях с малым числом фотонов.** Большой интерес представляет также процесс ионизации в неклассических полях с малым числом фотонов, когда основную роль играют процессы с поглощением или испусканием только одного фотона. В условиях высокой эффективности взаимодействия фотона с атомом истощение исходного атомного состояния может оказаться существенным, что лежит за рамками пертурбативных подходов. Поэтому данная задача также решалась численным методом.

В отличие от случая большого числа фотонов, когда для фиксированного состояния атома возможно заселение большого числа различных фоковских состояний, при взаимодействии с одним фотоном между вероятностью ионизации и числом фотонов устанавливается почти точное взаимно однозначное соответствие. Процесс ионизации характеризуется поглощением фотона в системе, т.е. уменьшением вероятности обнаружения фотона. При этом когда вероятность ионизации достигает значения  $1/2$ , атом и поле

образуют белловское состояние, характеризующееся максимальной перепутанностью (рис. 5). Указанное

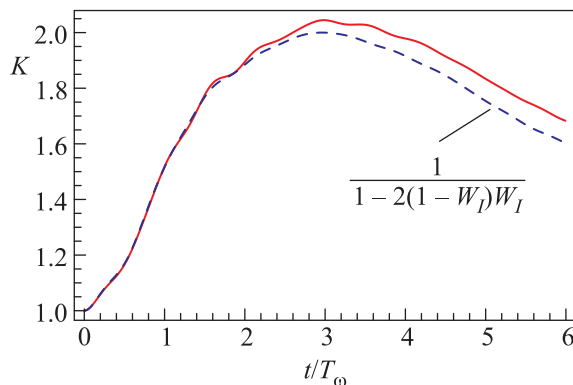


Рис. 5. Число Шмидта, вычисленное из точной редуцированной матрицы поля (сплошная линия) и по приближенной формуле (10) через вероятность ионизации (штриховая линия)

состояние соответствует тому, что с вероятностью  $1/2$  атом ионизован и при этом фотонов нет, а с вероятностью  $1/2$  электрон связан и в системе имеется один фотон. Перепутанность означает, что проводя измерения ионизационного отклика атома, можно получить информацию о состоянии поля, и наоборот. Для оценки перепутанности был использован хорошо известный из литературы параметр Шмидта. Он может быть определен из редуцированной матрицы плотности одной из подсистем  $\rho_r$  по следующей формуле [13]:

$$K^{-1} = \text{Tr}[\rho_r^2]. \quad (7)$$

Элементы редуцированной матрицы могут быть вычислены следующим образом:

$$(\rho_r)_{ij} = \int dq' \phi_i^*(q') \int dq \phi_j(q) \int dx \psi(x, q) \psi^*(x, q'). \quad (8)$$

В случае ионизации однофотонным фоковским полем недиагональные элементы оказываются малыми и редуцированная матрица плотности, характеризующая состояние поля, может быть приближенно записана как

$$\rho_r \approx \begin{pmatrix} \rho_{00} & 0 & \dots \\ 0 & \rho_{11} & \dots \\ \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_I & 0 & \dots \\ 0 & 1 - W_I & \dots \\ \dots & \dots & 0 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

где  $\rho_{ii}$  – вероятность обнаружения  $i$  фотонов в системе, а  $W_I$  – вероятность ионизации атома. Это позволяет получить приближенное выражение для чис-

ла Шмидта в очень простом виде, через вероятность ионизации:

$$K = \frac{1}{1 - 2W_I(1 - W_I)}. \quad (10)$$

На рис. 5 представлена временная динамика параметра Шмидта, рассчитанного точно и по приближенной формуле (10). Видно, что обе кривые близки и достигают  $K_{\max} \approx 2$  на временах, соответствующих вероятности ионизации  $W_I \approx 1/2$ . Таким образом, выражение (10) дает хорошее качественное и количественное описание перепутанности атома с полем в случае взаимодействия с одним фотоном (рис. 5).

**Основные результаты и выводы.** В данной работе впервые получено точное численное решение задачи о ионизации атомной системы в квантованном электромагнитном поле. Рассмотрены режимы ионизации при различных начальных состояниях поля. Продемонстрировано возникновение стабилизации атомной системы по отношению к процессу ионизации в неклассическом поле. Рассмотрены различные режимы ионизации. Выявлены особенности данного процесса, обусловленные заселением большого числа различных полевых состояний при фиксированном атомном состоянии за счет переходов  $\Lambda$ -типа (4) и (5), не имеющих аналога в случае классических полей. Рассмотрено взаимодействие системы с единственным фотоном. Обнаружена перепутанность атомной и полевой подсистем. Продемонстрирована возможность создания максимально перепутанного состояния между полевой и атомной подсистемами.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты # 12-02-00064 и 12-02-31232-мол\_а), а также некоммерческого фонда “Династия” (программа поддержки молодых ученых, работающих в области теоретической физики). Численные расчеты выполнены с использованием суперкомпьютерного комплекса СКИФ-МГУ “Чебышев”.

1. M. D. Eiseman, J. Fan, A. Migdall, and S. V. Polyakov, *Rev. Sci. Instrum.* **82**, 071101 (2011).
2. I. N. Agafonov, M. V. Chekhova, and G. Leuchs, *Phys. Rev. A* **82**, 011801(R) (2010).
3. M. Sondermann, R. Maiwald, H. Konermann et. al., *Appl. Phys. B* **89**, 489 (2007).
4. M. K. Tey, Z. Chen, S. Aljunid et al., *Nature Phys.* **4**, 924 (2008).
5. I. Berson, *Sov. Phys. JETP* **29**, 871 (1969).
6. J. Bergou and S. Varro, *J. Phys. A: Math.* **14**, 1469 (1981).
7. I. A. Gonoskov, G. A. Vugalter, and V. A. Mironov, *JETP* **105**, 1119 (2007).
8. A. M. Popov, O. V. Tikhonova, and E. A. Volkova, *J. Phys. B* **36**, R125 (2003).
9. M. V. Fedorov and A. M. Movsesian, *J. Phys. B* **21**, L155 (1988).
10. M. V. Fedorov, *Atomic and Free Electrons in a Strong Light Field*, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 1997.
11. M. Gavrila, *J. Phys. B* **35**, R147 (2002).
12. M. V. Fedorov, A. M. Popov, and O. V. Tikhonova, *Phys. Rev. A* **65**, 053404 (2002).
13. R. Grobe, K. Rzazewski, and J. H. Eberly, *J. Phys. B* **27**, 2503 (1994).