

Вычисление вязкости $SU(2)$ -глюодинамики в рамках моделирования КХД на решетке

В. В. Брагута^{+,*}, А. Ю. Котов⁺

⁺Институт теоретической и экспериментальной физики, 117218 Москва, Россия

^{*}Институт физики высоких энергий, 142281 Протвино, Россия

Поступила в редакцию 14 июня 2013 г.

Представлены результаты вычисления вязкости $SU(2)$ -глюодинамики в рамках моделирования КХД на решетке при температуре $T/T_c = 1.2$. Расчеты проведены с помощью формулы Кубо, которая связывает вязкость и спектральную плотность коррелятора тензора энергии-импульса. Для вычисления коррелятора тензора энергии-импульса используется численное моделирование $SU(2)$ -глюодинамики на решетке с применением суперкомпьютеров.

DOI: 10.7868/S0370274X13150010

Введение. Одним из важнейших результатов, полученных на эксперименте RHIC по ускорению тяжелых ионов, является измерение значения эллиптического потока конечных частиц [1, 2]. Найденное значение может быть объяснено в рамках гидродинамического подхода, если предположить, что кварк-глюонная плазма, полученная в результате соударения тяжелых ионов, очень близка к сверхтекучей жидкости [3–5]. Численное моделирование релятивистской жидкости позволяет поставить следующее ограничение на отношение вязкости к плотности энтропии системы [6]: $\eta/s \leq 0.4$. Это является самым малым отношением для всех изученных в настоящее время систем. В связи с этим одной из важнейших задач в современной теоретической физике оказывается вычисление вязкости кварк-глюонной плазмы из первопринципов. В этих условиях на первый план выходит численное моделирование в квантовой хромодинамике (КХД) на решетке. Отметим, что существует ряд работ, посвященных изучению вязкости кварк-глюонной плазмы в рамках моделирования КХД на решетке [7–9]. Однако из-за сложности вычислений результаты, полученные в этих работах, нельзя назвать исчерпывающими.

В представленной работе проводится вычисление вязкости $SU(2)$ -глюодинамики в рамках моделирования КХД на решетке. Вместо $SU(3)$ -КХД мы рассматриваем $SU(2)$ -теорию, т.к., с одной стороны, физически обе теории очень похожи друг на друга, а с другой стороны численные расчеты в рамках $SU(2)$ -глюодинамики значительно проще $SU(3)$ -теории. Последний факт позволяет существенно про-

двинуться в изучении транспортных коэффициентов кварк-глюонной плазмы.

Краткое описание метода. Для определения вязкости используются формулы Кубо [10], связывающие транспортные коэффициенты с корреляторами тензора энергии-импульса. Для вязкости такую формулу можно записать в следующем виде:

$$\eta = \pi \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{\rho_{12,12}(\omega, \mathbf{q} = 0)}{\omega}, \quad (1)$$

где $\rho_{12,12}$ – спектральная плотность, определяемая как мнимая часть запаздывающей двухточечной корреляционной функции: $\rho_{12,12}(\omega, \mathbf{q}) = \frac{1}{\pi} \text{Im} \langle T_{12} T_{12} \rangle_{\text{ret}}(\omega, \mathbf{q})$. Функция Грина тензора энергии-импульса, вычисляемая на решетке, определяется следующим образом:

$$C_{12,12}(x_0, \mathbf{p}) = \beta^5 \int d^3 \mathbf{x} e^{i\mathbf{p}\mathbf{x}} \langle T_{12}(0) T_{12}(x_0, \mathbf{x}) \rangle, \quad (2)$$

где $\beta = 1/T$ – обратная температура системы. Функция (2) является аналитическим продолжением запаздывающей функции Грина: $p_0 \rightarrow i\omega$. Она связана со спектральной плотностью следующим соотношением:

$$C_{12,12}(x_0, \mathbf{p}) = \beta^5 \int_0^\infty \rho_{12,12}(\omega, \mathbf{p}) \frac{\cosh \omega(\frac{1}{2}\beta - x_0)}{\sinh \frac{\omega\beta}{2}} d\omega. \quad (3)$$

Для вычисления вязкости необходимо измерить на решетке коррелятор $C_{12,12}$ (2) как функцию x_0 при $\mathbf{p} = 0$, а затем обратить (3) и найти спектральную плотность $\rho_{12,12}(\omega, \mathbf{q} = 0)$. Низкочастотное поведение спектральной плотности $\rho_{12,12}$ определяет вязкость.

Обращение (3) является очень сложной задачей [11]. Одним из способов решения этой проблемы служит применение модельной функции, зависящей от нескольких параметров, как это было сделано, например, в первой работе по исследованию вязкости кварк-глюонной плазмы [8]. Однако в таком случае крайне сложно оценить зависимость результатов от выбранной модельной функции.

В [9] был применен другой модельно-независимый метод, основывающийся на предположении о том, что спектральная плотность является достаточно гладкой и может быть разложена по некоторым базисным функциям. Этот метод используется в нашей работе.

Вычисление вязкости. Измерение коррелятора тензора энергии-импульса проводится в рамках решеточной глюодинамики с калибровочной группой $SU(2)$ и вильсоновским действием:

$$S_g = \beta \sum_{x, \mu < \nu} \left[1 - \frac{1}{N_c} \text{Tr} U_{\mu, \nu}(x) \right], \quad (4)$$

где $U_{\mu, \nu}(x)$ – произведение линковых переменных вдоль элементарного прямоугольника (μ, ν) , который начинается в точке x .

Тензор энергии-импульса в глюодинамике имеет следующий вид:

$$T_{\mu\nu} = F_{\mu\alpha}^a F_{\nu\alpha}^a - \frac{1}{4} \delta_{\mu\nu} F_{\rho\sigma}^a F_{\rho\sigma}^a. \quad (5)$$

Для тензора напряженности хромомэлектромагнитного поля используется следующая дискретизация:

$$\begin{aligned} F_{\mu\nu}(x) &= \frac{1}{4} [V_{\mu, \nu}(x) + V_{\nu, -\mu}(x) + \\ &+ V_{-\mu, -\nu}(x) + V_{-\nu, \mu}(x)], \\ V_{\mu, \nu}(x) &= \frac{1}{2} [U_{\mu, \nu}(x) - U_{\nu, \mu}(x)]. \end{aligned} \quad (6)$$

При вычислении коррелятора (2) применяется двухуровневый алгоритм, значительно улучшающий точность вычислений [12]. Вычисления проводятся на решетке 8×32^3 , $\beta = 2.643$, что соответствует температуре $T/T_c \approx 1.2$. Результаты вычисления коррелятора (2) представлены на рис. 1.

Для определения вязкости используется метод, описанный в [9]. В качестве начального приближения выбрана функция, совпадающая с поведением спектральной функции при больших частотах, определяемым асимптотической свободой:

$$m(\omega) = \frac{A\omega^4}{\text{th}^2 \frac{\omega}{4T} \text{th} \frac{\omega}{2T}}. \quad (7)$$

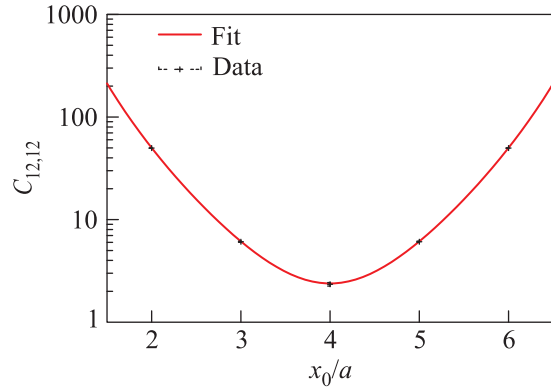


Рис. 1. Коррелятор $C_{12,12}(x_0)$ тензора энергии-импульса. Точки соответствуют данным, определяемым на решетке, непрерывная линия – спектральной плотности, извлекаемой из этих данных

На рис. 2 приведены полученные для спектральной плотности данные. Статистические ошибки опреде-

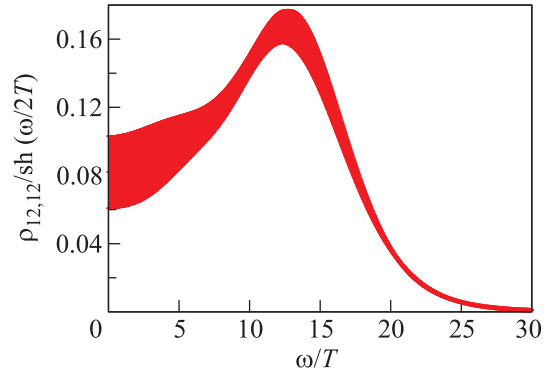


Рис. 2. Спектральная плотность $\rho_{12,12}(\omega)$, деленная на $\text{sh} \frac{\omega}{2T}$. Закрашенная область соответствует неопределенностям в $\rho_{12,12}(\omega)$

лены в соответствии с методом, предложенным в [9].

В настоящее время общепринятым является представление результатов измерения вязкости в виде отношения η/s , где s – плотность энтропии. Последняя определяется при помощи соотношения $s = (\epsilon + p)/T$ и метода определения $\epsilon + p$, описанного в [13]. Применяя описанный выше метод, мы получаем следующее значение для указанного отношения:

$$\eta/s = 0.111 \pm 0.032. \quad (8)$$

Ошибка в полученном результате соответствует статистической неточности наших данных. Отметим, что значение (8) близко к так называемому KSS-ограничению, $\eta/s \geq 1/4\pi \approx 0.08$, полученному при помощи AdS/CFT-соответствия [14]. Помимо этого,

результат (8) удовлетворяет ограничению, полученному из описания результатов эксперимента RHIC, $\eta/s < 0.4$ [6].

Авторы благодарны М.И. Полицарпову и В.Г. Борнякову за интересные и полезные обсуждения. Расчеты выполнялись на кластерах ИТЭФ “Стакан” и “Графин” (авторы очень благодарны А.В. Барилову, А.А. Голубеву, В.А. Колосову, И.Е. Королько, М.М. Соколову за оказанную помощь). Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ # 11-02-01227-а. А.К. благодарен за поддержку фонду “Династия”.

1. J. Adams et al. (STAR Collaboration), Nucl. Phys. A **757**, 102 (2005); arXiv:nucl-ex/0501009.
2. K. Adcox et al. (PHENIX Collaboration), Nucl. Phys. A **757**, 184 (2005); arXiv:nucl-ex/0410003.
3. P. F. Kolb, P. Huovinen, U. W. Heinz, and H. Heiselberg, Phys. Lett. B **500**, 232 (2001); arXiv:hep-ph/0012137.
4. P. Huovinen, P. F. Kolb, U. W. Heinz et al., Phys. Lett. B **503**, 58 (2001); arXiv:hep-ph/0101136.
5. D. Teaney, J. Lauret, and E. V. Shuryak, Phys. Rev. Lett. **86**, 4783 (2001); arXiv:nucl-th/0011058.
6. D. Teaney, arXiv:0905.2433.
7. A. Nakamura and S. Sakai, Phys. Rev. Lett. **94**, 072305 (2005); arXiv:hep-lat/0406009.
8. F. Karsch and H. W. Wyld, Phys. Rev. D **35**, 2518 (1987).
9. H. B. Meyer, Phys. Rev. D **76**, 101701 (2007); arXiv:0704.1801.
10. R. Kubo, J. Phys. Soc. Jap. **12**, 570 (1957).
11. H. B. Meyer, Eur. Phys. J. A **47**, 86 (2011); arXiv:1104.3708.
12. H. B. Meyer, JHEP **01**, 048 (2003); arXiv:hep-lat/0209145.
13. J. Engels, F. Karsch, and T. Scheideler, Nucl. Phys. B **564**, 303 (2000); arXiv:hep-lat/9905002.
14. P. Kovtun, D. T. Son, and A. O. Starinets, Phys. Rev. Lett. **94**, 111601 (2005); arXiv:hep-ph/0203177.