

## Влияние электронных корреляций на формирование спиральных магнитных состояний в двумерной $t-t'$ -модели Хаббарда

П. А. Игошев<sup>+\*1)</sup>, М. А. Тимиргазин, А. К. Аржников, В. Ю. Ирхин<sup>+</sup>

<sup>+</sup>Институт физики металлов, 620990 Екатеринбург, Россия

Физико-технический институт УрО РАН, 426000 Ижевск, Россия

\*Уральский федеральный университет, 620002 Екатеринбург, Россия

Поступила в редакцию 14 июня 2013 г.

В рамках метода вспомогательных бозонов исследовано формирование спирального магнитного порядка в основном состоянии модели Хаббарда для квадратной решетки в широкой области параметров концентрации носителей и кулоновского взаимодействия. Учитываются перескоки электронов между вторыми соседями, а также магнитное фазовое расслоение. Показано, что электронные корреляции приводят к подавлению ферромагнитной и спиральных фаз по сравнению с приближением Хартри–Фока. Обсуждается применение полученных результатов к объяснению экспериментальных данных, в частности к описанию магнитного состояния высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) систем на основе купратов.

DOI: 10.7868/S0370274X1315006X

Определение основного магнитного состояния однозонной модели Хаббарда уже более полувека представляет собой важную и актуальную фундаментальную задачу. В последние десятилетия интенсивно исследуется случай двумерных решеток, тесно связанный с проблемой высокотемпературной сверхпроводимости (ВТСП). Общепринято, что для бипартирных решеток при половинном заполнении зоны основное состояние есть неелевский антиферромагнитный (АФМ) изолятор [1, 2].

Вопрос о типах неустойчивости АФМ-состояния при наличии легирования или конечного интеграла электронного переноса между вторыми соседями пока остается не до конца решенной проблемой. Согласно классической работе Нагаока [1], при добавлении одного носителя тока основное состояние на бипартирной решетке – насыщенное ферромагнитное (ФМ). Это утверждение можно рассматривать как разумную гипотезу и в случае конечного легирования [1, 3, 4].

Сценарии возможного магнитного упорядочения при легировании включают фазовое расслоение (ФР) различного типа: на ФМ- и АФМ-фазы [5] или на фазу сверхпроводящей электронной жидкости и неелевскую АФМ-фазу [6]. Альтернативным сценарием является формирование спирального магнитного состояния. Оно рассматривалось в

рамках различных подходов: анализа импульсной зависимости обобщенной статической магнитной восприимчивости для затравочного спектра [7], приближения Хартри–Фока (ХФ) (малые и умеренные  $U/W$ , где  $U$  – параметр кулоновского отталкивания,  $W$  – ширина зоны) [8, 9],  $t$ - $J$ -модели (большие  $U/W$ ) [10].

Спиральные структуры наблюдаются в ВТСП-купратах при легировании как динамический магнитный порядок [11], в слоистых системах на основе церия [12], а также в ВТСП на основе железа [13]. Кроме того, существенно усиленные несоизмеримые магнитные флуктуации наблюдаются в рутенатах стронция при низких температурах [14] (см. обсуждение в [9, 15, 16]).

Исследование магнитной фазовой диаграммы двумерной модели Хаббарда с учетом электронного переноса только между ближайшими соседями ( $t' = 0$ ,  $t(t')$  – интеграл переноса между ближайшими (вторыми) соседями) в рамках приближения ХФ предсказывает, что спиральные магнитные состояния реализуются в широкой области параметров, особенно при умеренном  $U \lesssim W$  [17]. В работе [9] было показано, что включение в гамилтониан электронного переноса между вторыми соседями ( $t' \neq 0$ ) приводит к существенной перестройке магнитной фазовой диаграммы основного состояния. Полученные результаты качественно согласуются с экспериментальными данными для

<sup>1)</sup>e-mail: igoshev\_pa@imp.uran.ru

магнитной структуры слоистых ВТСП-купратов в случае малого легирования (количественно имеются значительные расхождения) [18].

В работе [19] рассмотрено влияние электронных корреляций на устойчивость спиральных магнитных состояний с помощью метода вспомогательных бозонов (ВБ). Построена фазовая диаграмма модели Хаббарда в приближении ближайших соседей ( $t' = 0$ ). Позднее в рамках того же метода была исследована обобщенная статическая магнитная восприимчивость. Это позволяет определить критерий неустойчивости парамагнитного состояния относительно перехода второго рода в несоизмеримое магнитное состояние (что, в сущности, обобщает известный критерий, полученный в рамках приближения случайных фаз [20], на рассмотрение сильнокоррелированных состояний) [21]. В результате была обнаружена значительная тенденция к ФМ-упорядочению при дырочном легировании и большом значении  $t'/t$ . Однако фазовые переходы между магнитоупорядоченными состояниями не могут быть исследованы в рамках такого подхода.

Кроме спиральных структур, исследовалось формирование так называемых страйпов, представляющих собой линейно поляризованную волну спиновой и зарядовой плотности [22]. Было установлено, что они энергетически выгоднее спиральных состояний при  $t' \neq 0$  и некотором выборе параметров модели в приближении ВБ [23], а также при  $t' = 0$  и  $U \leq W$  в приближении ХФ [24]. Этот вывод, впрочем, отчасти обесценивается неучетом межузельного кулоновского взаимодействия, способного существенно повысить энергию “страйпов” как неоднородных структур.

Как известно, результаты фотоэмиссии с угловым разрешением для ВТСП-купратов свидетельствуют в пользу включения в затравочный гамильтониан электронного переноса между вторыми соседями, “фрустрирующего” неелевский АФМ-порядок [25]. Хотя спиральные состояния в модели Хаббарда активно исследовались, связь между типом магнитного порядка и параметрами задачи (концентрацией электронов  $n$ ,  $t'/t$ ,  $U$ ) окончательно не определена. Кроме того, неясным остается вопрос о возможности формирования неоднородного состояния в широком смысле: как путем магнитного ФР, так и через формирование “страйпов”. В настоящей работе эти вопросы исследуются с помощью метода вспомогательных бозонов.

Метод ВБ в форме, удобной для исследования формирования магнитного порядка, был предложен Котляром и Руkenштайном [26]. В приближении сед-

ловой точки этот метод качественно близок широко известному приближению Гутцвиллера. Энергия основного состояния, полученная в рамках метода ВБ, хорошо согласуется с расчетами квантовым методом Монте-Карло и методом точной диагонализации [19]. Это оправдывает использование метода ВБ в тех случаях, когда в системе нет сильных флуктуаций параметра порядка. В противоположном случае непрерывного фазового перехода (второго рода), когда имеются сильные флуктуации, нетривиальные многочастичные перенормировки гриновских функций действительно необходимы [15, 27].

Вблизи половинного заполнения конкурирующий с неелевским состоянием слабо модулированный АФМ-порядок оказывается неустойчивым. В результате имеет место переход первого рода. В этом случае можно ожидать, что метод ВБ даст качественно разумные результаты. В пользу этого свидетельствует сравнение подхода ВБ и динамической теории среднего поля в пределе  $U = \infty$  [28]. Погрешность расчета спектральных свойств в рамках метода ВБ из-за неучета локальных флуктуаций мало сказывается на определении энергии. Это позволяет рассматривать данный подход как разумное приближение.

Мы рассматриваем двумерную модель Хаббарда для спирально упорядоченного состояния на квадратной решетке, где матричные элементы электронного переноса  $t_{ij}$  равны  $-t$  для ближайших соседей и  $t'$  для вторых соседей. После локального поворота в спиновом пространстве, совмещающего локальные векторы намагниченности на разных узлах (что необходимо для рассмотрения магнитных спиралей), на угол  $\mathbf{Q}\mathbf{R}_i$  (где  $\mathbf{Q}$  – волновой вектор спирали) и введения вспомогательных бозонных операторов  $e_i(e_i^\dagger)$ ,  $p_{i\sigma}(p_{i\sigma}^\dagger)$ ,  $d_i(d_i^\dagger)$  действие системы можно описать эффективным гамильтонианом, в котором кулоновское взаимодействие имеет диагональный по бозонным переменным вид:

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = \sum_{ij\sigma\sigma'} t_{ij}^{\sigma\sigma'} f_{i\sigma}^\dagger f_{j\sigma'} z_{i\sigma}^\dagger z_{j\sigma'} + U \sum_i d_i^\dagger d_i, \quad (1)$$

где  $f_{i\sigma}, f_{i\sigma}^\dagger$  – вспомогательные ферми-операторы,  $t_{ij}^{\sigma\sigma'} = \exp[i\mathbf{Q}(\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j)\sigma^x]_{\sigma\sigma'} t_{ij}$ , а

$$z_{i\sigma} = (1 - d_i^\dagger d_i - p_{i\sigma}^\dagger p_{i\sigma})^{-1/2} (e_i^\dagger p_{i\sigma} + p_{i\sigma}^\dagger d_i) \times \quad (2)$$

$$\times (1 - e_i^\dagger e_i - p_{i\sigma}^\dagger p_{i\sigma})^{-1/2}.$$

Вычисление термодинамического потенциала спирального состояния  $\Omega(\mathbf{Q})$  выполняется в приближении седловой точки для действия  $\mathcal{S}$ , введенного в [26] и обобщенного на рассмотрение спиральных

структур в [19] ( $z$ -факторы теряют зависимость от  $i$  и становятся  $c$ -числами:  $e_i, e_i^\dagger \rightarrow e$  и т.д.). Условия экстремальности  $\Omega$  по бозонным переменным  $e, p_\sigma, d$  и множителям Лагранжа приводят к системе основных уравнений метода ВБ (см. [19]). Результирующий волновой вектор определяется минимизацией  $\Omega$  по всевозможным спиральным состояниям:

$$\mathbf{Q}_{\text{gs}}(\mu, U) = \arg \min_{\mathbf{Q}} \Omega(\mathbf{Q}, \mu, U). \quad (3)$$

Минимизация  $\Omega(\mathbf{Q}, \mu, U)$  ограничивалась следующими типами спиральных состояний:  $(Q, \pi)$  (“параллельное” состояние),  $(Q, Q)$  (“диагональное”) и  $(0, Q)$ , и проводилась численно с шагом  $0.02\pi$  по  $Q$ . Поскольку  $\Omega$  в основном состоянии фактически зависит от химпотенциала  $\mu$  как от параметра, мы можем определить зависимость магнитной структуры от  $\mu$ , автоматически учитывая возможность ФР [9].

На рис. 1а представлена фазовая диаграмма для  $t' = 0$  в рамках метода ВБ. На ней фазовые переходы между различными магнитными состояниями явля-

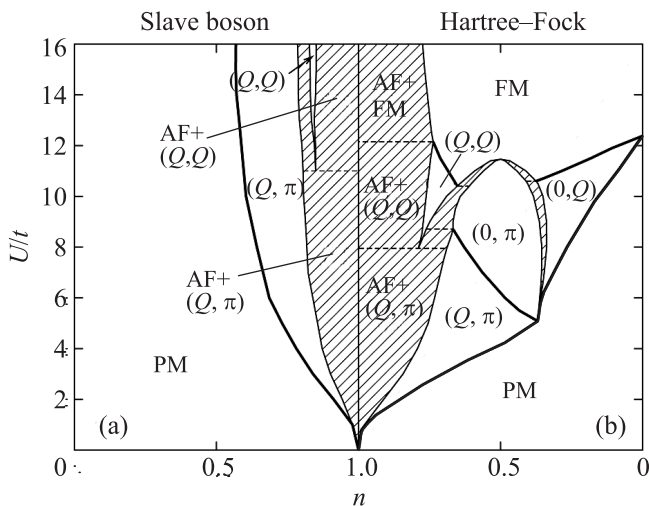


Рис. 1. Магнитная фазовая диаграмма основного состояния модели Хаббарда для  $t' = 0$  при  $n < 1$ . (а) – Метод ВБ. (б) – Приближение ХФ. Фазовая диаграмма для случая  $n > 1$  в силу электронно-дырочной симметрии ( $n \leftrightarrow 2-n$ ) совпадает с приведенной. Спиральные фазы обозначаются в соответствии с видом их волнового вектора. Заливкой выделены области ФР. Жирные линии обозначают фазовые переходы второго рода. Сплошные линии соответствуют границам между областями однородной фазы и ФР. Штриховые линии разделяют области расслоения различных фаз

ются переходами первого рода, что приводит к значительным областям ФР. Это существенно отличает данную фазовую диаграмму от представленной в работе [19], где ФР не учитывалось. Особенно широки

области расслоения между АФМ-фазой и спиральными магнитными состояниями: (“параллельным” и “диагональным”). Благодаря этому области чистых спиральных состояний сужены. В особенности это касается “диагональной” фазы, существование которой становится возможным только при  $U > 11t$ . Фазовый переход между парамагнитным и спиральным магнитным состояниями является переходом второго рода.

В работе [9] аналогичные фазовые диаграммы основного состояния при различных  $t'/t$  были вычислены в рамках приближения ХФ (для  $t' = 0$ , см. рис. 1б). Видно, что учет электронных корреляций приводит к заметному подавлению магнитоупорядоченных состояний по сравнению с приближением ХФ: соответствующие концентрационные интервалы на фазовой диаграмме сильно уменьшаются, а многообразие спиральных состояний исчезает. Ферромагнитное состояние, занимавшее в приближении ХФ значительную часть диаграммы, вытесняется в область больших  $U \gtrsim 60t$ , что воспроизводит результат [19] и хорошо согласуется с вариационным исследованием устойчивости насыщенного ФМ [3]. Зона расслоения АФМ и спиральной фаз сужается приблизительно в два раза.

Согласно нашим расчетам даже неограниченный рост  $U$  не делает магнитоупорядоченные состояния устойчивыми вдали от половинного заполнения: при  $U = \infty$  спиральных магнитных решений уравнений метода ВБ при  $n < 0.37$  и  $n > 1.63$  не существует. С другой стороны, насыщенное ФМ-решение становится более выгодным, чем спиральные, при  $|1-n| < 0.3$ . Таким образом, спиральное магнитное состояние при больших  $U$  вдали от половинного заполнения сменяет насыщенное ферромагнитное. При этом, в отличие от [4], в рамках нашего подхода ненасыщенные ФМ-решения существуют, но всегда оказываются энергетически невыгодными по сравнению с насыщенным ФМ или спиральными магнитными состояниями (в отличие от приближения ХФ).

Известно, что в формировании магнетизма значительную роль играет сингулярность ван Хова электронного спектра (точки  $\mathbf{k} = (0, \pi), (\pi, 0)$ ). При  $U = 0$  эти точки лежат на поверхности Ферми при некоторой концентрации  $n_{\text{vH}}$ . При  $t' = 0$  имеем  $n_{\text{vH}} = 1$  (половинное заполнение), что выделяет этот случай как особый с точки зрения магнитных свойств. Отклонение  $t'$  от нуля приводит к нарушению электронно-дырочной симметрии и к асимметрии фазовой диаграммы основного состояния.

На рис. 2 представлены результаты, полученные для  $t' = 0.2t$  при  $n < 1$ , совместно с результа-

тами приближения ХФ. По сравнению со случаем

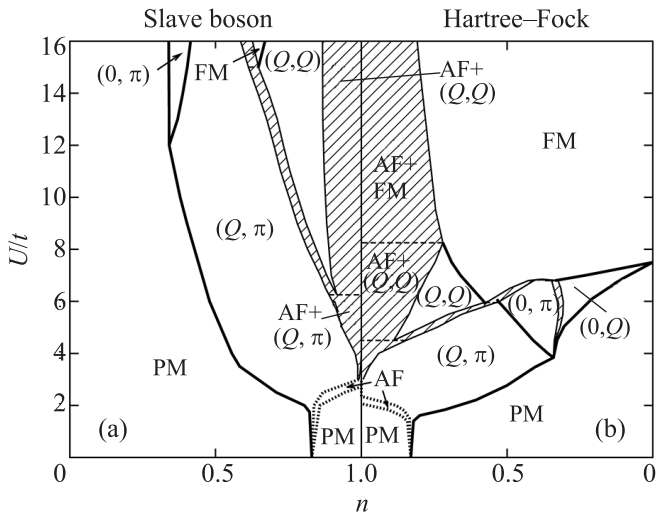


Рис. 2. Магнитная фазовая диаграмма при  $t'/t = 0.2$  для  $n < 1$ . (a) – Метод ВБ. (b) – Приближение ХФ. Пунктирные линии обозначают фазовые переходы первого рода в том случае, если область ФР узка. Обозначения аналогичны рис. 1

$t' = 0$  “диагональная” фаза смещается в область значительно меньших  $U/t$ , а “параллельная” фаза становится более протяженной по параметру концентрации. Физической причиной этого служит разделение при  $t \neq 0$  особенности ван Хова ( $n = n_{vH} \approx 0.83$  при  $t' = 0.2t$ ) и половинного заполнения ( $n = 1$ , одна из магнитных подзон полностью заполнена), дающих свои собственные тенденции к магнитному порядку. Видно, что эффекты корреляций приводят лишь к количественным перенормировкам фазовых границ.

В случае  $n > 1$  (рис. 3) эффекты корреляций более существенны: пропадают все однородные спиральные состояния, кроме узкой области “параллельной” фазы. Такое подавление магнетизма объясняется тем, что единственная имеющаяся особенность в этом концентрационном интервале –  $n = 1$ . Вдали от половинного заполнения при учете корреляций всякий спиральный магнетизм невозможен, а насыщенный магнетизм невыгоден по сравнению с парамагнитной фазой при сколь угодно большом  $U$ . Таким образом, при учете корреляций электронно-дырочная асимметрия существенно усиливается по сравнению с приближением ХФ.

Полученные результаты согласуются с экспериментальными данными по магнитной структуре легированного дырками соединения  $\text{La}_{2-p}\text{Sr}_p\text{CuO}_4$ , которое имеет близкое значение параметра  $t'/t$  [29]. Как показали эксперименты по нейтронной дифракции, при небольшом дырочном легировании ( $p <$

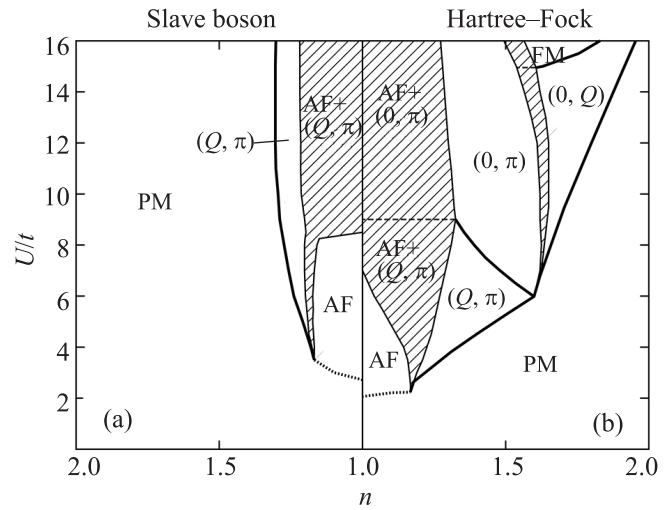


Рис. 3. Магнитная фазовая диаграмма при  $t'/t = 0.2$  для  $n > 1$ . (a) – Метод ВБ. (b) – Приближение ХФ. Обозначения аналогичны рис. 1

$< 0.02$ ) в соединении  $\text{La}_{2-p}\text{Sr}_p\text{CuO}_4$  обнаруживаются как соизмеримое АФМ-состояние, так и несоизмеримое [30]. При  $p \sim 0.02$  система переходит в однородное несоизмеримое магнитное состояние с волновым вектором  $\mathbf{Q} = (\pi - \epsilon, \pi - \epsilon)$  (“диагональная” фаза) [18], где  $\epsilon$  растет приблизительно пропорционально величине легирования  $p$  [31]. При  $0.05 < p < 0.06$  “диагональный” порядок сосуществует с “параллельным” несоизмеримым порядком (волновой вектор  $\mathbf{Q} = (\pi - \epsilon, \pi)$ ). При  $p > 0.06$  происходит переход в “параллельную” фазу [18]. Обнаруженное существование ФР вблизи половинного заполнения согласуется с тем фактом, что химический потенциал практически не зависит от легирования при  $0 < p < 1$  [32].

Наблюдаемая в эксперименте при увеличении легирования последовательность фазовых переходов АФМ  $\rightarrow$  {АФМ +  $(Q, Q)$ }  $\rightarrow$   $(Q, Q)$   $\rightarrow$  {( $Q, Q$ ) +  $(Q, \pi)$ }  $\rightarrow$   $(Q, \pi)$  [18] совпадает с аналогичной последовательностью на диаграмме при  $U \gtrsim 6.25t$  (см. рис. 2). При этом, как видно из того же рисунка, в приближении ХФ такая цепочка переходов имеет место при  $U \gtrsim 4t$ . Таким образом, результаты метода ВБ согласуются с экспериментальными данными при более высоких значениях параметра кулоновского отталкивания  $U/t$  для  $\text{La}_{2-p}\text{Sr}_p\text{CuO}_4$ . Впрочем, необходимо отметить, что экспериментальная ширина области ФР вблизи половинного заполнения между АФМ- и  $(Q, \pi)$ -фазами составляет около 0.02, а переход из  $(Q, Q)$ - в  $(Q, \pi)$ -состояние происходит при легировании 0.05–0.06. В наших расчетах концентрационный интервал области расслоения АФМ +  $(Q, \pi)$  составляет около 0.1, что превосходит реальное зна-

чение. Как показали расчеты, при увеличении параметра  $t'/t$  указанная величина имеет тенденцию к уменьшению, хотя и не к столь значительному, чтобы удовлетворить эксперименту.

В экспериментах по нейтронному рассеянию в  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-y}$  (носители заряда — дырки) была обнаружена несоизмеримая магнитная структура с волновым вектором  $\mathbf{Q} = (\pi - \epsilon, \pi)$  при  $p > 0.065$  [33]. В то же время для ВТСП-соединения  $\text{Nd}_{2-x}\text{Ce}_x\text{CuO}_4$ , носителями заряда в котором являются электроны, однородное соизмеримое АФМ-упорядочение устойчиво вплоть до  $x = 0.14$  [34], что согласуется с нашими результатами для  $n > 1$  (см. рис. 3).

На рис. 4 изображена фазовая диаграмма для  $t'/t = 0.45t$ . По сравнению со случаем  $t' = 0$  здесь суще-

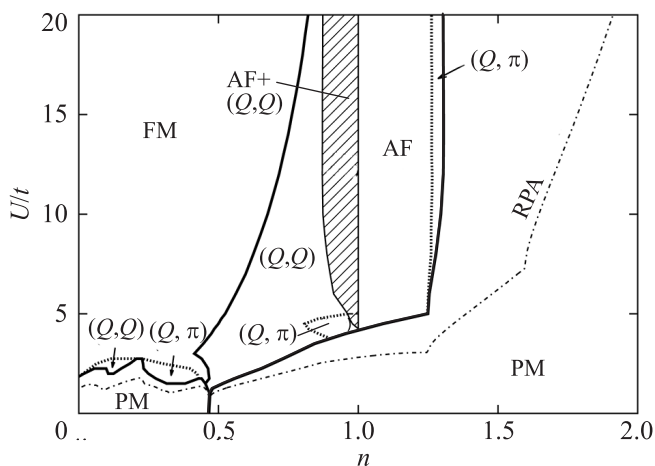


Рис. 4. Магнитная фазовая диаграмма при  $t'/t = 0.45$ . Штрихпунктирная кривая — фазовая граница спиральной и парамагнитной фаз в приближении случайных фаз. Остальные обозначения аналогичны рис. 2

ственно расширяются области устойчивости магнитного порядка при умеренных  $U$  и  $n < 1$  за счет ФМ и “диагональной” фазы. Ферромагнитное состояние, которое при  $t' = 0$  при не слишком больших  $U$  отсутствовало, в данном случае становится устойчивым уже при малых  $n$  и  $U > 3t$ . При  $n > n_{\text{vH}}$  возникает конкуренция ФМ и “диагональной” фаз, исследование которой, по-видимому, требует аккуратного учета нелокальных магнитных флуктуаций [16, 27].

При  $n > 1$  физическая картина совершенно иная: “параллельная” фаза вытесняется соизмеримым АФМ, который остается практически единственной фазой в области  $n \lesssim 1.3$ . Эта оценка для “критической” концентрации носителей оказывается примерно одинаковой для различных  $t'/t$  при  $n > 1$ . Интересно также и то, что с неограниченным

ростом  $U$  концентрационный интервал устойчивости магнитных состояний практически не зависит от  $U$ :  $n_c(U = \infty) \approx 1.25$ .

Мы также нашли критические значения  $U_c^{\text{RPA,SB}}$  как решение уравнения  $1/\max_{\mathbf{q}} \chi_{\mathbf{q}}(U, \omega = 0) = 0$ , где неоднородная восприимчивость  $\chi_{\mathbf{q}}$  определялась в рамках приближения случайных фаз и в представлении ВБ [21]. В обоих случаях  $U_c$  совпадают с соответствующими границами перехода второго рода из спиральной в парамагнитную фазу. При  $n$  вблизи  $n_{\text{vH}}$  корреляционные перенормировки невелики, в то время как при отклонении  $n$  от  $n_{\text{vH}}$  отношение  $U_c^{\text{SB}}/U_c^{\text{RPA}}$  растет, причем тем быстрее, чем меньше  $t'$ . Это связано с тем, что при больших  $t'/t$  значительная часть электронных состояний сосредоточена вблизи сингулярности ван Хофа и дна зоны.

Таким образом, учет корреляционных эффектов приводит к сильному подавлению областей существования магнитных фаз. В то же время сохраняются переходы первого рода и заметные области фазового расслоения между магнитоупорядоченными состояниями. Вблизи половинного заполнения корреляционные эффекты дают лишь незначительное изменение результатов приближения Хартри–Фока, так что при небольших значениях  $t'/t \lesssim 0.2$  они не меняют последовательности чередования магнитных состояний с ростом  $U$ .

Рост параметра  $t'/t$  приводит к перераспределению плотности электронных состояний ближе к дну зоны и к сингулярности ван Хофа, важной для формирования магнетизма. В методе вспомогательных бозонов это приводит к намного более значительному изменению фазовой диаграммы, чем в приближении Хартри–Фока: асимметрия магнитных фаз на фазовой диаграмме относительно знака носителей заряда усиливается. В случае, когда система находится вдали от половинного заполнения, а уровень Ферми — от сингулярности ван Хофа, магнитное состояние не может сформироваться ни при каком  $U$ .

Авторы благодарят А.А. Катанина и М.В. Садовского за полезные обсуждения. Работа частично поддержана фондом “Династия”, проектами ОФН РАН # 12-Т-2-1001, 12-Т-3-1001 (УрО РАН) и проектами президиума РАН # 12-П-2-1041, 12-У-2-1021, а также проектами РФФИ #10-02-91003-АНФ\_a, 11-02-00931-a, 11-02-00937-a, 12-02-00632-a, 12-02-31510-мол-a.

1. Y. Nagaoka, Phys. Rev. **147**, 392 (1966).
2. M. I. Katsnelson and V. Yu. Irkhin, J. Phys. C **17**, 4291 (1984).

3. W. von der Linden and D.M. Edwards, J. Phys.: Cond. Matt. **3**, 4917 (1991); P. Wirth, G. S. Uhrig, and E. Müller-Hartmann, Ann. Phys. **2**, 13960 (1997).
4. V. Yu. Irkhin and A. V. Zarubin, Phys. Rev. B **70**, 035116 (2004); В. Ю. Ирхин, А. В. Зарубин, ЖЭТФ **141**, 976 (2012).
5. P. B. Visscher, Phys. Rev. B **10**, 943 (1973).
6. V. J. Emery, S. A. Kivelson, and H. Q. Lin, Phys. Rev. Lett. **64**, 475 (1973).
7. H. J. Schultz, Phys. Rev. Lett. **64**, 1445 (1990).
8. E. Arrigoni and G. C. Strinati, Phys. Rev. B **44**, 7455 (1991).
9. P. A. Igoshev, M. A. Timirgazin, A. A. Katanin et al., Phys. Rev. B **81**, 094407 (2010).
10. B. Shraiman and E. Siggia, Phys. Rev. Lett. **62**, 1564 (1990).
11. M. A. Kastner, R. J. Birgeneau, G. Shirane, and Y. Endoh, Rev. Mod. Phys. **70**, 897 (1998).
12. W. Bao, P. G. Pagliuso, J. L. Sarrao et al., Phys. Rev. B **62**, R14621 (2000).
13. W. Bao, Y. Qiu, Q. Huang et al., Phys. Rev. Lett. **102**, 247001 (2009); D. K. Pratt, M. G. Kim, A. Kreyssig et al., Phys. Rev. Lett. **106**, 257001 (2011); Z. Xu, J. Wen, Y. Zhao et al., Phys. Rev. Lett. **109**, 227002 (2012); J. W. Lynn and P. Dai, Physica C **469**, 469 (2009).
14. A. P. Mackenzie and Y. Maeno, Rev. Mod. Phys. **75**, 657 (2003).
15. П. А. Игошев, А. А. Катанин, В. Ю. Ирхин, ЖЭТФ **132**, 1187 (2007).
16. P. A. Igoshev, V. Yu. Irkhin, and A. A. Katanin, Phys. Rev. B **83**, 245118 (2011).
17. S. Sarker, C. Jayaprakash, H. R. Krishnamurthy, and W. Wenzel, Phys. Rev B **43**, 8775 (1991).
18. M. Fujita, K. Yamada, H. Hiraka et al., Phys. Rev. B **65**, 064505 (2002).
19. R. Fresard and P. Wölfle, J. Phys.: Cond. Matt. **4**, 3625 (1992).
20. Т. Мория, Спиновые флуктуации в магнетиках с коллективизированными электронами, М.: Мир, 1988.
21. R. Fresard and W. Zimmermann, Phys. Rev. B **58**, 15288 (1998).
22. S. A. Kivelson, I. P. Bindloss, E. Fradkin et al., Rev. Mod. Phys. **75**, 1201 (2003).
23. M. Raczkowski, R. Fresard, and A. M. Oles, Phys. Stat. Sol. b **244**, 2521 (2007).
24. M. A. Timirgazin, A. K. Arzhnikov, and A. V. Vedyayev, Sol. St. Phen. **190**, 67 (2012).
25. A. Damascelli, Z. Hussain, and Z.-X. Shen, Rev. Mod. Phys. **75**, 473 (2003).
26. G. Kotliar and A. E. Ruckenstein, Phys. Rev. Lett. **57**, 1362 (1986).
27. A. A. Katanin and A. P. Kampf, Phys. Rev. B **68**, 195101 (2003).
28. H. Park, K. Haule, C. A. Marianetti, and G. Kotliar, Phys. Rev. B **77**, 035107 (2008).
29. Т. Танамото, Н. Коно, и Н. Фукuyama, J. Phys. Soc. Jpn. **62**, 717 (1993).
30. M. Matsuda, M. Fujita, K. Yamada et al., Phys. Rev. B **65**, 134515 (2002).
31. K. Yamada, C. H. Lee, K. Kurahashi et al., Phys. Rev. B **57**, 6165 (1998).
32. A. Ino, T. Mizokawa, A. Fujimori et al., Phys. Rev. Lett. **79**, 2101 (1997).
33. V. Hinkov, D. Haug, B. Fauque et al., Science **319**, 597 (2008).
34. H. Takagi, S. Uchida, and Y. Tokura, Phys. Rev. Lett. **62**, 1197 (1989).