## Фазовые переходы в двумерной $J_1 - J_2$ -модели Гейзенберга при произвольных знаках обменных взаимодействий

А.В. Михеенков<sup>+\*1</sup>, А.В. Шварцберг<sup>\*</sup>, А.Ф. Барабанов<sup>+</sup>

+Институт физики высоких давлений им. Верещагина РАН, 142190 Троицк (Москва), Россия

\* Московский физико-технический институт, 141700 Долгопрудный, Россия

Поступила в редакцию 14 июня 2013 г.

Рассмотрено основное состояние двумерной  $S = 1/2 J_1 - J_2$ -модели Гейзенберга на квадратной решетке с произвольными знаками обменных констант. В рамках единого аналитического подхода описаны состояния с различными типами спинового дальнего порядка (антиферромагнитный шахматный, страйп, ферромагнитный коллинеарный), а также состояния спиновой жидкости без дальнего порядка. Показано, что между состоянием с ферромагнитным дальним порядком и ферромагнитной спиновой жидкостью происходит фазовый переход второго рода. Вблизи перехода обнаружено состояние, характеризующееся наличием дальнего порядка ферромагнитного типа с быстро меняющейся конденсатной функцией.

DOI: 10.7868/S0370274X13150071

Изучение двумерной фрустрированной модели Гейзенберга является актуальным для понимания свойств магнитных подсистем многих слоистых соединений. Магнитные свойства CuO<sub>2</sub>-плоскостей в купратных сверхпроводниках (ВТСП) описываются  $J_1-J_2$ -моделью Гейзенберга на квадратной решетке со спином S = 1/2 и антиферромагнитными знаками обоих обменов. Интенсивно изучаемые сейчас слоистые соединения на основе ванадия описываются той же моделью, но уже не только с АФМ-обменами.

В классическом пределе  $S \gg 1$  система при T = 0может иметь один из трех типов дальнего порядка: ферромагнитный (ФМ), неелевский антиферромагнитный (АФМ) и "полосатый" (страйп). В точках  $J_2/|J_1| = 0.5$  наблюдаются фазовые переходы первого рода от шахматного порядка к страйпу при  $J_1 > 0$  и от страйп-порядка к ферромагнитному при  $J_1 < 0$ . В точке  $J_1 = 0$ ,  $J_2 = -1$  наблюдается переход от АФМ- к ФМ-порядку. На рис. 1 представлено положение наиболее изученных ванадатов на классической фазовой диаграмме  $J_1$ – $J_2$ -модели (данные из [1, 2]).

При  $T \neq 0$  дальний порядок в 2D в силу теоремы Мермина–Вагнера невозможен для любой величины спина. При T = 0 для больших S дальний порядок существует всегда. Общепринято, однако, что в случае S = 1/2 вблизи точек фазового перехода даже при T = 0 спиновые флуктуации переводят систему

Рис. 1. Фазовая диаграмма  $J_1-J_2$ -модели Гейзенберга на двумерной квадратной решетке в классическом пределе. Точки отвечают соотношению обменов  $J_1$  и  $J_2$ для наиболее изученных ванадатов (данные из [1, 2])

в одно из синглетных состояний без дальнего порядка с ненулевой спиновой щелью. Вопрос о структуре неупорядоченных фаз остается открытым. Обычно рассматриваются спиновая жидкость, сохраняющая трансляционную и SU(2)-симметрию гамильтониана, плакетное покрытие решетки, нарушающее трансляционную симметрию, но сохраняющее SU(2), а также состояния, нарушающие как трансляционную, так и SU(2)-симметрию.

В настоящей работе основное состояние двумерной  $J_1 - J_2$ -модели Гейзенберга изучается в рамках сферически симметричного самосогласованного под-

BaZnVO(PO<sub>4</sub>)<sub>2</sub>  $J_2 \land \text{Li}_2\text{VOSiO}_4$ SrZnVO(PO<sub>4</sub>)<sub>2</sub>  $J_2 \land \text{Li}_2\text{VOGeO}_4$ BaCdVO(PO<sub>4</sub>)<sub>2</sub> Stripe PbVO<sub>3</sub> VOMoO<sub>4</sub>  $J_1$ 

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup>e-mail: mikheen@bk.ru

хода (СССП) для двухвременных запаздывающих спиновых функций Грина ([3, 4]; см. также недавний обзор в [5]). Такой подход автоматически сохраняет SU(2)-симметрию гамильтониана, трансляционную симметрию и спиновый констрейнт на узле. В отличие от предыдущих рассмотрений S = 1/2-модели, мы исследуем фазовую диаграмму при произвольных значениях  $J_1$  и  $J_2$ , включая случаи  $J_1 < 0$ ,  $J_2 > 0$  и  $J_1 < 0, J_2 < 0$ .

Ранее в квантовом пределе S = 1/2 наиболее подробно исследовался первый квадрант диаграммы,  $0 \le \varphi \le \pi/2$ ,  $\tan \varphi = J_2/J_1$ ,  $J_1, J_2 > 0$  (см., например, ссылки в [5–8]). В этом случае между АФМ- и страйп-фазами с дальним порядком возникает неупорядоченное состояние (спиновая жидкость). Переходы АФМ-фаза-спиновая жидкостьстрайп-фаза в рамках СССП являются непрерывными.

Область диаграммы  $J_1 < 0, J_2 > 0$  для S = 1/2исследовалась в рамках СССП в работах [6, 7]. В них, в частности, утверждалось наличие фазового перехода первого рода между ферромагнитной фазой с дальним порядком и спин-жидкостной фазой при увеличении значения  $J_2/|J_1|$ . В отличие от [6, 7] наше рассмотрение указывает на существование непрерывного перехода между указанными фазами. При этом вблизи перехода свойства ФМ-фазы существенно модифицированы.

Прежде чем обсуждать фазовую диаграмму во всем интервале угла  $\varphi$ , приведем вид гамильтониана H и спин-спиновой функции Грина  $G^{zz}(\omega, \mathbf{q})$ , которую можно получить в рамках СССП [3–7] (в СССП  $G^{zz} = G^{xx} = G^{yy}; \langle S_{\mathbf{i}}^{z} \rangle = 0, \alpha = x, y, z)$ 

$$H = \frac{J_1}{2} \sum_{\mathbf{i},\mathbf{g}} \widehat{\mathbf{S}}_{\mathbf{i}} \widehat{\mathbf{S}}_{\mathbf{i}+\mathbf{g}} + \frac{J_2}{2} \sum_{\mathbf{i},\mathbf{d}} \widehat{\mathbf{S}}_{\mathbf{i}} \widehat{\mathbf{S}}_{\mathbf{i}+\mathbf{d}}, \qquad (1)$$

$$G^{zz}(\omega, \mathbf{q}) = \langle S^{z}_{\mathbf{q}} | S^{z}_{-\mathbf{q}} \rangle_{\omega} = \frac{F_{\mathbf{q}}}{\omega^{2} - \omega^{2}_{\mathbf{q}}}, \qquad (2)$$

$$F_{\mathbf{q}} = -8[J_1(1-\gamma_g)c_g + J_2(1-\gamma_d)c_d], \qquad (3)$$

$$\gamma_g(\mathbf{q}) = \frac{1}{z_g} \sum_{\mathbf{g}} e^{i\mathbf{q}\mathbf{g}} = \frac{1}{2} (\cos q_x + \cos q_y), \qquad (4)$$

$$\gamma_d(\mathbf{q}) = \frac{1}{z_d} \sum_{\mathbf{d}} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{d}} = \cos q_x \cos q_y, \tag{5}$$

где **g**, **d** – векторы первых и вторых ближайших соседей,  $c_R = \langle S^z_{\mathbf{n}} S^z_{\mathbf{n}+\mathbf{R}} \rangle$  – спин-спиновые корреляционные функции на соответствующих координационных сферах,  $z_g = z_d = 4$  – число узлов на первой и второй координационных сферах. Ниже все энергетические величины приводятся в единицах  $J = \sqrt{J_1^2 + J_2^2}$ .

Письма в ЖЭТФ том 98 вып. 3-4 2013

Спектр спиновых возбуждений  $\omega_{\mathbf{q}}^2$  [4, 5] для дальнейшего анализа ФМ-, АФМ- и страйп-пределов удобно представить в следующих трех видах:

$$\omega_{\mathbf{q}}^{2} = 2A(\mathbf{q})(1 - \gamma_{g})[1 - \gamma_{g} + \delta_{\mathrm{FM}}(\mathbf{q})] =$$
  
=  $-2A(\mathbf{q})(1 - \gamma_{g})[1 + \gamma_{g} + \delta_{\mathrm{AFM}}(\mathbf{q})] =$   
=  $-2A(\mathbf{q})(1 - \gamma_{g})[1 + \gamma_{d} + \delta_{\mathrm{Stripe}}(\mathbf{q})].$  (6)

Выражения для входящих в (6) A и  $\delta$  довольно громоздки. Мы не будем приводить их здесь полностью. Представим для примера лишь  $A\delta_{AFM}$ :

$$A \,\delta_{\rm FM} = 8J_1 J_2 \,(\tilde{c}_{dg} - \tilde{c}_g) + + J_1^2 \,(1 - 20\tilde{c}_g + 8\tilde{c}_d + 4\tilde{c}_{2g}) + + \frac{1 - \gamma_d}{1 - \gamma_g} [8J_2 J_1 \,(\tilde{c}_{dg} - \tilde{c}_g) + + J_2^2 \,(1 - 20\tilde{c}_d + 8\tilde{c}_{2g} + 4\tilde{c}_{2d})].$$
(7)

В (7) корреляторы  $\tilde{c}_r = \alpha c_r$  в рамках приближения одной вершинной поправки  $\alpha$  [5, 6]. Пять корреляторов  $c_r$  (r = g, d, 2g,  $r_{gd} = |\mathbf{g} + \mathbf{d}|$ , 2d) и вершинная поправка  $\alpha$  находятся самосогласованно через функцию Грина  $G^{zz}$ . При этом накладывается дополнительное условие точного выполнения правила сумм:  $\langle \mathbf{\hat{S}}_i^2 \rangle = 3/4$ .

Введенные выше параметры  $\delta_{\text{FM}}(\mathbf{q}), \ \delta_{\text{AFM}}(\mathbf{q})$  и  $\delta_{\mathrm{Stripe}}\left(\mathbf{q}\right)$  имеют ясный физический смысл и определяют основные черты спектра спиновых возбуждений. Во всех фазах – трех упорядоченных (АФМ, страйп, ФМ) и спиновой жидкости – щель в спектре спиновых возбуждений закрыта в нулевой точке  $\Gamma = (0,0)$ . В ФМ-фазе спектр вблизи  $\Gamma$  квадратичен по q, в остальных фазах – линеен. При подходе к  $\Phi M$  со стороны соседних фаз спектр вблизи  $\Gamma$ имеет вид  $\omega_q \sim q \sqrt{\delta_{\rm FM} + q^2/4}$ . Таким образом,  $\delta_{\rm FM}$ диктует переход от ФМ-спектра  $\omega_q \sim q^2$  к  $\omega_q \sim q$ . В АФМ-фазе спиновая щель закрыта не только в  $\Gamma$ , но и в АФМ-точке  $\mathbf{Q} = (\pi, \pi)$ . Спектр вблизи Q при подходе к АФМ-фазе со стороны соседних фаз  $\omega_q \sim \sqrt{\delta_{\rm AFM} + \varkappa^2}$ , где  $\varkappa = |\mathbf{Q} - \mathbf{q}|$ , т.е.  $\delta_{\rm AFM}$ прямо определяет щель  $\Delta_{\rm AFM}$  в спектре. В страйпфазе и ее окрестностях, с соответствующими заменами (роль управляющей точки переходит к страйпточкам  $\mathbf{X} = (0, \pi), (\pi, 0)$ ) ситуация аналогична АФМ.

Таким образом, зануление каждого из трех параметров,  $\delta_{\rm FM}$ ,  $\delta_{\rm AFM}$  и  $\delta_{\rm Stripe}$ , определяет переход в соответствующую упорядоченную фазу и, одновременно, изменение вида спектра вблизи соответствующей управляющей точки (переход от линейного к квадратичному спектру для ФМ и зануление спиновой щели в спектре дираковского вида для двух остальных фаз). В спиновой жидкости щель в спектре открыта во всей зоне Бриллюэна, кроме точки **Г**.

Остановимся подробнее на описании спинового дальнего порядка. Структурный фактор имеет вид

$$c_{\mathbf{q}} = \langle S_{\mathbf{q}}^{z} S_{-\mathbf{q}}^{z} \rangle = -\frac{1}{\pi} \int d\omega \, n(\omega_{\mathbf{q}}) \, \mathrm{Im} G^{zz} \left(\omega, \mathbf{q}\right) =$$
$$= \frac{F_{\mathbf{q}}}{2\omega_{\mathbf{q}}} \left[ 2n \left(\omega_{\mathbf{q}}\right) + 1 \right], \tag{8}$$

где  $n(\omega_{\mathbf{q}})$  – бозе-функция. Корреляционные функции выражаются через структурный фактор как

$$c_{R} = \langle S_{\mathbf{n}}^{z} S_{\mathbf{n}+\mathbf{R}}^{z} \rangle = \sum_{\mathbf{q}} c_{\mathbf{q}} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{R}} =$$
$$= c_{\text{cond}} \sum_{\mathbf{q}_{0}} e^{i\mathbf{q}_{0}\cdot\mathbf{R}} + \frac{1}{4\pi^{2}} \int d\mathbf{q} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{R}} \frac{F_{\mathbf{q}}}{2\omega_{\mathbf{q}}}, \qquad (9)$$

где конденсатная часть

$$c_{\text{cond}} = \lim_{T \to 0} \frac{1}{4\pi^2} \int d\mathbf{q} n\left(\omega_{\mathbf{q}}\right) \frac{F_{\mathbf{q}}}{\omega_{\mathbf{q}}}.$$
 (10)

При  $T \to 0$  в структурном факторе в точках  $\mathbf{q}_0$  зоны Бриллюэна (где  $\omega_{\mathbf{q}}$  обращается в нуль) могут возникать дельтаобразные пики, связанные с бозевской функцией  $n(\omega_{\mathbf{q}})$ . Тогда в корреляционных функциях  $c_R$  появляется конденсатное слагаемое  $c_{\text{cond}}$ . Это соответствует наличию в системе спинового дальнего порядка ( $c_{\text{cond}}$  определяет спин-спиновый коррелятор на бесконечности). Слагаемое без  $n(\omega_{\mathbf{q}})$  в правой части (9) спадает при  $R \to \infty$ .

Для АФМ и страйп дальних порядков конденсатная часть возникает при занулении спектра  $\omega_{\mathbf{q}}$ , соответственно, в точках **Q** и **X**. Как уже было упомянуто, вблизи этих точек спектр в соответствующей фазе ведет себя как  $\omega_{\mathbf{q}} \sim \varkappa$ , где  $\varkappa = |\mathbf{q} - \mathbf{Q}|$  или  $|\mathbf{q} - \mathbf{X}|$ . Числитель  $F_{\mathbf{q}}$  функции Грина в этих точках не зануляется. Линейность спектра и ненулевое значение  $F_{\mathbf{q}}$  являются условием образования конденсата [3].

При ФМ дальнем порядке конденсат возникает в точке  $\Gamma$ . Так как вблизи нее числитель функции Грина  $F_{\mathbf{q}} \sim q^2$ , для образования конденсата необходимо, чтобы спектр также вел себя как  $\omega_{\mathbf{q}} \sim q^2$ .

Отметим, что при добавлении к исходной модели третьего обмена  $J_3$  дополнительно может реализовываться несколько случаев геликоидального дальнего порядка. Тогда отвечающая конденсатному пику в структурном факторе точка может не только быть расположена в  $\Gamma$ ,  $\mathbf{Q}$  или  $\mathbf{X}$ , но и занимать произвольное несоизмеримое положение на боковой стороне или диагонали зоны Бриллюэна [8].

На рис. 2 приведена фазовая диаграмма при  $T \rightarrow 0$ , на которой представлены конденсаты и корре-



Рис. 2. Зависимость конденсата  $c_{\rm cond}$  (модуля спинспинового коррелятора на бесконечности) и спинспиновых корреляторов на первых трех координационных сферах  $(c_g, c_d, c_{2g})$  от  $\varphi$  ( $J_1 = \cos \varphi, J_2 = \sin \varphi$ ). На оси абсцисс помечены точки фазовых переходов:  $\varphi_1$  – переход АФМ  $\rightarrow$  спиновая жидкость СЖ<sup>1</sup>,  $\varphi_2$  – СЖ<sup>1</sup>  $\rightarrow$  страйп,  $\varphi_3$  – страйп  $\rightarrow$  СЖ<sup>2</sup>,  $\varphi_4$  – СЖ<sup>2</sup>  $\rightarrow$  ферромагнетик ФМ<sup>1</sup> (окрестность точки  $\varphi_4$  см. рис. 4),  $\varphi_6$  – переход ФМ<sup>2</sup>  $\rightarrow$  АФМ

ляторы, соответствующие первым трем координационным сферам. На рис. 3 показаны спиновые щели в



Рис. 3. Зависимость спиновых щелей  $\Delta_{\mathbf{Q}}$  и  $\Delta_{\mathbf{X}}$  (показаны  $\Delta_{\mathbf{Q}}/50$  и  $\Delta_{\mathbf{X}}/50$ ) в точках  $\mathbf{Q} = (\pi, \pi)$  (1) и  $\mathbf{X} = (\pi, 0), (0, \pi)$  (2) зоны Бриллюэна от  $\varphi$  ( $J_1 = \cos \varphi$ ,  $J_2 = \sin \varphi$ ). Сплошной линией показан конденсат  $c_{\text{cond.}}$ Отмеченные точки  $\varphi_1 - \varphi_6$  те же, что и на рис. 2

симметричных точках. При  $0 \le \varphi \le \varphi_1 = 0.051$  реализуется АФМ дальний порядок: щель в АФМ-точке **Q** равняется нулю ( $\Delta_{\mathbf{Q}} = 0$ ), спектр вблизи **Q** линеен по  $|\mathbf{q} - \mathbf{Q}|$ , имеется конечный АФМ-конденсат  $c_{\text{cond}}^{\text{AFM}}$ .

При  $\varphi = \varphi_1$  конденсат  $c_{\text{cond}}^{\text{AFM}}$  обращается в нуль, АФМ-щель  $\Delta_{\mathbf{Q}}$  открывается и спектр становится бесщелевым во всей зоне Бриллюэна, исключая тривиальную нулевую точку  $\Gamma$ , где он остается линейным. Система переходит в состояние спиновой жидкости (обозначим его как СЖ<sup>1</sup>), которое реализуется в интервале  $\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2 = 1.111$ . Дальний порядок при этом отсутствует, а ближний с увеличением  $\varphi$  перестраивается с характерного для АФМ-фазы ( $c_q < 0$ ,  $|c_g| > c_d > c_{2g} > 0$ ) на характерный для страйп-фазы  $(c_d < 0, c_{2g} > 0, |c_d| > c_{2g} > |c_g|)$ . Щель в АФМ-точке **Q** проходит через максимум, а щель в страйп-точках **X** монотонно убывает (рис. 3).

При  $\varphi = \varphi_2$  страйп-щель  $\Delta_{\mathbf{X}}$  зануляется, спектр в страйп-точках  $\mathbf{X}$  становится линейным, а конденсат  $c_{\text{cond}}^{\text{Stripe}}$  – ненулевым. Система переходит в страйпфазу с дальним порядком, который реализуется в интервале  $\varphi_2 \leq \varphi \leq \varphi_3 = 2.141$ . Интересным является значение угла  $\varphi = \pi/2$ , где  $J_1 = 0$ ,  $J_2 = 1$ . При этих обменных константах система распадается на две невзаимодействующие АФМ-подрешетки и, как, очевидно, и должно быть,  $c_d (\pi/2) = c_g (0)$ ,  $c_{2g} (\pi/2) =$  $= c_d (0)$  (см. рис. 2). Отметим, что при  $\varphi = \pi/2$ , как и в АФМ-фазе,  $\Delta_{\mathbf{Q}} = 0$  (см. рис. 3). Это, однако, не приводит к возникновению дальнего АФМ-порядка, так как  $F (\mathbf{Q}, \varphi = \pi/2)$  также обращается в нуль. В результате  $c_{\text{cond}}^{\text{AFM}} (\varphi = \pi/2) = 0$ .

При  $\varphi = \varphi_3$  страйп-щель  $\Delta_{\mathbf{X}}$  открывается и система снова переходит в состояние спиновой жидкости (СЖ<sup>2</sup>), которое реализуется в диапазоне  $\varphi_3 < \langle \varphi < \varphi_4 = 2.712$  (однако с иной, чем при  $\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2$ , структурой ближнего порядка). Интересно, что коррелятор  $c_d$  между вторыми ближайшими соседями во всей области существования этой фазы остается отрицательным. Таким образом, не происходит перестройки ближнего порядка на характерный для ферромагнетика, в котором  $c_g, c_d, c_{2g} > 0$ . По модулю  $c_d$  почти везде, кроме узкой области вблизи  $\varphi_4$ , больше, чем коррелятор  $c_g$  между ближайшими сосседями.

Подчеркнем еще раз, что во всех упомянутых выше фазах спектр вблизи точки  $\Gamma = (0,0)$  остается линейным по q.

При  $\varphi = \varphi_4$  вновь возникает фаза с дальним (ферромагнитным) порядком и ненулевым соответствующим конденсатом  $c_{\text{cond}}^{\text{FM}}$ . Спектр вблизи точки  $\Gamma$  становится квадратичным по q (а щель  $\Delta_{\Gamma}(\varphi_4) = 0$ ). Рисунки 2 и 3 демонстрируют, что в этой фазе различимы две области:  $\Phi M^1$  и  $\Phi M^2$ . Области  $\Phi M^1$  отвечает узкий интервал  $\varphi_4 < \varphi < \varphi_5 = 2.733$ . В этом интервале с увеличением  $\varphi$  конденсат  $c_{\text{cond}}^{\text{FM}}$  быстро растет от 0 до максимально возможного значения  $c_{\text{cond}}^{\text{FM}} = 1/12$ . Интересно, что вблизи  $\varphi_4$  реализуется  $\Phi M$  дальний порядок при отсутствии  $\Phi M$  ближнего порядка,  $c_d < 0$  (такая ситуация отвечает интервалу  $\varphi_4 < \varphi < \varphi_{4a} = 2.713$ ). При  $\varphi \ge \varphi_5$  (область  $\Phi M^2$ ) все корреляторы и конденсат равны 1/12, а  $\alpha = 3/2$  [3, 6].

При рассмотрении модели в [6] область  $\Phi M^1$  отсутствовала. На рис. 4 представлено поведение энергии при переходах  $C \mathcal{K}^2 \to \Phi M^1 \to \Phi M^2$ . Пунк-

Письма в ЖЭТФ том 98 вып. 3-4 2013

0.10 0.05 Correlators  $c_{2g}$ 0 -0.25 cond  $\varphi_{4a}$  E  $c_d$ 0.26 -0.05-0.2 -0.10 $\varphi_4$ φ<sub>5</sub> φ<sub>4</sub> φ  $\varphi_5$ Рис. 4. Изменение конденсата  $c_{\rm cond}$  и спин-спиновых

гис. 4. Изменение конденсата  $c_{\text{cond}}$  и спин-спиновых корреляторов  $c_g$ ,  $c_d$ ,  $c_{2g}$  при эволюции системы от спиновой жидкости СЖ<sup>2</sup> к ферромагнетику ФМ<sup>2</sup>. Точки:  $\varphi_4$  – переход СЖ<sup>2</sup>  $\rightarrow$  ФМ<sup>1</sup>, в области  $\varphi_4-\varphi_{4a}$  отсутствует ближний ФМ-порядок при наличии дальнего ФМ-порядка,  $\varphi_5$  – граница между областями ФМ<sup>1</sup> и ФМ<sup>2</sup> На вставке — энергия на один узел  $\varepsilon_0$  (сплошная линия) и экстраполяция энергии для решений СЖ<sup>2</sup> и ФМ<sup>2</sup> (штриховые линии) из [6]. Их пересечение соответствует декларированному в [6] переходу первого рода между спиновой жидкостью и ферромагнетиком

тиром приведена экстраполяция энергии фазы  $CM^2$ до пересечения с энергией фазы  $\Phi M^2$  из [6]. На основании этой экстраполяции в работе [6] было сделано заключение о переходе первого рода в обсуждаемой области  $\varphi$ . Наше рассмотрение показывает (см. рис. 4), что для энергии скачок производной при эволюции системы от  $CM^2$  до  $\Phi M^1$  отсутствует.

Отметим, что стандартное ферромагнитное решение [3, 6] (решение  $\Phi M^2$ ) существует и при углах  $\varphi < \varphi_5$ , вплоть до  $\varphi = \pi - \arctan(1/2)$ . Однако в этой области оно является метастабильным по отношению к  $\Phi M^1$  и СЖ<sup>2</sup>.

При  $\varphi \geq \varphi_5$  решение  $\Phi M^2$  реализуется вплоть до  $\varphi_6 = 3\pi/2$ . Это значение угла выделено на фазовой диаграмме. В  $\varphi_6$  решетка распадается на две невзаимодействующие подрешетки. При  $\varphi \to \varphi_6 - 0$  в системе нет фрустрации относительно ФМ-порядка. При  $\varphi \rightarrow \varphi_6 + 0$  отсутствует фрустрация относительно АФМ-порядка. Поэтому физически очевидно, что и в квантовом пределе между двумя фазами с дальним порядком не возникает области спиновой жидкости. Переход происходит первым родом. Это и подтверждают наши вычисления. Отметим также, что, как видно из рис. 2, при  $\varphi \to \varphi_6 + 0 \ (J_1 = +0, J_2 = -1)$ АФМ-конденсат (т.е. модуль спин-спинового коррелятора на бесконечности) на порядок больше, чем в "стандартном" антиферромагнетике ( $\varphi = 0, J_1 = 1,$  $J_2 = 0$ ), и равен ФМ-конденсату при  $\varphi \rightarrow \varphi_6 - 0$ . Таким образом, ФМ-обмен вторых ближайших соседей при нулевом первом обмене приводит к более "жесткому" АФМ-порядку, чем АФМ-обмен первых соседей при нулевом втором обмене.

В заключение отметим, что вблизи переходов спиновая жидкость-фаза с дальним порядком должен быть существенным учет затухания спиновых возбуждений. Учет затухания может заметно сдвигать границу соответствующего перехода. Для демонстрации приведем зависимость (см. рис. 5) области



Рис. 5. Зависимость положения границ спиновой жидкости СЖ $^1$ от параметра затухания  $\gamma$ 

существования фазы СЖ<sup>1</sup> от параметра затухания  $\gamma$  при простейшем феноменологическом учете последнего в рамках функции Грина  $G_{\gamma}^{zz}$ , который сохраняет правильные аналитические свойства (детали см. в [5]):

$$G_{\gamma}^{zz}\left(\omega,\mathbf{q}\right) = \frac{F_{\mathbf{q}}}{\omega^{2} - \omega_{\mathbf{q}}^{2} + i\omega\gamma}.$$
(11)

Из рис. 5 видно, что границы спин-жидкостной фазы чувствительны к величине затухания. Однако,

как показывают наши оценки, при любых разумных значениях затухания никаких топологических изменений на полученной фазовой диаграмме не произойдет.

Таким образом, в настоящей работе в едином подходе исследована фазовая диаграмма двумерной S = $= 1/2 J_1 - J_2$ -модели Гейзенберга во всем диапазоне обменных параметров. Показано, что переходы между всеми упорядоченными и неупорядоченными фазами непрерывны, кроме перехода  $\Phi$ M–A $\Phi$ M при  $J_1 = 0, J_2 = -1.$ 

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант #13-02-00909а).

- R. Nath, A. A. Tsirlin, H. Rosner et al., Phys. Rev. B 78, 064422 (2008).
- A. A. Tsirlin and H. Rosner, Phys. Rev. B 79, 214417 (2009).
- H. Shimahara and S. Takada, J. Phys. Soc. Jpn. 60, 2394 (1991).
- А. Ф. Барабанов, В. М. Березовский, ЖЭТФ 106, 1156 (1994); А. F. Barabanov, V. M. Berezovsky, J. Phys. Soc. Jpn. 63, 3974 (1994).
- А. Ф. Барабанов, А. В. Михеенков, А. В. Шварцберг, ТМФ 168, 389 (2011).
- M. Hartel, J. Richter, D. Ihle et al., Phys. Rev. B 84, 104411 (2011).
- M. Hartel, J. Richter, O. Gotze et al., Phys. Rev. B 87, 054412 (2013).
- А. В. Михеенков, А. В. Шварцберг, Н. А. Козлов и др., Письма в ЖЭТФ 93, 419 (2011).