

# Когерентные явления в сверхпроводящем слоистом метаматериале

*С. Л. Гинзбург, А. В. Накин, Н. Е. Савицкая*

*Петербургский институт ядерной физики им. Константинова,  
Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, 188300 Гатчина, Россия*

Поступила в редакцию 14 июня 2013 г.

После переработки 18 июля 2013 г.

В настоящей работе теоретически и методом компьютерного моделирования изучается модель сверхпроводящего метаматериала, представляющая собой неупорядоченную решетку джозефсоновских контактов. Задачей работы было обнаружение и исследование условий, при которых в исследуемой системе, помещенной в пространственно-неоднородное магнитное поле, возникает синхронизация частот генерации составляющих ее контактов. Основным результатом является демонстрация возможности синхронизации частот генерации контактов в отдельных слоях исследуемой системы. Этот результат особенно важен в связи с возможностью использования сверхпроводящих метаматериалов для создания приборов, в частности генераторов, способных работать в терагерцовом диапазоне частот.

DOI: 10.7868/S0370274X13160091

Благодаря значительному прогрессу нанотехнологий в последние годы стало возможным создание уникальных материалов, представляющих собой искусственные системы, сконструированные из отдельных макроскопических элементов, которые сами могут быть весьма сложными объектами с нетривиальными физическими свойствами. Такие системы называются метаматериалами. Метаматериалы замечательны тем, что они не только наследуют свойства составляющих их элементов, но и обладают собственными свойствами, возникающими благодаря их микроструктуре и эффектам взаимодействия элементов. Это дает возможность создания материалов с заданными физическими свойствами, не характерными для объектов, существующих в природе. Особый интерес в настоящее время вызывают метаматериалы, созданные на основе сверхпроводящих элементов, в частности джозефсоновских контактов [1]. Это связано в первую очередь с возможностью создания метаматериала с отрицательным коэффициентом преломления [2], а также со способностью таких систем работать в терагерцовом диапазоне частот [3]. Первое свойство важно при создании маскирующих систем [1]. Второе может быть использовано в медицинских исследованиях, при контроле качества продукции, в системах безопасности и космических исследованиях [4].

Особое место среди возможных применений сверхпроводящих метаматериалов занимает создание источников и усилителей излучения, работающих в терагерцовом диапазоне частот. В связи с этим особенно актуальным становится вопрос о

возможности синхронной генерации составляющих метаматериал джозефсоновских контактов. Исследованию этой проблемы и посвящена настоящая работа.

Мы рассмотрим одну из возможных моделей сверхпроводящего метаматериала. Она представляет собой бесконечную по оси  $z$  полую сверхпроводящую систему, сечение которой плоскостью  $(xy)$  является решеткой из сверхпроводящих ребер, на которых расположены джозефсоновские контакты [5, 6]. Исследуемый метаматериал можно рассматривать как слоистую систему. Бесконечные по оси  $z$  слои включают в себя контакты, расположенные на “вертикальных” и “горизонтальных” ребрах решетки, и чередуются между собой (рис. 1а). Мы будем полагать, что изучаемая система помещена в пространственно-неоднородное магнитное поле, направленное по оси  $z$ . Поле индуцирует в системе ток, превышающий критические значения токов контактов. В этом случае контакты системы, по крайней мере “вертикальные”, находятся в режиме джозефсоновской генерации. Основной целью нашей работы будет выяснение условий, при которых в исследуемом метаматериале возможна синхронная генерация этих “вертикальных” контактов.

Мы продемонстрируем, что параметром, отвечающим за возможность синхронизации частот генерации составляющих систему контактов, является отношение средних значений критических токов контактов, расположенных на “горизонтальных” и “вертикальных” ребрах решетки. Мы покажем, что в случае, когда это соотношение достаточно велико, в

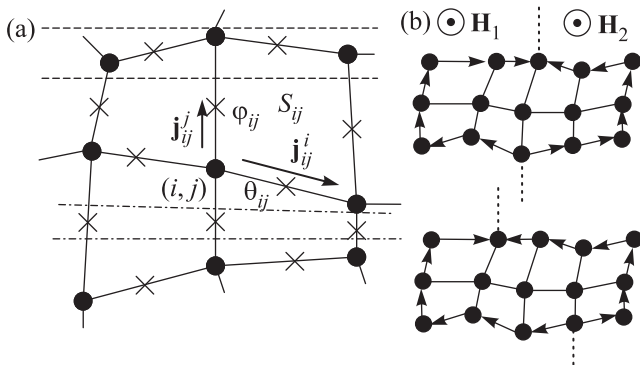


Рис. 1. (а) – Схема поперечного сечения сверхпроводящего метаматериала. Штрихпунктирные линии выделяют фрагмент слоя “вертикальных” контактов, штриховые – фрагмент слоя “горизонтальных” контактов. (б) – Схема расположения сверхпроводящих экранов для решетки размером  $5 \times 3$ . Узлы решетки обозначены черными кружками. Джозефсоновские контакты не показаны. Пунктирные линии обозначают сверхпроводящие экраны. Стрелками указаны направления локальных токов в граничных контактах системы. На верхнем рисунке  $\epsilon = 0$ , на нижнем  $\epsilon = 1$

каждом слое “вертикальных” контактов наблюдается полная синхронизация частот генерации. Вместе с тем частоты генерации контактов в различных слоях различны и независимы.

Итак, сверхпроводящий метаматериал, который мы будем изучать, можно представить как сечение плоскостью  $(xy)$  полый сверхпроводящей системы, бесконечной по оси  $z$ . Сечение имеет вид неупорядоченной решетки из сверхпроводящих ребер с поперечным размером  $l$ , на которых расположены джозефсоновские контакты (рис. 1а). Будем считать, что наш метаматериал помещен в пространственно-неоднородное внешнее магнитное поле, направленное по оси  $z$  и первоначально созданное вне нашего образца. Пространственная неоднородность поля приводит к возникновению в системе токов. Для плотности токов в джозефсоновских контактах, составляющих систему, можно написать дискретные уравнения Максвелла:

$$\begin{aligned} 4\pi j_{ij}^{(i)} &= \frac{H_{ij} - H_{ij-1}}{l}; \\ 4\pi j_{ij}^{(j)} &= \frac{H_{i-1j} - H_{ij}}{l}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $j_{ij}^{(i)}$  – компонента плотности тока, направленная вдоль ребра, соединяющего узлы  $(i, j)$  и  $(i + 1, j)$ , а  $j_{ij}^{(j)}$  – компонента плотности тока, направленная вдоль ребра, соединяющего узлы  $(i, j)$  и  $(i, j + 1)$ . Для удобства обозначений мы будем называть  $i$ -ю компо-

ненту тока, а также контакты, расположенные по  $i$ -му направлению, горизонтальными, а  $j$ -ю компоненту тока и контакты, расположенные по  $j$ -му направлению, вертикальными. Здесь  $H_{i,j}$  – магнитное поле в  $(i, j)$ -й ячейке системы. Ячейкой с координатами  $(i, j)$  мы будем называть пространство, ограниченное ребрами решетки между узлами  $(i, j)$ ,  $(i + 1, j)$ ,  $(i + 1, j + 1)$ . Нумерация ячеек проводится по левому нижнему узлу.

Токи в системе, текущие вдоль ребер, определяются токами в джозефсоновских контактах. Следуя резистивной модели джозефсоновского перехода с учетом емкости [7], мы получим следующие уравнения для калибровочно-инвариантной разности фаз в контактах:

$$\begin{aligned} \beta_{ij}^i \frac{d^2 \theta_{ij}}{dt^2} + \tau_{ij}^i \frac{d\theta_{ij}}{dt} + V_{ij}^i \sin \theta_{ij} &= \\ &= s_{ij}(\varphi_{ij} + \theta_{ij+1} - \varphi_{i+1j} - \theta_{ij}) - \\ &- s_{ij-1}(\varphi_{ij-1} + \theta_{ij} - \varphi_{i+1j-1} - \theta_{ij-1}); \\ \beta_{ij}^j \frac{d^2 \varphi_{ij}}{dt^2} + \tau_{ij}^j \frac{d\varphi_{ij}}{dt} + V_{ij}^j \sin \varphi_{ij} &= \\ &= s_{i-1j}(\varphi_{i-1j} + \theta_{i-1j+1} - \varphi_{ij} - \theta_{i-1j}) - \\ &- s_{ij}(\varphi_{ij} + \theta_{ij+1} - \varphi_{i+1j} - \theta_{ij}); \\ \beta_{ij}^{i(j)} = LC_{ij}^{i(j)}; V_{ij}^{i(j)} &= \frac{2\pi L j_{cij}^{i(j)}}{\Phi_0}; \tau_{ij}^{i(j)} = \frac{L}{R_{ij}^{i(j)}}; \\ s_{ij} &= \frac{a^2}{S_{ij}}; \quad a^2 = \langle S_{ij} \rangle, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $j_{cij}^{i(j)}$  – плотность критического тока  $(i, j)$ -го контакта,  $L$  – эффективная индуктивность контактов,  $\Phi_0$  – квант магнитного потока,  $R_{ij}^{i(j)}$  – нормальное сопротивление  $(i, j)$ -го контакта,  $C_{ij}^{i(j)}$  – емкость  $(i, j)$ -го контакта,  $S_{ij}$  – площадь соответствующей ячейки (см. рис. 1а). Как видно из рисунка, величины  $s_{ij}$  характеризуют степень неупорядоченности системы. Будем полагать, что критические токи, емкости и сопротивления контактов в исследуемом метаматериале являются случайными величинами, равномерно распределенными в некотором диапазоне значений. Последний мы определим далее для конкретной реализации системы.

Из уравнений (2) видно, что если все коэффициенты  $s_{ij}$  одинаковы, то система является квадратной решеткой джозефсоновских контактов. В настоящей работе мы рассмотрели наиболее простую деформацию двумерной решетки, при которой каждый узел регулярной решетки с координатами  $(x, y)$  смещается в точку с координатами  $(i = x + a_x, j = y + b_y)$ . Величины  $a_x, b_y$  для всех узлов случайны, независимы и равномерно распределены на отрезке  $[-d, d]$ .

Задавая различные величины разброса  $d$ , мы можем получить решетки с разной степенью разупорядоченности по сравнению с регулярной системой. В нашей работе мы будем считать  $d = 0.2$ . Заметим, что изменение величины  $d$  качественно не влияло на результаты эксперимента.

Обсудим теперь граничные условия для полученных уравнений. В данной работе мы будем рассматривать решетку размером  $N \times N$  ( $N = 21$ ). Будем полагать, что в нашей системе присутствуют бесконечные по осям  $z$  и  $y$  плоские сверхпроводящие экраны, позволяющие задавать различное по направлениям и величине внешнее магнитное поле в различных областях пространства. Дополнительно будем считать, что экраны расположены параллельно оси  $y$  на расстоянии  $\epsilon$  от контактов до центра горизонтальной границы решетки (рис. 1b). Пусть в левой части пространства внешнее магнитное поле имеет величину  $H_1$ , а в правой  $H_2$ . При этом пусть оба поля направлены вдоль оси  $z$  (рис. 1b). Стрелками на рисунке обозначены направления локальных токов, индуцируемых магнитным полем в граничных контактах системы.

Тогда для вертикальных контактов на левой границе решетки уравнения (2) имеют вид

$$\begin{aligned} & \beta_{1j}^j \frac{d^2 \varphi_{1j}}{dt^2} + \tau_{1j}^j \frac{d\varphi_{1j}}{dt} + V_{1j}^j \sin \varphi_{1j} = \\ & = -s_{1j}(\varphi_{1j} + \theta_{1j+1} - \varphi_{2j} - \theta_{1j}) + 2\pi \frac{H_1 a^2}{\Phi_0}. \end{aligned} \quad (3)$$

Для правой вертикальной границы решетки из (2) имеем следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} & \beta_{Nj}^j \frac{d^2 \varphi_{Nj}}{dt^2} + \tau_{Nj}^j \frac{d\varphi_{Nj}}{dt} + V_{Nj}^j \sin \varphi_{Nj} = \\ & = s_{N-1j}(\varphi_{N-1j} + \theta_{N-1j+1} - \varphi_{Nj} - \theta_{N-1j}) - 2\pi \frac{H_2 a^2}{\Phi_0}. \end{aligned} \quad (4)$$

Для горизонтальных контактов на нижней границе слева от сверхпроводящего экрана имеем следующие граничные условия (см. рис. 1b):

$$\begin{aligned} & \beta_{i1}^i \frac{d^2 \theta_{i1}}{dt^2} + \tau_{i1}^i \frac{d\theta_{i1}}{dt} + V_{i1}^i \sin \theta_{i1} = \\ & = s_{i1}(\varphi_{i1} + \theta_{i2} - \varphi_{i+11} - \theta_{i1}) - 2\pi \frac{H_1 a^2}{\Phi_0}. \end{aligned} \quad (5)$$

Граничные условия для горизонтальных контактов нижней границы, расположенных справа от сверхпроводящего экрана, имеют вид

$$\begin{aligned} & \beta_{i1}^i \frac{d^2 \theta_{i1}}{dt^2} + \tau_{i1}^i \frac{d\theta_{i1}}{dt} + V_{i1}^i \sin \theta_{ij} = \\ & = s_{i1}(\varphi_{i1} + \theta_{i2} - \varphi_{i+11} - \theta_{i1}) - 2\pi \frac{H_2 a^2}{\Phi_0}. \end{aligned} \quad (6)$$

На верхней границе справа и слева от сверхпроводящих экранов граничные условия записываются аналогично с учетом величины внешнего поля вблизи контактов, но с изменением знаков перед членами с  $H_1$  и  $H_2$ .

Будем полагать, что величина внешних полей  $H_1$  и  $H_2$  такова, что все вертикальные контакты метаматериала находятся в режиме генерации. Это означает, что средний ток, приходящийся на каждый вертикальный контакт,  $\langle z^j \rangle = (H_1 - H_2)/4\pi N$ , больше критического тока данного контакта  $z_{cij}^{j(i)} = V_{ij}^{j(i)}/2\pi$ . В настоящей работе мы взяли  $\langle z^j \rangle = 8$ , в то время как средний критический ток вертикальных контактов составлял  $\langle z_c^j \rangle = 6.33$ . Дополнительно мы полагали  $H_2 = -H_1$ , что согласно граничным условиям (3) и (4) делает токи, возникающие в граничных вертикальных контактах системы, равными. Из рис. 1b и граничных условий видно, что при  $\epsilon = 0$  суммарный ток, протекающий по горизонтальным контактам метаматериала, равен нулю. Очевидно, что в случае  $\epsilon \neq 0$  в рассматриваемом метаматериале имеется также эффективный ток и по оси  $x$ . Заметим, что в данных условиях надкритическое состояние всегда реализуется лишь в вертикальных контактах метаматериала. Поэтому далее мы сосредоточим внимание на поведении калибровочно-инвариантных разностей фаз  $\varphi_{ij}$  на вертикальных контактах в отдельных слоях системы, т.е. с одинаковым значением  $j$ .

Рассмотрим теперь основные физические параметры исследуемого метаматериала. Величина  $V_{ij}^{i(j)}$  является важнейшей характеристикой контакта, определяющей его поведение. Так, при всех  $V_{ij}^{i(j)} \gg 1$  каждый элемент системы и вся система в целом обладают большим числом метастабильных энергетических состояний. Следствием этого факта являются свойство квантования магнитного потока и гистерезисное поведение [7]. В нашей работе мы будем рассматривать именно случай  $V_{ij}^{i(j)} \gg 1$ . Кроме того, будем считать, что величины  $V_{ij}^{j(i)}$  являются случайными и равномерно распределены в интервале, который будет оговорен ниже. Параметр  $\beta_{ij}^{i(j)}$  зависит от емкости контакта и является случайной величиной, так же как и параметры  $\tau_{ij}^{i(j)}$ , зависящие от сопротивления  $(i, j)$ -го контакта. Таким образом, наш метаматериал однозначно характеризуется следующими параметрами: набором физических характеристик  $V_{ij}^{i(j)}$ ,  $\beta_{ij}^{i(j)}$ ,  $\tau_{ij}^{i(j)}$  и коэффициентов взаимодействия  $s_{ij}$ .

Обратимся теперь к изучению динамики фаз  $\varphi_{ij}$ ,  $\theta_{ij}$  в исследуемом метаматериале при различных значениях параметров  $V_{ij}^{i(j)}$ ,  $\beta_{ij}^{i(j)}$ ,  $\tau_{ij}^{i(j)}$ ,  $s_{ij}$ .

Процесс моделирования динамики начинался с фиксирования набора величин  $V_{ij}^{i(j)}$ ,  $\beta_{ij}^{i(j)}$ ,  $\tau_{ij}^{i(j)}$ ,  $s_{ij}$  для данного эксперимента. Значения  $V_{ij}^{i(j)}$  выбирались случайными, независимыми и были распределены с равной вероятностью в интервале  $\langle V^{i(j)} \rangle - \delta_V/2 < V_{ij}^{i(j)} < \langle V^{i(j)} \rangle + \delta_V/2$ . Средние значения  $\langle V^{i(j)} \rangle$  выбирались отдельно для каждого эксперимента (см. ниже), а  $\delta_V = 0.1$ . Величины  $\beta_{ij}^{i(j)}$  были равномерно распределены в интервале  $\langle \beta \rangle - \delta_\beta/2 < \beta_{ij}^{i(j)} < \langle \beta \rangle + \delta_\beta/2$ , где  $\langle \beta \rangle = 1$ , а  $\delta_\beta = 0.1$ . Величины  $\tau_{ij}^{i(j)}$  также равномерно распределялись в интервале  $\langle \tau \rangle - \delta_\tau/2 < \tau_{ij}^{i(j)} < \langle \tau \rangle + \delta_\tau/2$  с определенными заранее средним значением  $\langle \tau \rangle = 10$  и  $\delta_\tau = 0.1$ . Заметим, что мы рассматривали также и другие значения средних  $\langle \beta \rangle$ ,  $\langle \tau \rangle$  и  $\delta_\tau$ ,  $\delta_\beta$ , варьируя их в достаточно широком диапазоне. Качественного изменения результатов моделирования при этом не наблюдалось.

После того как были зафиксированы параметры изучаемого метаматериала для конкретного эксперимента, мы, начиная с некоторых значений фаз на контактах,  $\varphi_{ij}(0)$  и  $\theta_{ij}(0)$ , проводили моделирование согласно уравнениям (2). Интегрирование уравнений (2) проводилось с использованием метода Рунге–Кутты четвертого порядка с шагом  $dt = 0.001$ .

По истечении некоторого времени переходного процесса наша система выходила на стационарный режим. В этом режиме мы изучали поведение усредненного по вертикальным контактам напряжения в отдельных слоях системы  $S_k^j(t)$ , вычисляемого по формуле

$$S_k^j(t) = \frac{\Phi_0}{2\pi N} \sum_i \frac{d\varphi_{ik}}{dt}, \quad (7)$$

и величин напряжений на вертикальных контактах  $u_{ij}^j$ , вычисляемых для каждого контакта по формуле

$$u_{ij}^j(t) = \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{d\varphi_{ij}}{dt}. \quad (8)$$

Поскольку нашей основной задачей было исследование возможности возникновения синхронизации частот генерации контактов, составляющих метаматериал, мы также рассматривали автокорреляционные функции изучаемых величин  $D_a$  и их Фурье-преобразования  $I_a$ :

$$\begin{aligned} \tilde{a}(t) &= a(t) - \langle a(t) \rangle, \\ D_a(t_1) &= \langle \tilde{a}(t)\tilde{a}(t+t_1) \rangle. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь угловые скобки означают усреднение по времени, а характеристика  $a$  может принимать значения  $S_k^j(t)$  или  $u_{ij}^{i(j)}(t)$ .

В результате исследований нами было установлено, что основным параметром, отвечающим за возможность синхронизации частот генерации контактов в исследуемом метаматериале, является соотношение величин средних критических токов вертикальных и горизонтальных контактов. Это эквивалентно следующему соотношению:  $\eta = \langle V_{ij}^i \rangle / \langle V_{ij}^j \rangle$ . В настоящей работе мы приводим результаты для случаев, когда данное соотношение равно 1 и 100, как наиболее показательные.

Для случая  $\eta = 1$  ( $\langle V^i \rangle = \langle V^j \rangle = 40$ ) мы изучили напряжения на вертикальных контактах  $u_{ij}^j$  в различных слоях метаматериала, вычисляемые по формулам (8). В результате было установлено, что в центральных слоях системы ( $j = 10, 11, 12$ ) напряжения на вертикальных контактах периодичны. Периоды изменений напряжений  $u_{ij}^j$  в каждом из слоев одинаковы. Однако для различных слоев эти периоды несколько различаются. Таким образом, мы установили, что в изучаемом метаматериале возникает синхронизация частот генерации контактов в трех центральных слоях. При этом частоты генерации напряжения в каждом из слоев различны и независимы. Для остальных контактов системы, как вертикальных, так и горизонтальных, синхронизации не наблюдалось. Данный результат проиллюстрирован на рис. 2 и 3. На них представлены зависимости от времени среднего по вертикальным контактам напряжения  $S_k^j(t)$  в соответствующем слое, их автокорреляционные функции  $D_S$  и преобразования Фурье  $I_S$ . Для центрального слоя метаматериала на графиках хорошо прослеживается периодический характер изменения величины  $S_{11}^j(t)$ . Это говорит о синхронизации частот генерации всех вертикальных контактов, составляющих слой. В то же время для величины  $S_2^j(t)$  такой периодичности не наблюдается.

Иная картина получена для  $\eta = 100$ . В этом случае мы брали  $\langle V^i \rangle = 4000$  и  $\langle V^j \rangle = 40$ . Заметим, что при  $\eta = 100$  наш метаматериал является слоистой системой, в которой чередуются слои, состоящие из горизонтальных контактов с большими значениями критического тока  $V_{ij}^i$ , и слои, состоящие из вертикальных контактов со значительно меньшими значениями критического тока  $V_{ij}^j$ . Для этого случая мы также рассмотрели динамику напряжений на вертикальных контактах системы для различных слоев. В итоге оказалось, что синхронизация частот генерации возникает уже для всех слоев метаматериала, а частоты синхронизации для различных слоев различны и независимы. Полученные результаты иллюстрирует рис. 4. На нем представлены величины  $S_k^j(t)$

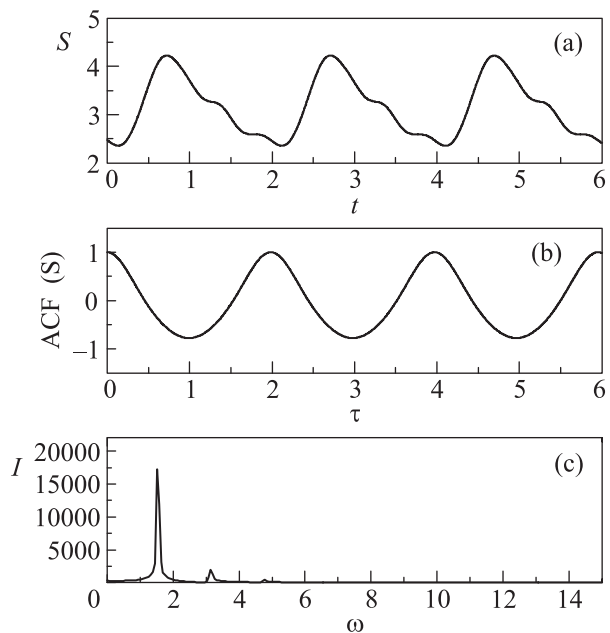


Рис. 2. Зависимость от времени величины  $S = S_{11}^j(t)$  (a) и автокорреляционная функция  $ACF(S) = D_{S_{11}^j}$  (b) для случая  $\eta = 1$ . (c) – Преобразование Фурье  $I$  от  $D_{S_{11}^j}$ . На графиках прослеживается периодический характер величины  $S_{11}^j(t)$ . Это говорит о синхронизации частот генерации в центральном слое метаматериала

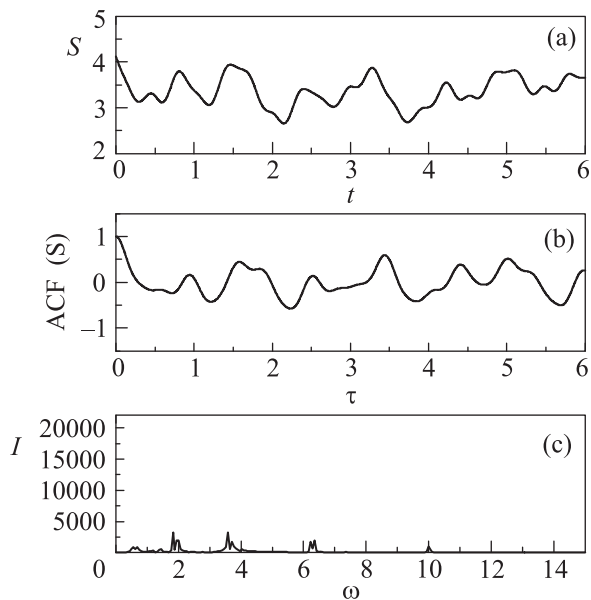


Рис. 3. Зависимость от времени величины  $S = S_2^j(t)$  (a) и автокорреляционная функция  $ACF(S) = D_{S_2^j}$  (b) для случая  $\eta = 1$ . (c) – Преобразование Фурье  $I$  от  $D_{S_2^j}$ . В данном слое синхронизации частот генерации контактов не наблюдается

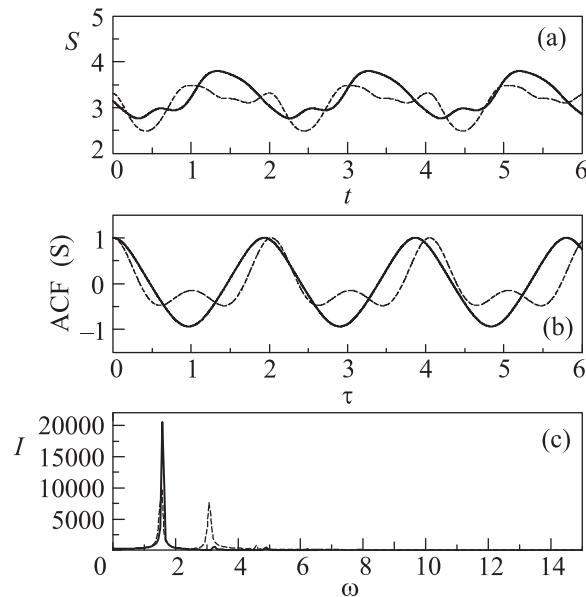


Рис. 4. Зависимость от времени величин  $S_2^j(t)$  (сплошная линия) и  $S_{19}^j$  (пунктирная линия) (a) и автокорреляционные функции  $D_{S_2^j}$  (сплошная линия) и  $D_{S_{19}^j}$  (пунктирная линия) (b) для случая  $\eta = 100$ . (c) – Их преобразования Фурье. Функции  $S_k^j(t)$  для каждого из слоев периодичны. Однако периоды их изменения несколько различны. Таким образом, в системе наблюдается послышная синхронизация

для двух случайно выбранных слоев метаматериала с  $k = 2$  и  $19$ , их автокорреляционные функции  $D_S$  и преобразования Фурье  $I_S$ . Видно, что функции  $S_k^j(t)$  для каждого из слоев периодичны, а периоды их изменения хотя и достаточно близки по величине, но все же несколько отличаются.

Мы также рассмотрели устойчивость возникающего явления синхронизации к изменению симметрии расположения сверхпроводящих экранов, варьируя параметр  $\epsilon$ . Оказалось, что в случае  $\eta = 100$  изменение  $\epsilon$  не разрушает возникающей послышной синхронизации. Данный вывод иллюстрирует рис. 5. На нем представлены функции  $S_{19}^j(t)$  в слое с  $j = 19$  для трех различных значений  $\epsilon$ :  $\epsilon = 0, 5$  и  $10$ . Видно, что даже при перестановке сверхпроводящих экранов синхронизация в слоях сохраняется.

Итак, мы изучили сверхпроводящий метаматериал, представляющий собой двумерную неупорядоченную решетку джозефсоновских контактов. Нашей задачей были обнаружение и исследование условий, при которых в такой системе возможна синхронизация частот генерации составляющих ее контактов. Мы показали, что параметром, отвечающим за возможность возникновения синхронизации частот генерации контактов в рассматриваемом метамате-

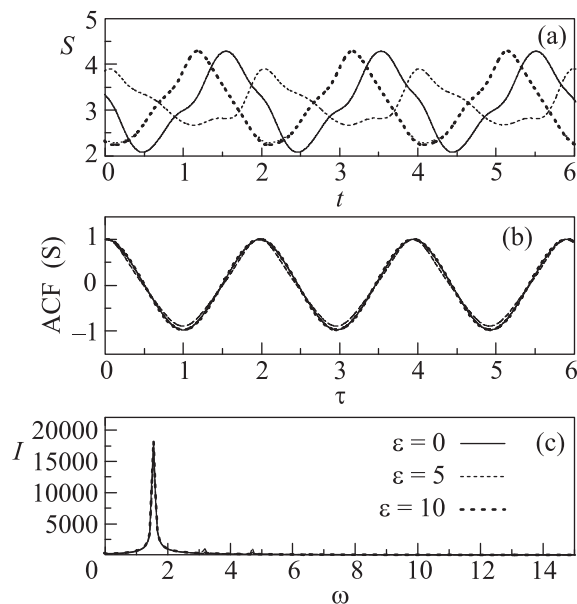


Рис. 5. Функции  $S_{19}^j(t)$  для  $\epsilon = 0, 5$  и  $10$  при  $\eta = 100$  (a) и автокорреляционные функции для  $S_{19}^j(t)$  (b) для случая  $\eta = 100$ . (c) – Преобразования Фурье для автокорреляционных функций  $S_{19}^j(t)$ . Разрушения синхронизации при изменении местоположения сверхпроводящих экранов не происходит

риале, является отношение средних значений критических токов контактов, расположенных на горизонтальных и вертикальных ребрах решетки. Ко-

гда разница в значениях средних критических токов по различным направлениям растет, увеличивается число контактов, частоты генерации которых синхронизованы. Основным впечатляющим достижением данной работы является построение простой модели слоистого метаматериала, в котором синхронизация частот генерации джозефсоновских контактов реализуется в отдельно взятых слоях. Этот результат особенно важен в связи с возможностью использования сверхпроводящих метаматериалов для создания приборов, в частности генераторов, способных работать в терагерцовом диапазоне частот.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант # 11-02-00474-а).

1. S. Anlage, J. Opt. **13**, 024001 (2011).
2. M. C. Ricci, H. Xu, R. Prozorov et al., IEEE Trans. Appl. Supercond. **17**(2), 918 (2007).
3. J. Gu, J. Han, Zh. Tian et al., Terahertz Science and Technology **6**(1), 66 (2013).
4. V. Savinov, V. A. Fedotov, S. M. Anlage et al., Phys. Rev. Lett. **109**, 243904 (2012).
5. С. Л. Гинзбург, А. В. Накин, Н. Е. Савицкая, ЖЭТФ **130**, 862 (2006).
6. С. М. Ишикаев, Э. В. Матизен, В. В. Рязанов и др., Письма в ЖЭТФ **72**, 39 (2000).
7. К. К. Лихарев, *Введение в динамику джозефсоновских переходов*, М.: Наука, 1985.