

ПО ИТОГАМ ПРОЕКТОВ
РОССИЙСКОГО ФОНДА ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
Проект РФФИ # 10-02-00030а

Генерация терагерцевых волн током в магнитных переходах

Ю. В. Гуляев, П. Е. Зильберман, Г. М. Михайлов⁺, С. Г. Чигарев

Институт радиотехники и электроники им. Котельникова РАН, 141190 Фрязино, Россия

⁺Институт проблем технологии микроэлектроники и особо чистых материалов РАН, 142432 Черноголовка, Россия

Поступила в редакцию 5 ноября 2013 г.

Терагерцевый участок электромагнитного спектра (ориентировочно 0.3–30 ТГц) остается пока недостаточно освоенным, главным образом ввиду отсутствия компактных, управляемых и надежно работающих в широком интервале температур, включая комнатные, излучателей (генераторов) и приемников (детекторов) данного диапазона. В настоящем обзоре рассматриваются соответствующие исследования последних лет, проводившиеся в рамках проектов РФФИ. В них предложены и реализованы новые физические эффекты и основанные на них принципы работы ТГц-устройств. Рассмотренные эффекты относятся к физике ферромагнитных (ФМ) и/или антиферромагнитных (АФМ) проводящих слоев, собранных в микро- и наноразмерные структуры, которые называют магнитными переходами. Рассмотрены следующие эффекты: формирование квазиравновесного распределения инжектированных током электронов по уровням энергии и возможность инверсной заселенности уровней; наведение макроскопической намагниченности поляризованным по спину током в АФМ-слое в отсутствие внешнего магнитного поля; возникновение определяемого током вклада в АФМ-резонанс; экспериментальное обнаружение и исследование свойств ТГц-излучения в переходах типа ФМ–ФМ и ФМ–АФМ.

DOI: 10.7868/S0370274X13230197

1. Введение. В последние годы потребность в освоении ТГц-волн возрастает. Их возможные приложения включают астрофизику и физику атмосферы, биологию и медицину, обеспечение безопасности и поиск запрещенных материалов, неразрушающий контроль параметров, связь в космосе, информационные технологии, сверхбыструю обработку данных (см., например, обзор [1]). Ведется поиск новых подходов к построению соответствующих устройств.

Кратко напомним некоторые из таких известных подходов:

1) генераторы на основе эффекта Джозефсона работают при криогенных температурах. Достижимые частоты не слишком велики (ниже 0.9–1.8 ТГц);

2) созданы генераторы на основе нелинейного преобразования частот (смещения частот) в полупроводниках. Миниатюрные генераторы для работы при комнатных температурах получены в последнее время [2], но пока только для частот $\lesssim 4$ ТГц. Их мощности излучения невелики из-за потерь при нелинейном преобразовании;

3) наиболее перспективными считаются генераторы, называемые квантово-каскадными лазерами (ККЛ). Они работают на основе искусственной среды – плоской сверхрешетки, составленной из тонких слоев полупроводника или немагнитного металла, разделенных туннельными барьерами. Их излучение наблюдалось в экспериментах [1] при плотностях тока $\sim 10^3$ А/см². Однако соответствующие температуры всегда оказывались низкими (< 165 К), мощности излучения таких генераторов сильно падали с ростом температуры. Работа в направлении улучшения их характеристик ведется уже более 10 лет.

Таким образом, сохраняется актуальность альтернативных излучателей и приемников ТГц-диапазона, которые могли бы иметь определенные прикладные преимущества. Интересно отметить, что хотя в литературе длительное время обсуждались различные физические механизмы возбуждения и приема волн в ТГц-диапазоне, до последнего времени магнитные материалы и их свойства с этой точки

зрения почти не рассматривались. Существующее положение начало изменяться сравнительно недавно в связи с развитием нового научно-прикладного направления, именуемого спинтроникой металлических магнитных наноструктур. В настоящем обзоре мы хотели бы обсудить полученные в данном направлении результаты и привлечь внимание к перспективам их приложений.

2. Магнитные переходы. В исследуемых магнетиках излучение возникает вследствие квантовых переходов электронов проводимости вниз по энергии с переворотом спина через *sd*-обменную щель [3, 4]. Таким переходам часто (см. ниже) соответствует излучение в ТГц-диапазоне. Видимо, впервые подобное излучение, возбуждаемое постоянным током, было проанализировано в статьях [5–7].

Были предложены различные типы магнитных переходов. Рассмотрим три исследованных нами типа. Начнем с перехода, схема которого показана на рис. 1. Контактуют три слоя: инжектор (1), рабо-

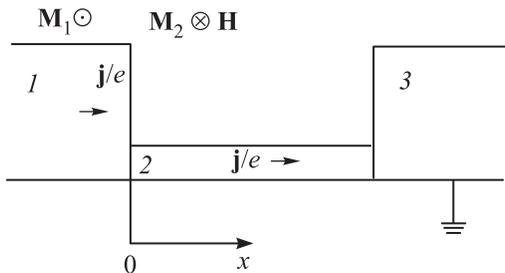


Рис. 1

чий слой (2) и замыкающий цепь слой – сток (3). Электронный поток j/e пронизывает все слои. Намагниченности слоев 1 и 2 противоположны. В работе [7] было показано, что для эффективного накопления инжектированных электронов в слое 2 необходимо согласовать с другими слоями параметр Z , называемый спиновым сопротивлением:

$$Z = \frac{\rho l}{1 - Q^2}, \quad (1)$$

где ρ – удельное сопротивление слоя, l – длина пробега спинов, Q – степень поляризации тока. При выполнении соотношений $Z_3 \geq Z_1 \gg Z_2$ реализуются наиболее благоприятные условия для накопления неравновесных спинов в слое 2 (индексы здесь соответствуют номерам слоев). Иными словами, спины не стремятся пройти сквозь слой 2 “транзитом”. Электроны поляризуются в слое 1 и сохраняют поляризацию, противоположную намагниченности в слое 2. Такие электроны могут излучать с переворотом спи-

на. Однако имеется один существенный недостаток – слишком малая плотность тока в рабочем слое.

Для повышения плотности тока можно применить точечный контакт, подобный описанному ранее в работе [8]. В ней тонкий медный стержень с диаметром ~ 100 мкм прижимался к слоистой структуре из двух ФМ-пленок: пленки железа, Fe (35 нм) и пленки магнетита, Fe_3O_4 (150 нм). Ток из стержня проникал в структуру пленок локально через пятно порядка площади контакта, а затем растекался. Максимальная плотность тока вблизи контакта достигала $\geq 10^5$ А/см². Проходя через верхний ФМ-слой, ток становился поляризованным и отдавал энергию во втором слое, если его намагниченность поддерживалась противоположной намагниченности второго слоя. В работе [9] в указанных условиях было зарегистрировано слабое ТГц-излучение. Однако оно оказалось неудобным для исследований из-за необходимости постоянно поддерживать противоположные направления намагниченностей слоев.

Более удобной на сегодняшний день оказалась другая конструкция – переход типа ФМ-стержень – ФМ-пленка [10, 11]. Схема этой конструкции приведена на рис. 2. Особенность показанного магнитно-

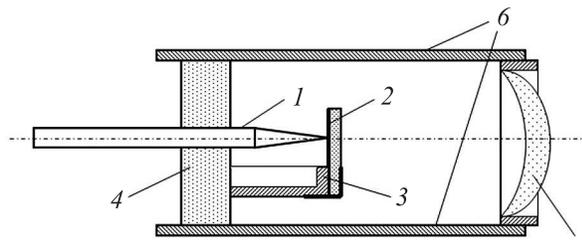


Рис. 2

го перехода состоит в том, что точечный контакт осуществляется с помощью тонкого стержня, который сам сделан из магнитожесткого ФМ-материала (у нас – из закаленной стали). Такой электрод служит не только “точечным” источником тока, но и инжектором поляризованных по спину электронов. В результате достаточно применять только одну ФМ-пленку. В наших экспериментах пленки имели толщину 5–10 нм. Диаметр стержня составлял порядка 10–50 мкм. Тогда в пленке вблизи контакта со стержнем можно было получать плотности тока до 10^8 А/см² и выше. Выделение тепла током происходит в малом объеме металла, что несколько облегчает его отвод. Применения специальных источников магнитного поля не требуется, поскольку стержень, помимо прочего, служит постоянным магнитом. Та-

кая структура была выбрана как базовая для экспериментов по наблюдению генерации ТГц током.

3. Измерения. На рис. 3 представлена схема установки для обнаружения и исследования излучений. Сигнал излучателя 1 приходит из

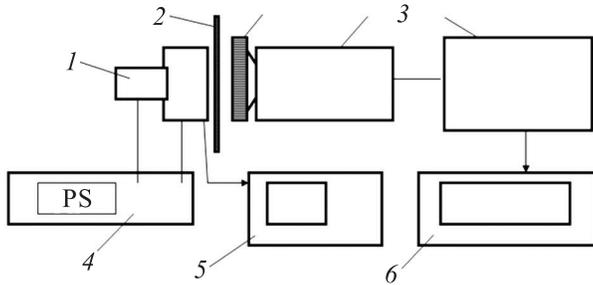


Рис. 3

области контакта стержня и пленки через диэлектрическую подложку и блок низкочастотного и высокочастотного фильтров 2. Этот сигнал регистрируется ячейкой Голея 3. Низкочастотный фильтр в виде металлической сетки с ячейками $125 \times 125 \text{ мкм}^2$ необходим для отсеки длинноволновых сигналов, так как ячейка Голея способна фиксировать их в широком диапазоне длин волн (от 8 мм до 10 мкм). Высокочастотный фильтр из полимера фирмы ТИДЕКС требуется для отсеки частот выше 10 ТГц. В качестве источника тока используется блок питания PS 4, позволяющий пропускать через систему ток до 1 А. Регистрация параметров тока осуществляется с помощью цифрового осциллографа 5, а регистрация изменения интенсивности свечения во времени - с помощью цифрового самописца 6.

4. Результаты измерений и обсуждение. В качестве блока питания (БП) может применяться генератор импульсов. Такой генератор позволяет пропускать через систему импульсы с амплитудой до 0.8 А различных длительности и частоты повторения. В результате скважность может варьироваться от 2 до 20. При этом в рабочей области вблизи стержня (см. рис. 2) плотность тока достигает $\sim 2 \cdot 10^8 \text{ А/см}^2$ без разрушения системы.

Были измерены зависимости интенсивности излучения от времени при протекании тока в прямом и обратном направлении (т.е. при дрейфе электронов от стержня к пленке и обратно). При этом использовалась последовательность импульсов различной скважности, что соответствовало различной средней мощности нагрева. Результаты измерений показаны на рис. 4.)

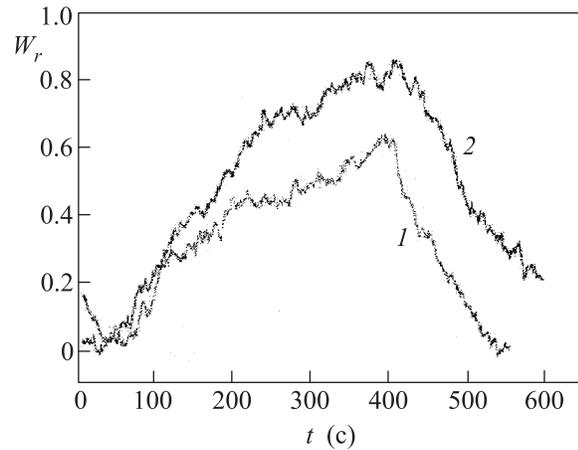


Рис. 4

Видно, что измеренная интенсивность зависит от направления тока и от скважности. При замене магнитного (стального) стержня немагнитным (медным) эти зависимости исчезают. В работе [12] результаты подобных измерений были подробно описаны и интерпретированы. Как оказалось, по величине они значительно превосходят известные магнитоэлектрические эффекты в металлах и определяются инжекцией спинов током в стержне. Таким образом, наблюдаемое излучение складывается из теплового и спин-инжекционного, причем последняя составляющая отличается тем, что именно она зависит от направления тока.

В описанных экспериментах спин-инжекционное и тепловое излучения имели, как правило, сопоставимые интенсивности. Возникает вопрос: нельзя ли ослабить тепловую компоненту излучения по сравнению со спин-инжекционной? Для это прежде всего необходимо применять только хорошо проводящие тепло материалы. Кроме того, нужно учесть, что нагрев и остывание – инерционные процессы по сравнению с процессом спиновой инжекции. В работах [13–15] было предложено пропускать ток в течение достаточно короткого времени и наблюдать излучение такого тока. Время протекания тока должно быть достаточно большим, чтобы инерционность ячейки Голея не сказывалась на результатах измерений, но достаточно малым для того, чтобы разогрев током и остывание не играли роли. В магнитном переходе типа изображенного на рис. 2 были применены пленки пермаллоя Ru. Полученная зависимость мощности излучения W от времени t показана на рис. 5. В объектив ячейки Голея попадала мощность $W \sim 2.5 \text{ мВт}$. При диаметре объектива $\sim 6 \text{ мм}$ это давало мощность излучения в полный телесный угол $W_{\text{total}} \sim 10 \text{ мВт}$. Оценим, какова должна быть

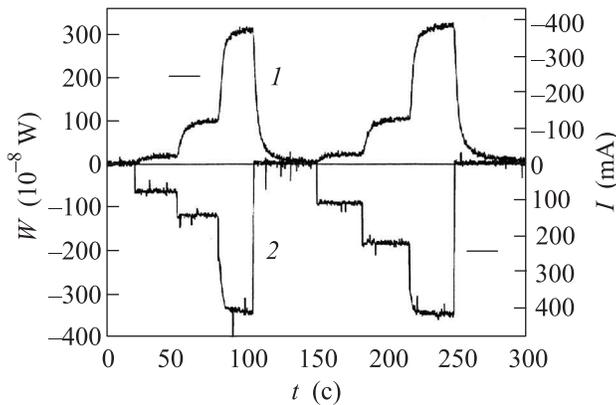


Рис. 5

абсолютная температура тела, излучающего такую мощность в равновесных условиях (т.е. какова эквивалентная “тепловая” мощность). Пользуясь законом Рэлея–Джинса [16], в используемом диапазоне частот $f \approx (10^{12} - 10^{13})$ Гц при площади излучающего тела $S \sim 0.1$ см² получаем искомую температуру: $T \geq 3000$ К. Столь высокие температуры в эксперименте отсутствовали. Таким образом, мощность принимаемого излучения слишком велика и не может быть объяснена нагревом излучателя. Кроме того, в экспериментах применялся переменный во времени ток, причем мощность излучения $W(t)$ строго следовала за колебаниями тока $I(t)$ (см. рис. 5). С тепловым влиянием можно связать лишь плавный характер фронтов импульсов излучения при резких скачках тока и плавный “хвост” на уровне нескольких процентов вблизи нуля. В заключение следует добавить, что спин-инжекционное излучение наблюдалось с определенным порогом по току, что дополнительно отличает его от теплового.

5. Влияние sd -обмена на взаимодействие электронов с электромагнитными волнами. Для понимания природы спин-инжекционного излучения необходимо рассмотреть общий вопрос о взаимодействии электронов проводимости с электромагнитным полем в условиях, когда сами электроны испытывают обменное взаимодействие с магнитной решеткой. Данный вопрос возникает потому, что стандартные мультипольные механизмы, по-видимому, оказываются неэффективными и не могут объяснить больших мощностей излучения W , наблюдаемых экспериментально. Первое важное указание на искомый механизм было сделано в работе [6]. Этот механизм оказался весьма эффективным. Его можно трактовать еще и как механизм “обменного усиления” вероятности излучательных межподзонных переходов. Согласно [6] для такого механизма суще-

ственную роль играет зависимость обменной энергии электрона от импульса \mathbf{p} : $U_{sd} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{I}(\mathbf{p})$. Здесь \mathbf{y} – векторная матрица Паули, а энергия

$$\mathbf{I} = \pm \alpha_{sd}(\mathbf{p}) \mu_B \mathbf{M}, \quad (2)$$

где $\alpha_{sd}(\mathbf{p}) \sim (2-6) \cdot 10^4$ – безразмерная константа sd -обмена, \mathbf{M} – намагниченность среды, μ_B – магнетон Бора. Указанную зависимость можно оценить из соотношения $p_F \partial I / \partial p_F \approx (a p_F / \hbar) I$, где величина a характеризует пространственный размер магнитного орбитали, а p_F – импульс Ферми. Можно убедиться в том, что энергия (2) на порядки превосходит энергии мультипольных и других механизмов.

Теория [6] появилась еще до наблюдения ТГц-излучения в [12–15]. В последнее время она была несколько дополнена [17] и сопоставлена с наблюдениями. Как оказалось, что основные выводы [6] о механизме излучения подтверждаются, а теоретические оценки мощности излучения, сделанные в [17], хорошо согласуются с экспериментом.

6. Сортировка электронов по энергии вблизи стержня. Кроме эффективного взаимодействия с электромагнитным полем, желательно обеспечить и инверсную заселенность электронных уровней. В стержне (при расстоянии от его оси $r < R$ на рис. 6а) основная доля электронов ориентирует свои спины

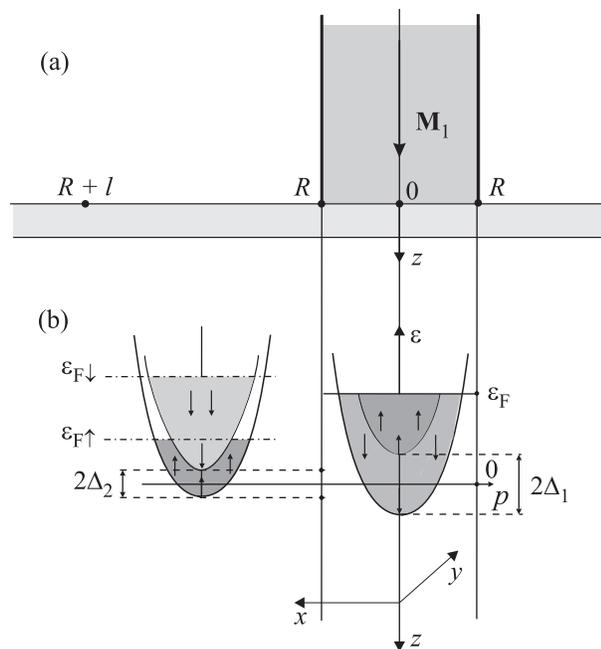


Рис. 6

по направлению вектора \mathbf{M}_1 (спины \downarrow), а остальные электроны – в противоположном направлении (спины \uparrow). Для удобства мы пользуемся параболической

моделью электронных зон, $\varepsilon = p^2/2m$. Тогда величина раздвижки энергий электронных подзон равна $2\Delta_1 = 2\alpha_{sd}M_1\mu_B \cdot \hat{z}$, где \hat{z} – орт оси Oz .

После включения тока и перетекания электронов в пленку спиновая поляризация электронов сохраняется на длине диффузии $l = \sqrt{\frac{1}{3}l_p v_F \tau}$, где l_p – длина свободного пробега электрона, $v_F \sim 10^8$ см/с – скорость Ферми, $\tau \sim 3 \cdot 10^{-13}$ с – время релаксации спинов в эпитаксиальных пленках. Таким образом, направления спинов в кольце $R \leq r < R + l$ вокруг стержня при длинах $l \leq 30$ нм должны сохраняться. Теперь раздвижка подзон энергий зависит от рассеянной намагниченности $\mathbf{M}(R)$ и равна $2\Delta_2 = 2\alpha_{sd}\mu_B |\mathbf{M}(R)\hat{z}|$. Здесь мы предположили, что $\mathbf{M}(R) \cdot \hat{z} < 0$, как и в работах [13–15]. По этой причине подзона \uparrow оказалась сдвинутой по энергии вниз, а подзона \downarrow – вверх (рис. 6b). Поскольку $|\mathbf{M}(R)| \ll M_1$, величина раздвижки может оказаться слишком малой для того, чтобы соответствовать наблюдаемым частотам излучения.

Заметим, однако, что квазиуровни Ферми $\varepsilon_{F\uparrow}$ и $\varepsilon_{F\downarrow}$ отличаются друг от друга в меру достигнутой внутри стержня поляризации $P = (n_\downarrow - n_\uparrow)/n$, где $n_{\downarrow\uparrow}$ – концентрации в подзонах, а $n = n_\downarrow + n_\uparrow$ – полная концентрация электронов. Инжектированные электроны распределяются по энергиям в соответствии с функцией Ферми. Для электронов со спином вверх (против намагниченности \mathbf{M}_1) все уровни вплоть до “квазиуровня” Ферми $\varepsilon_{F\downarrow}$ заполняются по одному электрону на уровень. Для электронов со спином вниз (по намагниченности) заполняются по одному электрону все уровни вплоть до “квазиуровня” Ферми $\varepsilon_{F\uparrow}$. Принимая, что в инжекторе электроны поляризованы по спину так, что их концентрации удовлетворяют условию $n_\downarrow \gg n_\uparrow$, и пренебрегая раздвижкой $2\Delta_2$, получим $\varepsilon_{F\downarrow} \gg \varepsilon_{F\uparrow}$, т.е. высокий уровень более заселен, чем нижний. Этот механизм обсуждался в работе [18]. Он описывает инверсию заселенностей.

Оценим частоты излучения при sd -квантовых переходах между указанными квазиуровнями Ферми. Эти частоты равны

$$f \equiv \frac{\varepsilon_{F\downarrow} - \varepsilon_{F\uparrow}}{2\pi\hbar} = \frac{\hbar}{4\pi m} (3\pi^2 n)^{2/3} \left[\left(\frac{1+P}{2} \right)^{2/3} - \left(\frac{1-P}{2} \right)^{2/3} \right]. \quad (3)$$

При концентрации $n \sim 10^{22}$ см⁻³, принимаемой в расчетах с учетом “прилипания” электронов проводимости [4], получаем оценку $f \sim 300P$ ТГц. При $P \sim 0.3, 0.1$ и 0.01 имеем $f \sim 90, 30$ и 3 ТГц.

Эти оценки приближенно соответствуют измерениям. Дополнительная коррекция возможна при учете расщепления $2\Delta_2$. Если принять $|\mathbf{M}(R)| \leq 0.1M_1$, то $2\Delta_2 < 10$ ТГц. Существенно, что согласно данному механизму частота излучения может быть заметно уменьшена при уменьшении степени поляризации тока.

7. Магнитные переходы типа ФМ–АФМ. Макроспин. Рассмотрим магнитные переходы другого типа, в которых ФМ-слой заменен АФМ-слоем. Такие структуры давно вызывают интерес с точки зрения исследования однонаправленной анизотропии и возможности закрепления намагниченности ФМ-слоя [19]. Однако мы полностью исключаем из рассмотрения подобные эффекты, предполагая, что в наших типах структур (см. рис. 7) имеются ультра-

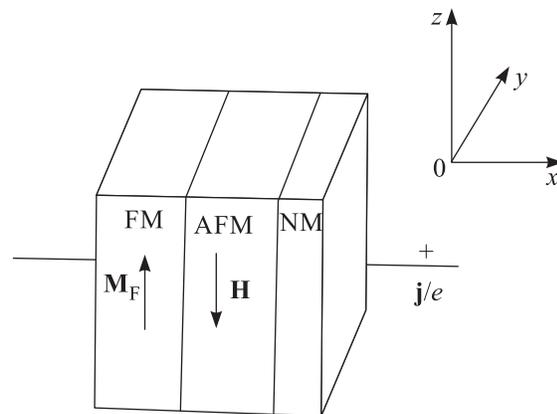


Рис. 7

тонкие буферные слои – прокладки между основными слоями, которые предотвращают прямое обменное взаимодействие слоев (слои взаимодействуют только за счет пронизывающего их тока). И при таком подходе слои также исследовались во многих работах (см., например, [20, 21]). Тем не менее ответы на многие вопросы пока не найдены. В наших работах [22–24] показывается, что возможна и желательна определенная дальнейшая модернизация теории.

Прежде всего, интересно понять, что происходит на границе раздела в нашей структуре при протекании тока в направлении $1 \rightarrow 2$. Поток электронов со спинами, параллельными вектору $\hat{\mathbf{M}}_{FM}$ инжектируется внутрь слоя АФМ. Этот поток вносит намагниченность электронов \mathbf{m} , которая взаимодействует с решеткой по механизму sd -обмена. Поляризованные электроны создают обменное эффективное поле по направлению своих спинов и приводят к некоторому “скашиванию” подрешеток: они перестают быть строго антипараллельными. Данный эффект начнется у

самой границы и будет распространяться на всю толщину слоя антиферромагнетика L_{AFM} , на которой, как мы предполагаем, должна сохраняться поляризация электронов. Только такие достаточно тонкие слои мы далее и будем рассматривать.

В качестве граничных условий накладываются требования непрерывности плотностей потоков электронных спинов $\mathbf{J}(x)$ и спинов решетки $\mathbf{J}_L(x)$ при пересечении границы раздела:

$$\mathbf{J}_{\parallel} \equiv [\mathbf{J}(-0)\hat{\mathbf{M}}(+0)]\hat{\mathbf{M}}(+0) = \mathbf{J}(+0), \quad (4)$$

$$\mathbf{J}_{\perp} \equiv \mathbf{J}(-0) - \mathbf{J}_{\parallel} = \mathbf{J}_L(+0). \quad (5)$$

При этом единичный вектор $\hat{\mathbf{M}} = \mathbf{M}/M$, а поток спинов решетки включает следующие два слагаемых:

$$\mathbf{J}_L(+0) = \mathbf{J}_M(+0) + \mathbf{J}_{sd}(+0). \quad (6)$$

Слагаемое $\mathbf{J}_M(+0)$ дает поток из-за взаимодействия спинов решетки между собой, а слагаемое $\mathbf{J}_{sd}(+0)$ – поток спинов, создаваемый на границе из-за включения sd -обмена. Подробнее вывод и обсуждение указанных потоков представлены в статье [22]. Отметим также, что в (5) отброшен поток спинов решетки, передаваемый через границу от инжектора. Это связано с исходным упрощающим предположением о том, что инжектор является строго магнитожекстким с полностью закрепленными спинами решетки.

Обсудим еще одно дополнительное условие, которое накладывается в нашей теории. Считается, что толщина АФМ-слоя достаточно мала, так что она удовлетворяет условиям $L_{\text{AFM}} \leq l$, $\sqrt{\alpha} \sim (20-30)$ нм, где l – диффузионная длина электронов, $\sqrt{\alpha}$ – внутрирешеточная обменная длина. В действительности подобные условия не являются ограничительными, поскольку на больших длинах исчезает неравновесность электронов по спинам, а с ней и все исследуемые эффекты. Вместе с тем подобные условия сильно упрощают расчеты, поскольку позволяют пренебречь зависимостью величин от координаты x (характерные длины для таких зависимостей $\sim \sqrt{\alpha}$). По существу, намагниченности в рабочем слое постоянны. Поэтому их часто называют “макроспином”. Впервые аппроксимация макроспина была применена уже в основополагающих работах [25, 26]. Оказалось, что она хорошо соответствует эксперименту и может быть строго обоснована не только для ФМ-, но и для АФМ-переходов [22].

В работе [22] подробно показывается, что при выполнении указанных условий уравнения движения в АФМ-слое можно записать в виде

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\kappa}{M_0} \left\{ \left[\mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} \right] + \left[\mathbf{L} \times \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial t} \right] \right\} +$$

$$+ \gamma[\mathbf{M} \times \mathbf{H}] + \gamma[\mathbf{M} \times \mathbf{H}_d] + \\ + \frac{1}{2} \gamma(\beta + \beta')(\mathbf{M} \cdot \mathbf{n})[\mathbf{M} \times \mathbf{n}] + \frac{1}{2}(\beta - \beta')(\mathbf{L} \cdot \mathbf{n})[\mathbf{L} \times \mathbf{n}] + \\ + K \left[\mathbf{M} \times \hat{\mathbf{M}}_{\text{FM}} \right] + P_{sd}[\mathbf{M} \times \hat{\mathbf{M}}_{\text{FM}}] = 0, \quad (7)$$

где $\mathbf{M} = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2$ – полная намагниченность, $\mathbf{M}_{1,2}$ – парциальные намагниченности подрешеток, $\mathbf{L} = \mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2$ вектор антиферромагнетизма, \mathbf{H} – внешнее магнитное поле, \mathbf{H}_d – поле размагничивания, β, β' – постоянные анизотропии, M_0 – намагниченность подрешетки, $\kappa \sim 10^{-2}$ – параметр затухания Гильберта, \mathbf{n} – единичный вектор вдоль оси анизотропии, γ – гиромагнитное отношение, t – текущее время. Напомним также, что $\hat{\mathbf{M}}_{\text{FM}}$ есть единичный вектор намагниченности инжектирующего (ферромагнитного) слоя.

Уравнение (7) для \mathbf{M} должно решаться совместно с уравнением для \mathbf{L} . Последнее в приближении макроспина также приобретает сравнительно простой вид:

$$\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\kappa}{M_0} \left\{ \left[\mathbf{L} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} \right] + \left[\mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial t} \right] \right\} + \\ + \gamma[\mathbf{L} \times \mathbf{H}] + \gamma[\mathbf{L} \times \mathbf{H}_d] - \gamma\Lambda[\mathbf{L} \times \mathbf{M}] + \\ + \frac{1}{2} \gamma(\beta + \beta')(\mathbf{M} \cdot \mathbf{n})[\mathbf{L} \times \mathbf{n}] + \frac{1}{2}(\beta - \beta')(\mathbf{L} \cdot \mathbf{n})[\mathbf{M} \times \mathbf{n}] + \\ + K \left[\mathbf{M} \times \hat{\mathbf{M}}_{\text{F}} \right] + P_{sd}[\mathbf{L} \times \hat{\mathbf{M}}_{\text{F}}] = 0. \quad (8)$$

Представленные уравнения содержат два важных характеристических параметра, пропорциональных току j :

$$K = \frac{\mu_{\text{B}} Q}{e L_{\text{AFM}} M^2} j, \quad P_{sd} = \frac{\gamma \alpha_{sd} \mu_{\text{B}} \tau Q}{e L_{\text{AFM}}} j, \quad (9)$$

где Q – степень поляризации тока. Параметр K характеризует перенос спина от электронов в решетку, а параметр P_{sd} – инжекцию спинов током. Последний как раз и представляет то эффективное обменное поле, которое само способно скапливать подрешетки.

8. Стационарное состояние. Наведение намагниченности поляризованным током. Отбрасывая производные по времени, находим стационарное состояние в виде

$$\bar{\mathbf{M}} = \frac{H_z + P_{sd}/\gamma}{\Lambda + (\beta - \beta')/2} \approx \frac{H_z + P_{sd}/\gamma}{\Lambda}, \quad (10)$$

$$\bar{L}_z = \pm \sqrt{4M_0^2 - \bar{M}_z^2} \approx \pm 2M_0.$$

Наиболее существенным здесь можно считать появление добавки к внешнему намагничивающему полю,

создаваемой параметром P_{sd} , который представляет спиновую инжекцию. Эта добавка описывает эффективное магнитное поле, параллельное намагниченности инжектора и создаваемое спинами электронов проводимости. Таким образом, получается что скошенная конфигурация антиферромагнетика может быть получена даже без участия внешнего магнитного поля.

9. Отклонения от стационарного состояния.

Ветви возбуждений и неустойчивость. На первом этапе следует линеаризовать уравнения движения (7) и (8) вблизи стационарного состояния $\mathbf{M} = (0, 0, \bar{M}_z)$ и $\mathbf{L} = (0, \bar{L}_y, 0)$ и определить ветви малых собственных колебаний $M_x, M_y, \tilde{M}_z = M_z - \bar{M}_z$ и $L_x, \tilde{L}_y = L_y - \bar{L}_y, L_z$. Система линеаризованных уравнений распадается на две независимые системы относительно переменных M_x, M_y, L_z и $L_x, \tilde{L}_y, \tilde{M}_z$, которые описывают две независимые ветви спектра. Первая ветвь соответствует прецессии вектора намагниченности вокруг направления оси Oz (см. рис. 7). Вторая ветвь отвечает периодическому изменению длины вектора намагниченности вдоль магнитного поля. Все указанные переменные рассматриваются как периодические функции времени с частотой ω . С учетом неравенств $\Lambda \gg 4\pi, \beta, \beta'$ для первой ветви получаем дисперсионное соотношение

$$(1 + \kappa^2)\omega^2 + 2iv\omega - \omega_0^2 = 0, \quad (11)$$

где

$$\omega_0 = \sqrt{2\gamma^2 H_A H_E + (K\bar{M}_z)^2 + (\gamma H_z + P_{sd})^2}, \quad (12)$$

$$V = \kappa\gamma H_E + K\bar{M}_z, \quad (13)$$

$H_E = \Lambda M_0 \sim (10^6 - 10^7)$ Гс, $H_A = (\beta - \beta')M_0 \sim 10^3$ Гс.

Формулы (12) и (13) без токовых слагаемых $K\bar{M}_z$ и P_{sd} согласуются с известными выражениями для собственных частот прецессии, возбуждаемых при АФМ-резонансе [3, 27]. При этом частота колебания оказывается порядка $\omega_0 \sim 10^{12} \text{ с}^{-1}$. Затухание получается довольно большим: при $\kappa \sim 10^{-2}$ имеем $v/\omega_0 \sim 1$. Учтем теперь влияние тока. Подставим в выражение (13) статическую намагниченность из (10). При этом нужно иметь в виду, что в формуле (9) для параметра K также должен стоять квадрат статической намагниченности \bar{M}_z^2 . Тогда (13) можно переписать в виде

$$(1 + \eta)j + \frac{H_z}{|H_z|}j_0 = \frac{v}{\Lambda\kappa\gamma M_0} \left[\eta j + \frac{H_z}{|H_z|}j_0 \right], \quad (14)$$

где

$$J_0 = \frac{\kappa\gamma M_0 e L_{AFM} |H_z|}{\mu_B Q} > 0, \quad \eta = \alpha_{sd} \kappa \gamma M_0 \tau > 0. \quad (15)$$

Выражение (14) зависит от знака поля H_z . Пусть поле направлено против намагниченности инжектора, т.е. $H_z/|H_z| < 0$. Неустойчивость соответствует $v < 0$ и наступает при выполнении следующих двух неравенств:

$$\frac{j_0}{1 + \eta} < j < \frac{j_0}{\eta}. \quad (16)$$

Таким образом, существуют два порога. Левый порог в (16) соответствует достаточно большому току для начала обменной неустойчивости. Правый порог отвечает прекращению неустойчивости из-за компенсации до нуля внешнего намагничивающего поля вследствие влияния спиновой инжекции. В точке правого порога происходит восстановление антипараллельности подрешеток. Численные оценки показывают, что параметр $\eta \leq 1$. Поэтому оба порога оказываются одного порядка. Выясняется, что они могут быть не слишком велики ($\sim j_0 \approx 10^5 \text{ А/см}^2$), т.е. сравнительно легко достижимы. Пусть теперь поле направлено по намагниченности инжектора, т.е. $H_z/|H_z| > 0$. Тогда, как легко убедиться с помощью выражения (14), неустойчивость невозможна: слои ФМ и АФМ намагничены параллельно.

Обсудим поведение второй ветви колебаний $(L_x, \tilde{L}_y, \tilde{M}_z)$. Ток влияет на эту ветвь путем изменения стационарной намагниченности \bar{M}_z под действием эффективного поля, создаваемого инжекцией спинов. Крутильный момент на эту ветвь не влияет. При поле $H_z < 0$ и $P > |H_z|$ затухание волны становится отрицательным, что соответствует плотности тока $j > j_0/\eta$ и чисто мнимой частоте. Это описывает процесс аperiodического переключения антипараллельной конфигурации в параллельную. Неустойчивости не возникает.

10. Развитая неустойчивость. В предыдущем пункте мы рассматривали только процессы зарождения и прекращения обменной неустойчивости, которые можно описать линеаризованными уравнениями (7), (8). Интересно понять, каким окажется состояние слоя АФМ в результате развития неустойчивости. Для этого нужно решить указанные уравнения без линеаризации. Такая задача в определенной мере была решена в статье [23] путем численного моделирования. Вводился ряд безразмерных параметров. В частности, ток характеризовался с помощью параметра $K_0 = \gamma^{-1}K = \frac{\mu_B Q j}{e L_{AFM} \gamma M_0^2}$. Тогда при $\Lambda = 10^3$, $\kappa = 10^{-2}$, $\eta = 10^2$ и $H_z = M_0$ получалось, что неустойчивость возникает при $K_0 = 5 \cdot 10^{-3}$ и прекращается, согласно линейной теории, при $K_0 = 1 \cdot 10^{-2}$. В численных экспериментах при увеличении параметра K_0 от нуля до указанного порога происхо-

дило уменьшение затухания прецессии вокруг оси Oz вследствие отрицательного вклада крутильного механизма. При этом абсолютная величина отрицательной компоненты M_z убывала от 10^{-3} до 10^{-4} из-за влияния инжекционного механизма.

В области неустойчивости, когда $K_0 > 5 \cdot 10^{-3}$, затухание колебаний исчезало. При $K_0 > 7 \cdot 10^{-3}$ колебания поперечных компонент становились синусоидальными с частотой $\sim 3 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$. Колебания продольной компоненты M_z также являлись периодическими на фоне отрицательного среднего значения, однако их форма была далека от синусоиды. При $K_0 = 8 \cdot 10^{-3}$ колебания компонент M_x , M_y приобретали вид биений. При $K_0 = 9 \cdot 10^{-3}$ эти колебания снова становились синусоидальными. Далее, при $K_0 = 1.1 \cdot 10^{-3}$ незатухающие колебания еще сохранялись, но уже при $K_0 = 1.2 \cdot 10^{-3}$ они почти полностью исчезали. Дальнейшее увеличение тока приводило лишь к росту намагниченности в положительном направлении, обусловленному инжекционным механизмом. При $K_0 = 2\Lambda/\eta$ величина M_z достигала максимально возможного значения $M_z = 2M_0$, когда подрешетки “схлопывались”. При этом угловая частота прецессии оказывалась порядка $\omega \sim 10^{13} \text{ с}^{-1}$. Такой ситуации соответствовала плотность тока $\sim 2 \cdot 10^8 \text{ А/см}^2$.

Подведем некоторые итоги нелинейного расчета. Область неустойчивости оказывается несколько шире по сравнению с оценками линейной теории. В этой области возникают незатухающие колебания различной формы, от почти синусоидальных до биений. В области магнитных полей, слабых по сравнению с обменным полем, наведенная током намагниченность мала по сравнению с намагниченностью подрешеток. Соответственно мала и амплитуда стационарных колебаний. Таким образом, при сопоставлении рассматриваемого случая с аналогичными эффектами в чисто ФМ–ФМ-переходах появляются следующие особенности. Во-первых, как уже отмечалось ранее, из-за малой величины намагниченности M порог неустойчивости уменьшается, например до токов $\sim 10^5 \text{ А/см}^2$. Это положительный фактор, облегчающий наблюдение. Во-вторых, интенсивность колебаний, возникающих в результате развития неустойчивости, также уменьшается пропорционально квадрату намагниченности. Этот фактор должен затруднить наблюдение эффекта. Видимо, в экспериментах так оно и получается. Были предприняты активные усилия [20], но надежного исследования порогов и неустойчивости не получилось. Наши оценки показывают, в чем могла бы заключаться одна из причин затруднений.

11. Влияние тока на антиферромагнитный резонанс. Антиферромагнитный резонанс известен давно. Он наблюдался даже в диэлектриках [3, 27]. В результате до сих пор влияние тока на этот резонанс не считалось принципиально важным. Напомним, однако, что протекание поляризованного по спину тока в АФМ-слое приводит к скапливанию подрешеток и наведению намагниченности даже в отсутствие какого-либо внешнего магнитного поля. В переменном магнитном поле

$$\vec{H}(t) = (0, H_0 \cos \omega t, 0) \quad (17)$$

можно возбудить колебания наведенной намагниченности на частотах ω близких к соответствующим собственным частотам прецессии. Таким образом, возникает новый создаваемый поляризованным током резонанс.

В данном случае уравнения (7) и (8) вместо статического магнитного поля \vec{H} пишется переменное поле (17). Тогда их решение дает вынужденные колебания, в частности

$$M_x(\omega) = \frac{(-i\omega + P_{sd}/\eta)P_{sd}H_0}{\Lambda(\omega^2 - \Omega^2 + 2iN\omega)}. \quad (18)$$

В формулу (18) входит только параметр спиновой инжекции P_{sd} , который описывает наводимую током намагниченность. Крутильный момент сюда не входит, поскольку он дает лишь малый нелинейный вклад в вынужденные колебания. Квадрат резонансной частоты Ω^2 и коэффициент затухания N равны

$$\Omega^2 = 2\gamma^2 H_E H_A + P_{sd}^2 + \left(\frac{\gamma H_E}{\eta}\right)^2, \quad (19)$$

$$N = \gamma H_E \left(\kappa + \frac{1}{\eta}\right). \quad (20)$$

Отметим, что выражения (19) и (20) отличаются от аналогичных выражений (12) и (13) для свободных колебаний. Если положить в (19) параметр $P_{sd} = 0$, то они переходят в известные ранее (без тока) выражения для частот АФМ-резонанса.

Слагаемое P_{sd}^2 вносит квадратичный по току вклад в частоту и доминирует в выражении (20) при токах $j \geq 10^7 \text{ А/см}^2$. Уже говорилось, что при точечных контактах достижимы плотности тока до $\sim 10^9 \text{ А/см}^2$ и выше [21]. Таким образом, вследствие инжекции спинов появляется широкий интервал токов (два порядка), в котором свойства АФМ-резонанса существенно меняются. В этих условиях согласно (19) частота резонанса равна $\Omega \approx P_{sd}$, что приводит к оценкам $\Omega \approx 0.01, 0.1, 1.0 \text{ ТГц}$ при токах $j \approx 10^7, 10^8, 10^9 \text{ А/см}^2$ соответственно.

В работах [22] и [23] найдены выражения для наводимой током намагниченности (10) и наводимого эффективного обменного поля:

$$\mathbf{H}_{sd} = \frac{P_{sd}}{\gamma} \cdot \hat{z}. \quad (21)$$

С учетом этого механизм резонанса можно пояснить с помощью рис. 8b. Сильное магнитное поле (21),

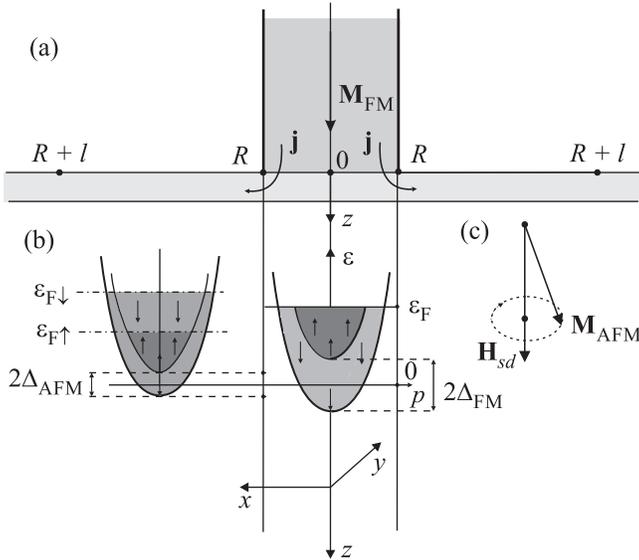


Рис. 8

создаваемое инжектированными спинами, направлено по оси \$Oz\$. Оно ориентирует наводимую током статическую намагниченность антиферромагнетика \$\hat{\mathbf{M}}_{AFM}\$ (10) также по оси \$Oz\$. Однако в динамике при возбуждении колебаний происходит прецессия наведенной намагниченности \$\mathbf{M}_{AFM}\$. Частота этой прецессии равна \$\Omega = \gamma|\mathbf{H}_{sd}| = P_{sd}\$, что совпадает с выражением, получаемым из (19). Частота \$\Omega\$ возрастает с током и согласно оценкам может лежать как в субмиллиметровом, так и в терагерцевом диапазонах. Добротность резонанса \$Q = \Omega/2\nu\$ оказывается \$\sim 5-10\$, т.е. довольно большой.

Отметим еще, что спин-инжекционный резонанс имеет частоты, которые при больших токах пропорциональны току и поэтому могут перестраиваться им. Проявления резонанса можно дополнительно проиллюстрировать с помощью рис. 9 и 10. На этих рисунках введена безразмерная величина – мнимая часть магнитной восприимчивости, которая пропорциональна поглощаемой при резонансе мощности. Видно, что пики поглощения возникают как в зависимости от частоты при заданном токе, так и в зависимости от тока при заданной частоте.

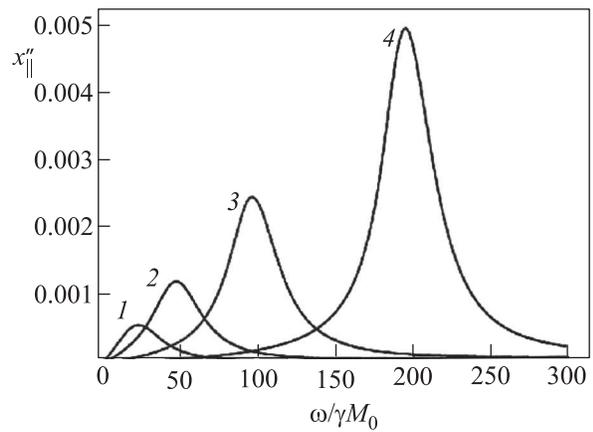


Рис. 9

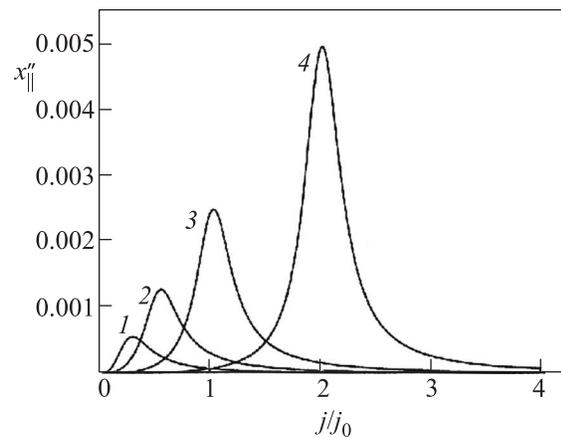


Рис. 10

Свойства АФМ-резонанса свидетельствует о том, что он может оказаться интересным для обнаружения колебаний и измерения их частот и интенсивностей. Например, при электромагнитном облучении подобной структуры возможны два эффекта: резонансное поглощение и резонансное отражение. В данном случае типичная толщина скин-слоя (\$l_s \le \le 100\$ нм) позволяет в принципе наблюдать оба эффекта. При этом подстройка к резонансу может осуществляться током, причем с ростом тока чувствительность измерений должна возрастать. Подчеркнем, что указанный метод, по существу, является все-температурным, поскольку металлическая структура лишь слабо меняет свои свойства при изменении температуры.

12. Генерация терагерцевых волн током. Генерация терагерцевых волн током была обнаружена в экспериментах со структурами типа стержень – АФМ-пленка. В них применялась пленка FeMn. Измерительный блок был аналогичен блоку, показан

ному на рис. 3. Было проверено, что пленка не имеет собственной намагниченности.

Экспериментальные результаты. Для исследований применялся индукционный характеристограф [28, 29]. Так как антиферромагнитная пленка имеет нулевую результирующую намагниченность, для определения ее антиферромагнетизма согласно [19] следует использовать двухслойную структуру, состоящую из антиферромагнитной пленки и ферромагнитного подслоя. При этом антиферромагнетизм проявляется в нарушении симметрии петли гистерезиса при изменении магнитного поля от $-H_s$ до $+H_s$, т.е. в смещении петли гистерезиса ферромагнитного подслоя относительно $H_s = 0$. Здесь H_s – поле насыщения для ферромагнитного материала подслоя. На рис. 11 представлена осциллограмма, по-

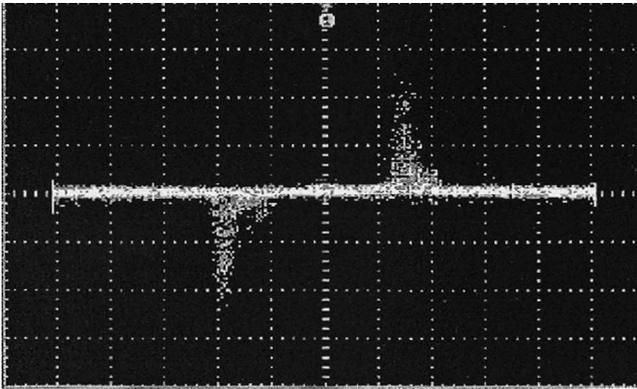


Рис. 11

лученная при измерении коэрцитивности двухслойного образца, состоящего из пленки FeMn и подслоя Fe, нанесенных на сапфировую подложку. Линия по горизонтали соответствует оси отсчета внешнего магнитного поля, изменяющего свое значение от -400 до $+400$ Э. Пики на осциллограмме отвечают коэрцитивности подслоя образца. Согласно [19] антиферромагнитные свойства пленки FeMn проявляются в нарушении симметрии петли гистерезиса ферромагнитного железного подслоя. На осциллограмме это отражено в несимметричном расположении пиков, а значит, в различных величинах коэрцитивности структуры при положительном и отрицательном значениях внешнего магнитного поля. Смещение коэрцитивности железного подслоя под действием антиферромагнитной пленки FeMn составило 20 Э. Аналогичные измерения с одной пленкой FeMn показали отсутствие в ней результирующей намагниченности. Об этом говорило и отсутствие петли гистерезиса.

Излучение, регистрируемое для антиферромагнитной пленки, имеет магнитную природу. Об этом говорят измерения, проведенные при замене ферромагнитного стержня немагнитным (медным) стержнем (рис. 12). В данном случае интенсивность излу-

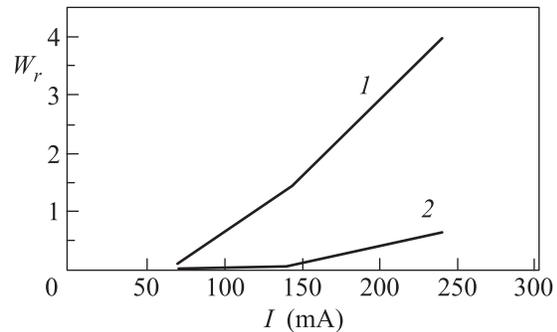


Рис. 12

чения резко упала до уровня теплового фона. При этом необходимые для регистрации излучения токи возросли.

Полученные в [29] экспериментальные результаты подтверждают, что при протекании через антиферромагнитный слой поляризованного по спину тока в слое появляется результирующая отличная от нуля намагниченность, на что было также указано и в работе [30].

Возможные механизмы генерации ТГц. Возможные механизмы генерации ТГц-излучения для структур ФМ–АФМ были предложены и обсуждались в недавних статьях [31]. Кроме того, в несколько более ранней статье [18], предлагался аналогичный механизм для структур ФМ–ФМ. Идея этих механизмов была сформулирована и рассмотрена выше в связи с формулой (3). Речь идет о спектре энергий электронов в пленке вне стержня, но вблизи него. Все полученные выражения сохраняют силу для любых типов переходов. Однако теперь играет роль и наведенная током намагниченность пленки (10), которая сама зависит от тока. Квазиуровни Ферми слабо зависят от тока. Они описывают инверсную заселенность. Поэтому генерация ТГц должна происходить, что и наблюдается. При этом частоты генерации от тока зависят слабо. От него должна зависеть вероятность излучения, т.е. излучаемая мощность.

13. Заключительные замечания. Итак, в настоящем обзоре рассмотрены механизмы создания с помощью инъекции спинов током инверсной заселенности спиновых уровней энергии в магнитных переходах. Обсуждаются два типа переходов: переходы ФМ–ФМ и переходы ФМ–АФМ.

Исследовано влияние поляризованного по спину тока на обменную неустойчивость и стационарное состояние антиферромагнитного слоя. Ток может намагничивать антиферромагнетик даже при полном отсутствии внешнего магнитного поля. Предсказан эффект спин-инжекционного антиферромагнитного резонанса, который характеризуется повышенной добротностью и не требует наложения внешнего магнитного поля. Рассмотрены пути и особенности реализации подобных устройств. Обсуждаются результаты экспериментов, в которых макеты таких устройств уже реализованы.

1. B. S. Williams, Nature Publishing Group **1**, 517 (2007).
2. K. Vijayraghavan, Y. Jiang, A. Jiang, F. Demmerle, G. Boehm, M. C. Amman, M. A. Belkin, *High performance broadly-tunable terahertz quantum cascade laser sources based on intra-cavity frequency mixing*, 21st Int. Sym. Nanostructures: Physics and Technology, St. Petersburg, Russia (2013).
3. А. С. Боровик-Романов, в сб.: *Итоги науки. 4. Антиферромагнетизм и ферриты*, отв. ред. Я. Г. Дорфман, Изд. АН СССР (1962), с. 7.
4. Э. Л. Нагаев, *Физика магнитных полупроводников*, М., Наука (1979), с. 90.
5. A. Kadigrobov, Z. Ivanov, T. Claeson, R. I. Shekhter, and M. Jonson, *Europhys. Lett.* **67**, 948 (2004).
6. A. Kadigrobov, R. I. Shekhter, and M. Jonson, *Fizika Nizkikh Temperatur* **31**, 463 (2005).
7. Ю. В. Гуляев, П. Е. Зильберман, А. И. Крикунов, А. И. Панас, Э. М. Эпштейн, *Письма в ЖЭТФ* **85**(3), 192 (2007).
8. N. Y. Chen, Y. Ji, and C. L. Chien, *Appl. Phys. Lett.* **84**, 380 (2004).
9. Ю. В. Гуляев, П. Е. Зильберман, И. В. Маликов, Г. М. Михайлов, С. Г. Чигарев, Э. М. Эпштейн, *РЭ* **57**(3), 329 (2012).
10. С. Г. Чигарев, А. И. Крикунов, П. Е. Зильберман, А. И. Панас, Э. М. Эпштейн, *РЭ* **54**(6), 742 (2009).
11. Ю. В. Гуляев, П. Е. Зильберман, А. И. Панас, С. Г. Чигарев, Э. М. Эпштейн, *РЭ* **55**(6), 715 (2010).
12. Ю. В. Гуляев, П. Е. Зильберман, А. И. Панас, С. Г. Чигарев, Э. М. Эпштейн, *РЭ* **55**(10), 1211 (2010).
13. Ю. В. Гуляев, П. Е. Зильберман, И. В. Маликов, Г. М. Михайлов, А. И. Панас, С. Г. Чигарев, Э. М. Эпштейн, *Письма в ЖЭТФ* **93**(5), 289 (2011).
14. Ю. В. Гуляев, П. Е. Зильберман, И. В. Маликов, Г. М. Михайлов, А. И. Панас, С. Г. Чигарев, Э. М. Эпштейн, *ДАН: Физика* **56**(5), 265 (2011).
15. S. G. Chigarev, E. M. Epshtein, Yu. V. Gulyaev, I. V. Malikov, G. M. Mikhailov, A. I. Panas, V. G. Shofman, and P. E. Zilberman, *Spin-Injection Terahertz Radiation in Magnetic Junction*, Proceedings of Moscow International Symposium on Magnetism, MISM (2011).
16. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика*, М., Наука (1964).
17. Ю. В. Гуляев, Е. А. Вилков, П. Е. Зильберман, Г. М. Михайлов, С. Г. Чигарев, *РЭ* **58**(12), 1137 (2013).
18. Ю. В. Гуляев, Е. А. Вилков, П. Е. Зильберман, Г. М. Михайлов, С. Г. Чигарев, *ДАН: Техническая физика* **451**, 4 (2013).
19. Н. М. Саланский, М. Ш. Ерухимов, *Физические свойства и применение магнитных пленок*, Наука СО (1975).
20. Е. В. Гомонай, В. М. Локтев, *Физика низких температур* **34**(3), 256 (2008).
21. J. Basset, Zh. Wei, and M. Tsoi, *IEEE Transactions on Magnetics* **46**(6), 1770 (2010).
22. Ю. В. Гуляев, П. Е. Зильберман, Э. М. Эпштейн, *ЖЭТФ* **141**(2), 335 (2012).
23. Ю. В. Гуляев, П. Е. Зильберман, Э. М. Эпштейн, *РЭ* **57**(5), 558 (2012).
24. Ю. В. Гуляев, П. Е. Зильберман, В. В. Котов, Г. М. Михайлов, С. Г. Чигарев, Э. М. Эпштейн, *РЭ* **57**(8), 888 (2012).
25. J. C. Slonczewski, *J. Magn. Magn. Mater.* **159**, L1 (1996).
26. L. Berger, *Phys. Rev. B* **54**, 9353 (1996).
27. А. И. Ахизер, В. Г. Барьяхтар, С. В. Пелетминский, *Спиновые волны*, М., Наука (1967).
28. А. М. Муравьев, С. И. Касаткин, Ф. Ф. Попадинец, *Завод. лаб. Диагностика материалов* **67**(7), 23 (2001).
29. Ю. В. Гуляев, П. Е. Зильберман, С. И. Касаткин, Г. М. Михайлов, С. Г. Чигарев, *РЭ*.
30. P. E. Zilberman, G. M. Mikhailov, S. G. Chigarev, E. A. Vilkov, *Spin polarized current induced magnetization in an antiferromagnetic layers*, 21st International Symposium Nanostructures: Physics and Technology, Saint Petersburg, Russia (2013), p. 312.
31. Ю. В. Гуляев, П. Е. Зильберман, Г. М. Михайлов, С. Г. Чигарев, Э. М. Эпштейн, *Письма в ЖЭТФ* **93**, 2 (2013).