Письма в ЖЭТФ, том 53, вып. 10, стр. 510 — 514 25 мая 1991 г.

$K^0 - \bar{K}^0$-СМЕШИВАНИЕ В НЕВЕДУЩЕМ ПОРЯДКЕ ПО $1/m_C$

А.А.Пивоваров

Институт ядерных исследований АН СССР
117312, Москва

Поступила в редакцию 27 марта 1991 г.

Вычислены поправки по обратной массе очарованного кварка к эффективному локальному лагранжиану с $\Delta S = 2$. Дано согласованное определение вкладов больших и малых расстояний, оценена граница сходимости для операторного разложения нелокальной части эффективного лагранжиана.

Система нейтральных каонов дает важную информацию о структуре стандартной модели в целом [1], а также служит удобным полигоном для изучения весьма тонких эффектов теории, например, явления нарушения CP-инвариантности [2]. За последнее время достигнуто значительное улучшение экспериментальных данных [3], что требует соответствующего увеличения точности теоретических предсказаний для ответа на вопрос о согласии теории и эксперимента. Переходы $K^0 - \bar{K}^0$ весьма чувствительны как к численным значениям углов смешивания кварков различных поколений, так и к величине массы t-кварка [4], поэтому теоретические расчеты этого процесса привлекают большое внимание. Надежность результатов невелика в силу необходимости вычисления каон-антикаонных матричных элементов эффективного электрослабого низкоэнергетического лагранжиана с $\Delta S = 2$, который наряду с локальной частью (в пределе $m_c \to \infty$) [5], содержит также и нелокальную часть [6]. Матричный элемент $K^0 - \bar{K}^0$-перехода, определяемый локальной

частью эффективного низкоэнергетического лагранжиана, в ведущем по $1/m_c$ приближении имеет следующий вид [5]

$$_{out}< \bar{K}^0(k')|K^0(k)>^{local}_{in} = C(M_W, m_t, V, \alpha_s) < \bar{K}^0(k')|16\pi^2 L_H|K^0(k)>=$$

$$= C(M_W, m_t, V, \alpha_s) < \bar{K}^0(k')| - m_c^2(s\gamma_\alpha d)^2|K^0(k)>, \qquad (1)$$

где $C(M_W, m_t, V, \alpha_s)$ - коэффициентная функция, зависящая от масс W-бозона и t-кварка, матрицы углов смешивания между поколениями V и константы сильной связи α_s, а матричный элемент локального оператора $(s\gamma_\alpha d)^2 = s_L\gamma_\alpha d_L s_L\gamma_\alpha d_L$, параметризуется величиной B_K, нормированной на значение, получаемое путем использования гипотезы вакуумного насыщения,

$$< \bar{K}^0(k')|\bar{s}\gamma_\alpha d)^2|K^0(k)>= B_K < \bar{K}^0(k')|(\bar{s}\gamma_\alpha d)^2|K^0(k)>^{VS} \qquad (2)$$

В дальнейшем все кварки - левые, если не указано противное.

Нелокальная часть матричного элемента $K^0 - \bar{K}^0$-перехода связана с вкладом виртуальных легких u-кварков, петли которых в соответствующих фейнмановских диаграммах не могут быть стянуты в точку из-за отсутствия обрезания интегрирования на больших расстояниях. Нелокальная часть матричного элемента параметризуется величиной D, нормированной просто на экспериментальную разность масс K_L и K_S-мезонов

$$_{out}< \bar{K}^0(k')|K^0(k)>^{nonlocal}_{in} = 2m_K D\Delta m^{\exp} \sim i\int dx T L_u(x) L_u(0), \qquad (3)$$

где $L_u = s_L\gamma_\alpha u_L\bar{u}_L\gamma_\alpha d_L$, $\Delta m^{\exp} = m_{K_L} - m_{K_S}$. В последнее время были предприняты многочисленные попытки вычисления параметров B_K [7] и D [8], хотя полученная точность, особенно для D, все еще не удовлетворительна, что существенно затрудняет сравнение теоретических вычислений параметров процесса $K^0 - \bar{K}^0$ смешивания с экспериментальными данными.

В настоящей статье представлены результаты вычисления поправок к локальной части L_H матричного элемента (1) в неведущем порядке по m_c^{-1}. Поскольку масса c-кварка не слишком велика по сравнению с характерным массовым масштабом в мире легких адронов, построенных из (u, d) кварков, например, m_ρ - массой ρ-мезона, то такие поправки могут быть существенны. Аналогичные поправки для распадов очарованных мезонов и барионов недавно рассматривались в работах [9].

Подчеркнем, что, в отличие от (1), в порядке m_c^{-2} за счет операторов размерности восемь (например, $s\gamma_\mu d s\gamma_\nu \tilde{F}_{\nu\mu} d$, где $\tilde{F}_{\nu\mu}$ - дуальный тензор напряженности глюонного поля), зависимость от границы между большими и малыми расстояниями (локальные и нелокальные вклады) входит явно, что требует четкого и согласованного определения каждого из вкладов. В работе предложено такое определение.

После отщепления W-бозона и t-кварка для определения матричного элемента необходимо вычислить эффективный $\Delta S = 2$ лагранжиан. Поскольку цель настоящей работы состоит в вычислении поправок к величине L_H в выражении (1) (а не к коэффициентной функции $C(M_W, m_t, V, \alpha_a)$, что тоже представляет важную, но, вообще говоря, отдельную задачу), то перейдем сразу к этапу отщепления c-кварка.

Эффективный лагранжиан состоит из тяжелой (локальной), L'_H и легкой (нелокальной), L'_L частей, причем в силу механизма ГИМ их сумма

$$L_{eff} = L_H + L'_L,$$

ультрафиолетово конечна. Каждая из амплитуд $L_{H,L}$ по отдельности требует ультрафиолетовой регуляризации, которую выберем в виде

$$L_H^R = i\int d^4x T L_c(x) L_c(0)(-\mu^2 x^2)^\epsilon,$$

$$L_L^R = i\int d^4x T L_u(x) L_u(0)(-\mu^2 x^2)^\epsilon, \tag{4}$$

где L_c - часть $\Delta S = 1$ лагранжиана, содержащая тяжелый c-кварк. Размерная регуляризация неудобна из-за усложнений, связанных с алгеброй γ-матриц, а регуляризация Паули - Вилларса не позволяет явно взять все возникающие интегралы.

Для тяжелой части получаем разложение (опускаем значок "R")

$$16\pi^2 L_H = -m_c^2(\bar{s}\gamma_\alpha d)^2 - \frac{4}{3}O\left(\frac{1}{\epsilon} + \ln\left(\frac{4\mu^2}{m_c^2}\right) - 2C + \frac{4}{3}\right) - \frac{2}{3}(O_2 + O_3), \tag{5}$$

где $C = 0,577...$ - постоянная Эйлера, $O = O_1 + O_2 + O_3$,

$$O_1 = \bar{s}\gamma_\mu d\bar{s}\gamma_\nu \tilde{F}_{\nu\mu} d, \quad O_2 = \bar{s}\gamma_{(\mu}D_{\nu)} d\bar{s}\gamma_{(\mu}D_{\nu)} d, \quad \gamma_{(\mu}D_{\nu)} = (\gamma_\mu D_\nu + \gamma_\nu D_\mu)/2,$$

$$O_3 = \bar{s}\gamma_\alpha d\bar{s}(\hat{D}D_\alpha + D_\alpha\hat{D})d - \frac{m_s^2 + m_d^2}{4}(\bar{s}\gamma_\mu d)^2 + \frac{m_s m_d}{2}\bar{s}_R d_L \bar{s}_L d_R. \tag{6}$$

Формула (5) дает главный результат работы - разложение локальной части матричного элемента (1) вплоть до порядка $1/m_c^2$.

Расходящаяся часть выражение (5) - полюс $1/\epsilon$ - компенсируется вкладом малых расстояний легкой части. Действительно, для $T_L(x) = TL_u(x)L_u(0)$ получаем операторное разложение при малых x^2 в виде

$$T_L(x)|_{x^2\to 0} = T_L^{as}(x) = (\bar{s}\gamma_\mu d)^2 \frac{1}{4\pi^4 x^6} + O\frac{1}{12\pi^4 x^4} \tag{7}$$

и после интегрирования по малым x ($x^2 < \bar{x}^2$ в евклидовой области) находим

$$L_L = i\int dx T_L(x)(-\mu^2 x^2)^\epsilon = L_L^{short} + L_L^{Long}, \tag{8}$$

где

$$16\pi^2 L_L^{short} = i\int dx T_L^{as}(x)(-\mu^2 x^2)^\epsilon = (\bar{s}\gamma_\mu d)^2 \frac{4}{x^2} + \frac{4}{3}O\left(\frac{1}{\epsilon} + \ln(x^2\mu^2)\right), \tag{9}$$

$$16\pi^2 L_L^{long} = i\int dx T_L(x)(-\mu^2 x^2)^\epsilon. \tag{10}$$

$$x^2 > \bar{x}^2$$

Складывая, получаем окончательно

$$16\pi^2 L = 16\pi^2 L_L^{long} + (\bar{s}\gamma_\mu d)^2\left(-m_c^2 + \frac{4}{\bar{x}^2}\right) + \frac{4}{3}O\left(\ln\left(\frac{m_c^2\bar{x}^2}{4}\right) + 2C - \frac{4}{3}\right) - \frac{2}{3}(O_2 + O_3), \tag{11}$$

Из формул (5), (9)-(11) видно, что разделение вкладов явно зависит от границы между большими и малыми расстояниями $\bar{x}$. Это граничное значение может быть оценено численно из уравнения (7) как величина, где разложение (7) нарушается. После определения величины $\bar{x}^2$ для нахождения матричного элемента полного лагранжиана перехода все еще необходима модель для вклада больших расстояний (10).

Для численных оценок используем приближение вакуумной доминантности для матричных элементов локальных операторов в киральном пределе (т.е. при параметрически малых массах легких кварков и/или квадратах масс каонов и пионов)

$$< \bar{K}^0(k)|O_1|K^0(k) >^{VS} = -\delta^2 \left(1 + \frac{1}{N_c}\right) \frac{f_K^2 m_K^2}{2}$$

$$< \bar{K}^0(k)|O_2|K^0(k) >^{VS} = -\delta^2 \frac{1}{N_c} \frac{f_K^2 m_K^2}{2},$$

$$< \bar{K}^0(k)|O_3|K^0(k) >^{VS} = 0,$$

где параметр δ^2 определен соотношением [10] $< 0|g_s \bar{d}\gamma_\nu \tilde{F}_{\nu\mu} s|K^0(k) >= -i f_K \delta^2 k_\mu$ и равен $\delta^2 = 0,2$ ГэВ^2 [10,11].

Из выражения (7) получаем

$$T_L^{as}(x) = (\bar{s}\gamma_\mu d)^2 \frac{1}{4\pi^4 x^6} \left(1 - \frac{\delta^2 x^2}{3} + o(x^2)\right), \tag{12}$$

и граничное значение $\bar{x}^2$ определяется требованием $x^2\delta^2 = z$, $1 < z < 3$. Подставляя это значение в формулу (11), находим

$$< \bar{K}^0|16\pi^2 L^{sh}|K^0 >^{VS} = < \bar{K}^0|16\pi^2 (L_H + L_L^{short})|K^0 >^{VS} =$$

$$= -m_c^2 < \bar{K}^0|(\bar{s}\gamma_\mu d)^2|K^0 >^{VS} \left(1 - \frac{4\delta^2}{z m_c^2} + \frac{4\delta^2}{3m_c^2}\left(\ln\left(\frac{z m_c^2}{4\delta^2}\right) + 2C - \frac{35}{24}\right)\right) =$$

$$= -m_c^2 < \bar{K}^0|(\bar{s}\gamma_\mu d)^2|K^0 >^{VS} \begin{cases} 1 - 0,4 \text{ для } z = 1 \\ 1 + 0,1 \text{ для } z = 3. \end{cases} \tag{14}$$

Из формулы (14) видно, что в киральном пределе и в приближении вакуумной доминантности вклад только малых состояний L^{sh} сильно зависит от границы разделения $\bar{x}^2$, когда $\bar{x}^2 \sim \delta^{-2}$, где нарушается разложение (12). Поскольку ответ для L_{eff} в целом не зависит от $\bar{x}^2$, то сильная зависимость L^{sh} от x^2 подразумевает существенный вклад L_L^{long} при малых $x^2 \sim 1/\delta^2$ и достаточно малый (?) при больших $\bar{x}^2 \sim 3/\delta^2$, однако, этот вопрос требует специального исследования в рамках какой-либо низкоэнергетической модели, например, вычислений на решетке или с помощью теории эффективных киральных лагранжианов.

В заключение подчеркнем еще раз, что вычисление поправки к эффективному локальному $\Delta S = 2$ лагранжиану существенны и их необходимо учитывать для однозначного определения вкладов больших и малых расстояний. Численная величина поправок - малых параметрически и пропорциональных $\delta^2/m_c^2 = 0,12$ - зависит от использования кирального предела и приближения вакуумного насыщения для оценки каон-антикаонных матричных элементов. Для некоторых значений параметров эта поправка может быть большой

(например, при малых B_K). Это означает также, что уточнение численного значение параметра B_K, на что были затрачены значительные усилия [7], само по себе не приводит к лучшему знанию всего вклада малых расстояний L^{sh}. Довольно сильная зависимость результата от $\bar{x}^2$ (формула (14)) подразумевает, что вклад L_L^{long}, который компенсирует эту зависимость тоже должен меняться быстро при изменении $\bar{x}^2$ в области границы сходимости разложения (7), и поэтому его учет необходим для получения стабильного предсказания; что же касается абсолютной величины этого вклада, то для ее оценки необходима низкоэнергетическая модель.

Литература

1. Glashow S.L. Nucl. Phys., 1961, 22, 579; Weinberg S. Phys. Rev. Lett., 1967, 19, 1264; Salam A. In: Elementary Particle Theory, Ed.N.Svartholm (Almqvist and Wiksel, 1968).
2. Kleinknecht K. Comment om Nucl. Part. Phys., 1989, 18, 291.
3. Jarlskog C. Preprint CERN-TH.5740/90, 1990.
4. Уральцев Н.Г., Хозе В.А. УФН, 1985, 146, 507.
5. Gaillard M.K., Lee B.W. Phys. Rev., 1974, D10, 897.
6. Wolfenstein L. Nucl. Phys., 1979, B160, 501.
7. Shrock R.E., Wise M.B. Phys. Rev., 1979, D19, 2148; Donoghue J.F., Golowich E., Holstein B.R. Phys. Lett, 1982, B119, 412; Colic P., Guberina B., Trampetic J., Tadic D. Nucl. Phys., 1983, B221, 141; Guberina B., Machet B., de Rafael E. Phys. Lett., 1983, B128, 269; Pich A., de Rafael E. Phys. Lett., 1985, B158, 477; Chetyrkin K.G., Kataev A.L., Krasulin A.B., Pivovarov A.A. Phys. Lett., 1986, B174, 104; Decker R. Nucl. Phys., 1986, B277, 661; Reinders L.J., Yazaki S. Nucl. Phys., 1987, B288, 789; Bilic N., Domingues C.A., Guberina B. Z. Phys., 1988, C39, 351; Martinelli G. Nucl. Phys. B, 1990, (Proc. Suppl), 16, 16.
8. Donoghue J.E., Golowich E., Holstein B.R. Phys. Lett., 1984, B135, 481; Bigi I.I., Sanda A.I. Phys. Lett., 1984, B148, 205; Cea P., Nardulli G. Phys. Lett., 1985, B152, 251; Machet B., Nasrallash N.F., Shilcher K. Phys. Rev., 1990, D42, 118; Ho Tso-Lsin, Ching Cheng-rui, Li Xue-Qian, Tao Zhi-jian. Phys.Rev., 1990, D42, 112.
9. Georgi H., Crinstein B., Wise M.B. Phys. Lett., 1990, B252, 456; Luke M.E. Phys. Lett., 1990, B252, 447; Isgur N., Wise M.B. Nucl. Phys., 1991,B348, 276; Georgi H. Nucl. Phys., 1991, B348, 293.
10. Novikov V.A. Nucl. Phys., 1984, B237, 525.
11. Овчинников А.А., Пивоваров А.А. ЯФ, 1988, 48, 1135.