

# Микроволновое некогерентное излучение широкого атмосферного ливня

А. Д. Филоненко<sup>1)</sup>

Восточноукраинский национальный университет им. Даля, 91034 Луганск, Украина

Поступила в редакцию 4 февраля 2014 г.

Исследовано некогерентное излучение релятивистских электронов (позитронов) широкого атмосферного ливня в диапазоне сверхвысоких частот ( $\sim 10$  ГГц). Для оценки мощности радиосигнала и определения диаграммы пространственного распределения излучения был использован метод разбиения трека электрона на когерентные отрезки. Сравнение сигнала с радиопшумами антенны показало, что это излучение может быть зарегистрировано современными техническими средствами и применено для детектирования космических частиц сверхвысокой энергии.

DOI: 10.7868/S0370274X14050038

**Введение.** Проблема детектирования широких атмосферных ливней (ШАЛ) сверхвысоких энергий ( $> 10^{19}$  эВ) непосредственно связана с фундаментальными задачами астрофизики. Поэтому одной из главных экспериментальных задач является разработка детекторной установки, способной набирать статистику в этом диапазоне энергий за относительно короткий период. В настоящее время на территории Аргентины работает такая установка для измерения потока ШАЛ сверхвысокой энергии. Это обсерватория им. Пьера Оже. Часть ее составляют поверхностные детекторы с общей площадью  $3 \cdot 10^3$  м<sup>2</sup>. Работа данного комплекса в некоторой степени дублируется флуоресцентными детекторами. Реальный энергетический “потолок” такой гибридной установки близок к  $10^{20}$  эВ. Более высокие энергии для нее практически недоступны. Поэтому сейчас продолжают поиски новых методов детектирования, которые должны “подстраховать” уже имеющиеся детекторы, а в перспективе и работать самостоятельно и увеличить светосилу установок хотя бы на порядок. В настоящее время научный поиск направлен на исследование механизмов радиоизлучения из широкого атмосферного ливня. Именно это излучение в диапазоне декаметровых и метровых волн должно составлять основу нового метода (см., например, [1, 2]).

Известно, что мощность когерентного излучения пропорциональна квадрату заряда системы. Поэтому вплоть до последнего времени экспериментальные и теоретические исследования не затрагивали некогерентного излучения из широкого атмосферного ливня. Поскольку “толщина” каскадного диска со-

ставляет 2–3 м, выше 100 МГц излучение фактически не может быть когерентным. Однако относительно недавно стали известны результаты лабораторных исследований микроволнового излучения, проведенных в Аргонской национальной лаборатории на ускорителе AWA (Argonne Wakefield Accelerator), затем на стенфордском линейном ускорителе SLAC (Stanford Linear Accelerator Center) [3] и позже на электронном ускорителе Ван-де-Граафа [4]. В них пучок электронов, проходя через экранированную камеру, ионизировал воздух. По мнению авторов, процессы рекомбинации и снятия возбуждения являлись причиной микроволнового излучения в диапазоне 5–10 ГГц. Высказывались также гипотезы относительно того, что часть ливня вблизи его оси может излучать когерентно. Однако такая точка зрения вызывает сомнения, поскольку известно, что нельзя судить о когерентности всего поля излучения только по отдельной части источника. Кроме того, область вблизи оси, как бы она ни была мала в поперечнике, имеет продольные размеры 2–3 м и выше 100 МГц когерентность вряд ли возможна.

На базе указанных исследований совсем недавно [5–9] были проведены прямые измерения электромагнитной эмиссии из широких атмосферных ливней. При этом получены положительные результаты. Лишь в одной работе [7] не было обнаружено СВЧ-радиоимпульсов, происхождение которых указывало бы на широкий атмосферный ливень как на возможный источник излучения.

Сейчас высказываются различные точки зрения относительно возможных механизмов излучения ШАЛ в СВЧ-диапазоне. В связи с этим интересно оценить мощность “чисто” некогерентного излучения

<sup>1)</sup>e-mail: filonenko\_ad@dsip.net

релятивистских электронов ливня. Как показывают дальнейшие расчеты, эта мощность не настолько мала, чтобы ей пренебречь. Более того, возможно, этот механизм и является доминирующим при генерации импульсов, зарегистрированных в работах [5, 6, 8, 9]. Это не противоречит выводам работы [9], в которой обнаружена поляризация излучения в магнитном поле Земли.

**Теоретическая оценка мощности радиосигнала некогерентного СВЧ-излучения релятивистских электронов широкого атмосферного ливня.** Для оценки мощности некогерентного излучения поступим следующим образом. Сначала найдем энергию, излучаемую отдельным электроном (позитроном) с заданной начальной энергией. Электроны и позитроны образуются парами при взаимодействии гамма-квантов с ядрами атомов нейтральных молекул воздуха. Поэтому можно считать, что их скорость изменяется скачком от нуля до значения, близкого к скорости света. Дальнейшее движение этих частиц будет сопровождаться потерями энергии на ионизацию.

Для упрощения задачи будем рассчитывать энергию радиоизлучения ливня вблизи максимума. До этой стадии электроны теряли энергию в основном за счет радиационного торможения. Их энергия фактически переходила в энергию гамма-квантов, которые, в свою очередь, снова превращались в электрон-позитронные пары. Таким образом, на начальной стадии ливня его полная энергия уменьшалась не столь существенно. После достижения максимума ионизационные потери начинают доминировать. Поэтому при расчете энергии излучения отдельного электрона нужно учитывать тот факт, что его траектория конечна вследствие ионизационных потерь.

Чтобы не усложнять чрезмерно расчет, допустим также, что радиационные потери после достижения максимума отсутствуют. Такое допущение в некоторой степени искажает реальную картину эволюции ливня. Однако трансформация частиц вида электрон  $\rightarrow$  гамма-квант  $\rightarrow$  электрон + позитрон в конечном итоге ненамного изменит оценку мощности радиоизлучения. Другими словами, рождение гамма-квантов при торможении заряженных частиц только лишь прерывает их движение, но не исключает из процесса излучения. Последующее рождение пары снова участвует в излучении. Кроме этого, нужно учесть, что полная энергия электронов и позитронов в максимуме ливня близка к полной энергии для любой предшествующей стадии.

Указанные допущения позволяют упростить оценку энергии радиоизлучения всего ливня, счи-

тая, что она равна сумме энергий, излучаемых отдельными электронами при их движении от максимальной стадии до практически полной потери кинетической энергии. В таком случае фаза поля излучения отдельного электрона никакой роли не играет и вклад в полную энергию вносят как электроны, так и позитроны, независимо от знака заряда частицы. Оценим полную энергию, излучаемую заряженными частицами всего ливня на частотах порядка  $\sim 5\text{--}15$  ГГц. И наконец, учтем пространственное распределение излучения всего ливня.

В связи с вышесказанным сначала рассмотрим поле излучения отдельного электрона, движущегося вдоль оси  $Z$  в нормальной атмосфере Земли. Как оказывается, на частотах  $\sim 5\text{--}15$  ГГц для правильной оценки энергии излучения нужно учитывать длину когерентности, которая составляет величину от одного до нескольких десятков метров в зависимости от энергии электрона (позитрона). Начнем расчет энергии излучения отдельного электрона с составления выражения для объемной плотности тока. Поскольку электрон является точечным зарядом, удобно записать  $\mathbf{j}_1(\mathbf{r}', t) = q\mathbf{v}_1(t)\delta[\mathbf{r}' - \mathbf{r}'_1(t)]$ , где  $\mathbf{v}_1(t) = \mathbf{e}_x v_1(t)$  – скорость заряженной частицы, а  $\mathbf{r}'_1(t) = \mathbf{e}_z s_1(t)$  – траектория частицы как функции времени. Индекс “1” означает, что данные относятся к отдельному электрону. Таким образом, для плотности тока имеем

$$\mathbf{j}_1(\mathbf{r}', t) = q[\mathbf{e}_z v_1(t)]\delta(x')\delta(y')\delta[z' - s_1(t)].$$

Нахождение точного выражения для тока в реальных условиях является трудновыполнимой задачей. В процессе движения частицы сталкиваются с ядрами атомов. В каждом акте столкновения направление движения непредсказуемо изменяется. В конечном итоге эти случайные отклонения накапливаются и направление движения частицы может сильно отличаться от первоначального. Вследствие случайности этих событий вероятность полного отклонения от исходного состояния определяется статистическими законами. К этому очень важному для дальнейших оценок вопросу мы возвратимся несколько позже. Сейчас же найдем поле излучения отдельного электрона на прямолинейном участке пути, на котором начальная и конечная энергии известны, причем потери энергии определяются только процессами ионизации нейтральных молекул воздуха.

Известно, что средняя энергия, теряемая на 1 м пути частицей с зарядом  $q$  и скоростью  $\beta = v/c$  при

передаче вторичным электронам энергии, меньшей  $W_1$ , определяется выражением [10]

$$-\frac{dW}{dx} = 2\pi n_a Z r_0^2 \frac{mc^2}{\beta^2} \left[ \ln \frac{2mc^2 W_{m1} \beta^2}{(1-\beta^2) I_H^2 Z^2} - \beta^2 \right], \quad (1)$$

где  $W_{m1} = mc^2(\gamma - 1)$  – максимальная энергия, которую может передать релятивистский электрон в акте столкновения,  $\beta = v/c$  – относительная скорость налетающей частицы,  $n_a$  – число атомов в  $1 \text{ м}^3$ ,  $r_0 = 2.82 \cdot 10^{-15} \text{ м}$  – классический радиус электрона,  $Z$  – заряд ядра,  $I_H = 13.6 \text{ эВ}$  – потенциал ионизации атома водорода. Для релятивистских частиц  $\beta \approx 1$ , а выражение в скобках слабо зависит от энергии электрона и в большом диапазоне энергий в среднем приблизительно равно 20–25. Подстановка физических констант в (1) дает хорошо известную величину ионизационных потерь для ультрарелятивистских частиц:

$$D = -\frac{dW}{dx} \cong 0.26 \text{ МэВ/м}. \quad (2)$$

Отсюда получаем изменение текущей энергии электрона  $W(t)$  в зависимости от величины пройденного пути в виде

$$W_1 - W(x) = Dx, \quad (3)$$

где  $W(x)$  – энергия электрона после прохождения пути  $x$ .

Будем далее использовать тот факт, что скорость электрона близка к скорости света на всем протяжении пути, пока его энергия не уменьшится, например, до значения  $W_e = (3-5) \text{ МэВ}$ . Перепишем объемную плотность тока отдельного электрона в виде

$$\mathbf{j}_1(\mathbf{r}', t) = q\mathbf{e}_z v_1 \delta(z' - v_1 t) \delta(x') \delta(y'). \quad (4)$$

На рис. 1 показан электрон, движущийся вдоль положительного направления оси  $Z$ . Наблюдатель

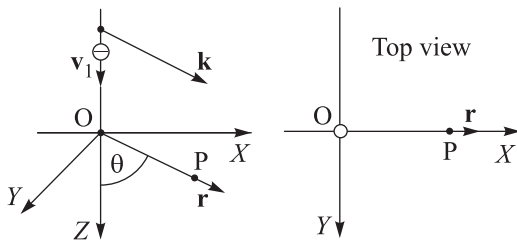


Рис. 1. Система координат с осью  $Z$ , направленной вертикально вниз вдоль направления движения электрона. Наблюдатель находится в плоскости  $(XZ)$  в точке  $P$  с радиусом-вектором  $\mathbf{r}$

(точка  $P$  в плоскости  $(XZ)$ ) находится на расстоянии, намного превышающем длину пути электрона.

Получим фурье-компонент плотности тока посредством стандартной операции нахождения спектра любой функции:

$$\mathbf{j}_1(\mathbf{r}', t) = \int_0^{t_1} e^{i\omega t} q\mathbf{e}_z v_1 \delta(z' - v_1 t) \delta(x') \delta(y') dt. \quad (5)$$

Здесь  $t_1 = t_1(W_1, W_e)$  – интервал времени, в течение которого электрон находился в движении. Эта величина является функцией начальной ( $W_1$ ) и конечной ( $W_e$ ) энергий частицы. Ее можно определить из выражения (3) как  $t_1 = (W_1 - W_e)/v_1 D$ .

Векторный потенциал электромагнитного поля для наблюдателя, находящегося на большом расстоянии, записывается в виде

$$\mathbf{A}(\omega, \mathbf{r}) = \frac{\mu_0 e^{ikr}}{4\pi r} \int_{V'} \mathbf{j}(\omega, \mathbf{r}') e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}'} dV',$$

где  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = k(x' \sin \theta + z' \cos \theta)$  – скалярное произведение волнового вектора  $|\mathbf{k}| = \omega n/c$  на радиус-вектор  $\mathbf{r}'$  произвольного элемента  $dV'$  пространства (см. рис. 1),  $n$  – показатель преломления среды. Подставим сюда плотность тока и проинтегрируем сначала по пространству. После проведения соответствующих операций получим

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_1(\omega, \mathbf{r}) &= \mathbf{e}_z \frac{\mu_0 e^{ikr}}{4\pi r} q v_1 \int_0^{t_1} e^{i\omega t} e^{-ikn v_1 t \cos \theta} dt = \\ &= \mathbf{e}_z \frac{\mu_0 e^{ikr}}{4\pi r} \frac{2q e^{(t_1/2)k v_1 (1-\beta n \cos \theta)}}{kn(1-\beta n \cos \theta)} \times \\ &\quad \times \sin \left[ \frac{t_1}{2} k v_1 (1-\beta n \cos \theta) \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

Далее найдем индукцию поля  $\mathbf{B}_1(\omega, \mathbf{r}) = \text{rot } \mathbf{A}_1(\omega, \mathbf{r})$ , где частные производные вычисляются только по координатам наблюдателя, причем для дальней зоны пренебрежем слагаемыми порядка  $1/r^2$  по сравнению с  $1/r$ . Учтем также, что

$$\text{rot} \left( \frac{e^{ikr}}{r} \mathbf{e}_z \right) = \left[ \nabla \left( \frac{e^{ikr}}{r} \right) \times \mathbf{e}_z \right] = -\mathbf{e}_y i k \frac{e^{ikr}}{r} \sin \theta.$$

Запишем вектор магнитной индукции поля, наведенного одним электроном:

$$\begin{aligned} B_{1y}(\omega, \mathbf{r}) &= -\frac{\mu_0 e^{ikr}}{4\pi r} q \sin \theta \frac{2e^{-iknc(t_1/2)(1-\beta n \cos \theta)}}{n(1-\beta n \cos \theta)} \times \\ &\quad \times \sin \left[ \frac{t_1}{2} k v_1 (1-\beta n \cos \theta) \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

Количество энергии, проходящей через площадь  $1 \text{ м}^2$  в единичном интервале частот за все время излучения одного электрона (модуль вектора Пойнтинга), равно

$$|\mathbf{\Pi}_1(\omega, \mathbf{r})| = \frac{c}{\mu_0} |B_{1y}(\omega, \mathbf{r})|^2. \quad (8)$$

На рис. 2 показана пространственная диаграмма излучения отдельного электрона с начальной и конеч-

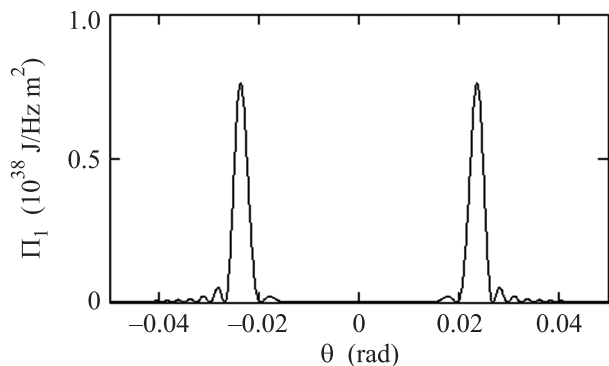


Рис. 2. Пространственное распределение энергии, излученной одним электроном за все время движения. Полуширина диаграммы (“толщина” черенковского конуса) составляет  $0.2^\circ$

ной энергиями  $W_1$  и  $W_e$ . Оба пика соответствуют направлениям излучения вдоль образующих черенковского конуса с плоским углом  $2\theta$  при вершине, который удовлетворяет равенству  $\cos\theta = 1/n\beta$ . При расчете использованы следующие величины:  $k = 200(10 \text{ ГГц})$ ,  $D = 0.26$ ,  $W_e = 3 \text{ МэВ}$ ,  $q = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ К}$ ,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Н/м}$ ,  $r = 5 \cdot 10^3 \text{ м}$ ,  $n = 1.00029$ ,  $W_1 = 100 \text{ МэВ}$ ,  $L_r = 287 \text{ м}$  (величина лавинной единицы на уровне моря, выраженная в метрах).

В реальном случае, когда электрон не имеет определенной траектории и его направление движения постоянно изменяется вследствие случайных столкновений, два пика, изображенных на рис. 2, получат значительное уширение, сравнимое с расстоянием между ними.

Известно, что среднее квадратичное отклонение  $d\langle\varphi^2\rangle$  от первоначального направления движения электрона с энергией  $W$  при прохождении пути  $dt$  лавинных единиц определяется выражением

$$d\langle\varphi^2\rangle = \frac{W_s^2}{W^2} dt, \quad (9)$$

где  $W_s = 21 \text{ МэВ}$ .

Далее учтем следующее. Искривление траектории движения электрона вследствие многократного рассеяния приводит к изменению фазы и нарушению

когерентности излучения. В данном случае энергия излучения определяется выражениями (7), (8) только для тех участков пути, где когерентность не нарушается. Полная энергия на всем отрезке движения должна быть найдена путем сложения энергий, излученных электроном на каждом из этих участков.

Оценим предельную величину пути, на котором излучение будет все еще квазикогерентным.

В процессе рассеяния направление скорости изменяется на некоторую величину. На столько же изменяется и положение черенковского конуса. Поэтому при нарушении когерентности они перекрываются не будут. Для этого электрону нужно пройти расстояние  $l_c$ , такое, чтобы он отклонился на угол  $\varphi$ , приблизительно равный “толщине” конуса. Напомним, что в рассматриваемой модели для упрощения расчетов мы допускаем, что относительная скорость электрона  $\beta = v/c \approx 1$  является постоянной величиной. Кроме того, мы считаем, что изменение направления скорости на угол  $\varphi$  влечет за собой сдвиг диаграммы излучения также на угол  $\varphi$ .

Далее удобнее рассматривать функцию  $f(\theta)$ , выражающую зависимость магнитной индукции от угла  $\theta$ , т.е.  $f(\theta) \sim \sqrt{|\mathbf{\Pi}(\omega, r, \theta)|}$ :

$$f(\theta) = \frac{\sin\{0.5l_c k[1 - \beta(W)n \cos\theta]\}}{1 - \beta(W)n \cos\theta} \sin\theta, \quad (10)$$

где  $l_c = t_1(W_1, W_e)v$ . Для примера на рис. 3 показана функция  $f(\theta)$  для энергии  $W_1 = 100 \text{ МэВ}$ . Величина

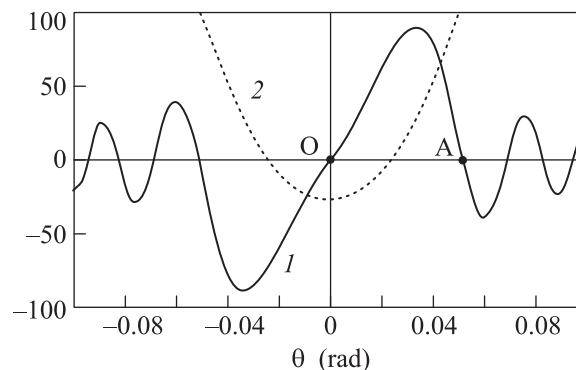


Рис. 3. Функция  $f(\theta)$  (кривая 1) для электрона с энергией  $W_1 = 100 \text{ МэВ}$  и  $l_c = 20 \text{ м}$ . Кривой 2 показано значение  $10^5(1 - \beta n \cos\theta)$

$l_c$  есть длина когерентности, которую нужно найти. Найдем координаты точек О и А (рис. 3) из условия  $f(\theta) = 0$ . Очевидно, что первая точка соответствует значению  $\theta_1 = 0$ . В точке А функция  $f(\theta)$  обращается в нуль при таком угле  $\varphi = \Delta\theta$ , при котором выражение  $u = \frac{1}{2}l_c k[1 - \beta(W)n \cos\Delta\theta]$  оказывается

равным  $\pi$ . Фактически это требование означает изменение фазы поля (7) на  $\pi$ . Пренебрегая членами второго порядка малости, получим  $(\Delta\theta)^2 = 4\pi/kl_c$ .

Согласно сказанному выше эта величина должна равняться среднеквадратичному углу рассеяния на отрезке  $l_c$ , т.е.  $\langle \Delta\theta^2 \rangle = \frac{W_s^2 l_c}{W^2 L_r}$ . Сравнивая два выражения, для нормальной атмосферы и, например,  $k = 200$  окончательно получаем

$$l_{c1} = \frac{W_1}{W_s} \left( \frac{4\pi L_r}{k} \right)^{1/2} = L W_1 \text{ [м]}, \quad (11)$$

где  $W_1$  – энергия частицы в начале отрезка  $l_{c1}$ , а численный коэффициент  $L \approx 0.2 \text{ м/Дж}$ . Так, подстановка характерных величин  $k = 200$  (10 ГГц),  $L_r = 287 \text{ м}$ ,  $W_1 = 100 \text{ МэВ}$  в выражение (11) дает длину первого отрезка  $l_{c1} = 20.2 \text{ м}$ . По мере уменьшения энергии когерентная длина уменьшается прямо пропорционально энергии, которую электрон имел на данном отрезке.

Таким образом, полученные оценки показывают, что для расчета энергии излучения траектория электрона должна быть разбита на когерентные отрезки  $l_{ci}(W)$ . На каждом таком участке нужно найти значение (8). Полная энергия будет равна сумме энергий на всех отрезках  $l_{ci}(W)$ .

В нормальной атмосфере энергетическая граница черенковского излучения составляет  $\sim 20 \text{ МэВ}$ . При меньших энергиях остается только тормозное излучение, вызванное потерями энергии на ионизацию молекул воздуха и остановкой. Однако в диаграмме излучения значительных перемен не наблюдается. При черенковском излучении для угла  $\theta$  имеет место соотношение  $\cos\theta = 1/\beta n$ . Поскольку  $\beta = (1 - 1/\gamma^2)^{1/2}$ , пренебрегая величинами порядка  $1/\gamma^2$ , получим  $\theta \sim 1/\gamma$ . Такая же зависимость характерна и для тормозного излучения. Поэтому для упрощения оценок будем считать, что длина когерентности  $l_c(W)$  для чисто тормозного излучения выражается так же, как и для черенковского.

Удобно рассматривать полную, т.е. просуммированную по всем направлениям, энергию. Обратим внимание на тот факт, что для сверхвысоких частот ( $k \sim 200$ ) энергия, излученная по всем направлениям на отрезке  $l_c$ , слабо зависит от его длины в широком интервале значений. Рассмотрим интеграл, определяющий эту энергию:

$$\begin{aligned} W_1 &= \oint_S \mathbf{\Pi}_1(\omega, \mathbf{r}, l_c) d\mathbf{S} \sim f(l_c) = \\ &= \oint \frac{\sin[0.5l_c k(1 - \beta n \cos\theta)]^2}{(1 - \beta n \cos\theta)^2} \sin^2(\theta) dS, \quad (12) \end{aligned}$$

где  $dS = 2\pi r^2 \sin\theta d\theta$  – элемент площади на сфере с радиусом  $r$  в виде кольца шириной  $rd\theta$  с радиусом  $2\pi r \sin\theta$ . Интеграл (12) следует вычислять в интервале углов  $0 < \theta < \pi$ . Осуществим замену  $\xi = \frac{1}{2}l_c k(1 - \beta n \cos\theta)$ . В результате для  $\beta n \approx 1$  находим  $\sin^2\theta = \sqrt{1 - \cos^2\theta} = \frac{4u}{kl_c} \left(1 - \frac{1}{kl_c}\right)$ . Теперь (12) запишется в виде

$$f(l_c) \cong \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{\sin^2 \xi}{\xi} d\xi + \frac{1}{kl_c} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \sin^2 \xi d\xi, \quad (13)$$

где  $\xi_1 = \frac{kl_c}{2}(1 - \beta n)$  и  $\xi_2 = \frac{kl_c}{2}(1 + \beta n)$ . Первый интеграл в (13) при заданном волновом числе  $k \sim 200$  не превышает числа 5 и слабо зависит от величины  $l_c$ . Второй интеграл не превышает 1/2. Этот вывод легко проверить численным интегрированием (13). На рис. 4 показана функция  $f(l_c)$ . В характерном интер-

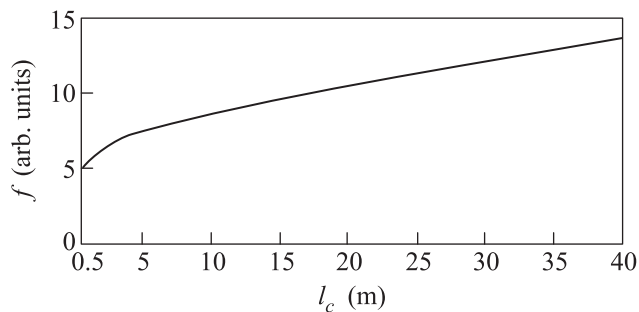


Рис. 4. Полная энергия, излученная электроном на пути  $l_c$ , для волнового числа  $k = 200$

вале длин  $0.5 < l_c < 40$  она изменяется в пределах  $5 < f(l_c) < 13$ , т.е. при изменении аргумента в 80 раз функция  $f(l_c)$  изменяется только в 2.5 раза. Таким образом, с точностью до коэффициента 1–2 в рассматриваемой здесь задаче можно считать, что в среднем полная энергия, излученная на когерентной длине, равна

$$\begin{aligned} T_1(k, l_c) &= \oint_S \mathbf{\Pi}_1(k, l_{cm}) dS = \\ &= cq^2 \mu_0 \int_0^\pi \frac{\sin^2[0.5l_{cm} k(1 - \beta n \cos\theta)]}{(1 - \beta n \cos\theta)^2 \sin^{-3}(\theta)} d\theta \cong \\ &\cong 1.3 \cdot 10^{-35} \text{ Дж/с}^{-1}. \quad (14) \end{aligned}$$

Здесь когерентную длину можно выбрать, например, равной  $l_{cm} = 20.2 \text{ м}$ .

Эта особенность существенно упрощает нахождение полной энергии  $T_1(k)$ , излученной электроном за все время движения. Сначала найдем когерентную

длину для электрона с начальной энергией  $W_i$  и конечной  $W_{i+1}$ . Выражение (3),  $W_i - W_{i+1} = Dx_i$ , теперь запишем как  $W_i - W_{i+1} = Dl_{ci}$ . Подставим сюда выражение (11),  $l_{ci} = LW_i$ . Это дает энергию электрона в конце пути  $l_{ci}$ , т.е.  $W_{i+1} = W_i(1-LD) = BW_i$ . Точно так же можно записать энергию электрона в конце любого участка  $l_{ci}$  через начальную (стартовую) энергию электрона  $W_1$ :

$$W_{i+1} = W_1 B^i; \quad B = 0.948. \quad (15)$$

Аналогично можно выразить длину  $l_{ci}$ :

$$l_{ci} = LW_1 B^{i-1}, \quad B = 0.948. \quad (16)$$

Выражение (15) позволяет найти число когерентных длин для электрона с заданными начальной и конечной энергиями. Например, для использованных выше значений  $W_1 = 100$  МэВ и  $W_e = 5$  МэВ имеем

$$Q(W_1, W_e) = \frac{\ln W_e - \ln W_1}{\ln 0.948} + 1. \quad (17)$$

Количество когерентных длин  $\approx 57$ , причем наибольшее значение  $l_{c \max} = 20.2$  м, наименьшее  $l_{c \min} \cong \cong 1$  м, а полный путь электрона с энергией  $W_1 = 100$  МэВ составляет  $L \cong (W_1 - W_e)/D \approx 370$  м. Таким образом, полную энергию, которую излучил электрон за все время движения, можно записать в виде  $T_1(k) \approx T_1(k, l_{cm})Q(W_1)$ , где  $Q(W_1)$  дается выражением (17). Например, для электрона с  $W_1 = 100$  МэВ полная излученная энергия составляет  $T_1(k) \approx T_1(k, l_c)Q(W_1) \approx 74 \cdot 10^{-35} \approx 0.7 \times 10^{-33}$  Дж/с<sup>-1</sup>.

В связи с этим интересно заметить, что при отсутствии рассеяния (т.е. фактически при  $l_c = 370$  м) выражение для полной энергии (14) дает значение  $T_1(k) \approx 5 \cdot 10^{-35}$  Дж/Гц, приблизительно в 15 раз меньше, чем 57 отрезков  $l_c$ . Можно предположить, что этот факт связан с доминированием тормозного излучения на каждом из отрезков когерентности. В начале и в конце движения каждого такого отрезка электрон испытывает сильное ускорение (замедление). И чем короче отрезок, тем больший вклад на всем пути дает тормозной механизм излучения по сравнению с черенковским, полная энергия которого пропорциональна пройденному пути.

Теперь нужно выяснить, каким образом полная энергия  $T_1(k)$  распределена по направлениям  $\theta$  относительно оси ливня. На всем пути среднеквадратичное отклонение скорости электрона от оси для конечной энергии  $W_e = 5$  МэВ составляет величину порядка  $\varphi \approx 0.8$  рад. Полуширина диаграммы направленности на когерентном участке пути  $l_c$  намного меньше. Поэтому при оценке пространственного распределения излучения всего ливня можно приближенно

считать, что среднеквадратичное отклонение скорости приблизительно равно среднеквадратичному отклонению направления излучения, т.е.  $\langle \varphi^2 \rangle \approx \langle \theta^2 \rangle$ . Рассмотрим этот момент подробнее.

Запишем плотность вероятности отклонения электрона с начальной энергией  $W_1$  и конечной  $W_e$  от прямолинейного движения. Известно, что такая зависимость приближенно выражается законом Гаусса:

$$G(\varphi, t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\varphi^2/2\sigma^2}, \quad (18)$$

где средний квадрат отклонения определяется выражением (9),  $\sigma^2 = \langle \varphi^2 \rangle = W_s^2 t / W^2$ , а  $t$  – пройденный путь в лавинных единицах. В этой формуле подразумевается, что при движении электрона его энергия не изменяется.

Однако в принятой здесь модели излучения электрон теряет энергию на ионизацию и это нужно учесть. Согласно (3) имеем  $W_1 - W(x) = Dx$ , где  $W(x) = W$  – энергия, которую будет иметь электрон после прохождения пути  $x$ . Теперь проинтегрируем (9), подставив вместо  $W$  выражение  $W(x) = W_1 - Dx$ :

$$d\langle \varphi^2 \rangle = \frac{W_s^2 dx}{W^2 L_r}, \quad \text{или} \quad d\langle \varphi^2 \rangle = \frac{W_s^2 dx}{(W_1 - Dx)^2 L_r},$$

где  $L_r$  – радиационная единица длины, выраженная в метрах. Отсюда получаем

$$\sigma^2 = \langle \varphi^2 \rangle = \frac{W_s^2}{L_r} \frac{x}{W_1(W_1 - Dx)}. \quad (19)$$

Далее в (19) удобно произвести замену  $x = (W_1 - W)/D$ . Тогда

$$\sigma^2 = \frac{W_s^2}{L_r} \frac{x}{W_1(1-Dx)} = \frac{W_s^2}{L_r} \frac{W_1 - W}{W_1 DW}. \quad (20)$$

Теперь подставим (20) в функцию распределения Гаусса (18):

$$G(\varphi, W_e, W_1) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\langle \theta^2 \rangle / 2\sigma^2} = \\ = \frac{\sqrt{L_r DW_1 W_e}}{W_s \sqrt{2\pi(W_1 - W_e)}} \exp\left(-\frac{L_r W_1 DW_e}{2W_s^2(W_1 - W_e)} \varphi^2\right). \quad (21)$$

Далее найдем функцию распределения излучения на произвольном когерентном отрезке  $l_{cn}$  траектории электрона. Поскольку на любом из них изменение энергии незначительно по сравнению с текущей энергией  $W_i$ , среднеквадратичное отклонение от направления, заданного *предшествующим* отрезком  $l_{cn-1}$ , можно записать в виде

$$\sigma_n^2 \approx (\Delta\theta)^2 \approx \frac{W_s^2 l_{cn}}{W_n^2 L_r}.$$

Учитывая выражения (15), (16), после подстановки получим

$$\sigma_n^2 \approx \frac{LW_s^2}{L_r W_1} \frac{1}{B^{n-1}}. \quad (22)$$

Для определения среднеквадратичного отклонения от оси ливня на произвольном отрезке  $l_{cn}$  нужно учесть предысторию рассеяния на всех предшествующих отрезках от  $l_{c1}$  до  $l_{cn}$ . Другими словами, нужно найти сумму среднеквадратичных отклонений  $\Sigma_n^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_i^2 + \dots + \sigma_n^2$ . Заметим, что все ее члены образуют геометрическую прогрессию со знаменателем, равным  $1/B$  (см. (15), (16)):

$$\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \approx \frac{LW_s^2}{L_r W_1} \sum_{i=1}^n \frac{1}{B^{i-1}}.$$

Вычисления дают следующее выражение:

$$\Sigma_n^2 \approx \frac{LW_s^2 B}{L_r W_1} \frac{B^{-n} - 1}{1 - B}. \quad (23)$$

После того как на отрезке когерентной длины (14) была найдена полная энергия излучения, найдем ее пространственное распределение. В отличие от случая полной энергии оно будет сильно зависеть от номера отрезка. Заданному интервалу углов  $(\theta, \theta + d\theta)$  соответствует кольцевая площадь на сфере радиуса  $r$ , равная  $dS = 2\pi r^2 \sin \theta d\theta$ . Количество энергии, падающей на площадь  $dS$ , составляет

$$dT_1(k, l_n, \theta) = A \frac{T_1(k)}{4\pi r^2} G(l_n, \theta) \cdot 2\pi r^2 \sin \theta d\theta,$$

где  $G(\theta)$  – плотность вероятности,  $G(l_n, \theta) = \frac{1}{\Sigma_n \sqrt{2\pi}} e^{-\theta^2/2\Sigma_n^2}$ ,  $A$  – нормирующий множитель, который может быть определен из равенства  $1 = A(1/4\pi r^2) \int_0^\pi G(l_n, \theta) \cdot 2\pi r^2 \sin \theta d\theta$ . Вычисления дают значение  $A \approx 20.8$ . В расчете на  $1 \text{ м}^2$  и на  $1 \text{ Гц}$  количество энергии, излученной одним электроном на отрезке  $l_n$ , равно

$$\Pi_1(k, l_n, \theta) = A \frac{T_1(k)}{4\pi r^2} \frac{1}{\Sigma_n \sqrt{2\pi}} e^{-\theta^2/2\Sigma_n^2}. \quad (24)$$

Для определения плотности энергии, соответствующей всей траектории электрона, найдем сумму слагаемых (24). Как уже упоминалось, это значит, что принято допущение о том, что диаграмма излучения (т.е. фактически конус излучения) “следит” за направлением скорости, а ранее принятое обозначение  $\varphi$  заменено на угол  $\theta$ :

$$\Pi_1(k, \theta) = A \frac{T_1(k)}{4\pi r^2 \sqrt{2\pi}} \sum_{n=1}^{Q(W_1)} \frac{1}{\Sigma_n} e^{-\theta^2/2\Sigma_n^2}, \quad (25)$$

где количество слагаемых  $Q$  определяется выражением (17). Введем обозначение

$$\frac{1}{\Sigma_n} \approx \sqrt{\frac{L_r W_1}{L W_s^2 B} \frac{1 - B}{B^{-n} - 1}} = \frac{M(W_1)}{\sqrt{(B^{-n} - 1)}};$$

$$M(W_1) = \sqrt{\frac{L_r W_1 (1 - B)}{L W_s^2 B}}.$$

В результате (25) можно записать в виде суммы:

$$\begin{aligned} \Pi_1(k, \theta) &= A \frac{T_1(k) M(W_1)}{4\pi r^2 \sqrt{2\pi}} \times \\ &\times \sum_{n=1}^{Q(W_1)} \frac{1}{\sqrt{B^{-n} - 1}} e^{-\theta^2 M^2(W_1)/2(B^{-n} - 1)}, \end{aligned}$$

которую с хорошим приближением можно заменить интегралом

$$\begin{aligned} \Pi_1(k, \theta) &\approx A \frac{T_1(k) M(W_1)}{4\pi r^2 \sqrt{2\pi}} \times \\ &\times \int_1^{Q(W_1)} \frac{1}{\sqrt{B^{-x} - 1}} e^{-\theta^2 M^2(W_1)/2(B^{-x} - 1)} dx, \quad (26) \end{aligned}$$

где  $dn = dx$ .

Теперь нужно найти энергию, излученную всеми электронами ливня. Для этого требуется найти сумму всех  $\Pi_1(k, \theta)$  с учетом распределения электронов по энергиям. Слагаемые этой суммы зависят от первоначальной энергии электрона  $W_1$  и могут быть проинтегрированы с учетом их вклада в энергию излучения. Данный вклад определяется энергетическим спектром электронов в ливне. В теории каскадных ливней доказано, что при соблюдении неравенства  $W_1 \ll W_0$  равновесный спектр  $P(W_1)$  совпадает со спектром в максимуме. В максимуме ливня функция  $N(W_1)$ , определяющая интегральный энергетический спектр электронов, дается выражением [10]

$$N(\varepsilon) = \frac{W_0}{W_{cr}} \left( 1 - \varepsilon e^\varepsilon \int_\varepsilon^{\varepsilon_0} \frac{e^{-x}}{x} \right), \quad (27)$$

где  $\varepsilon = 2.3W_1/W_{cr}$ ,  $\varepsilon_0 = 2.3W_0/W_{cr}$ ,  $W_0$  – энергия ливня. Для нахождения полной энергии излучения необходим дифференциальный спектр, который получается из (27) дифференцированием  $N(W_1)$  по энергии:  $F(W_1) = dN(W_1)/dW_1$ . Он определяет, сколько частиц имеют заданную начальную энергию в единичном интервале значений.



Согласно вышеизложенному запишем количество энергии, излученной на площадь  $1 \text{ м}^2$  в единичном диапазоне частот за все время излучения:

$$\Pi(k, \theta) = \int_{W_c}^{W_1} \Pi_1(k, \theta) F(W_1) dW_1. \quad (28)$$

На рис. 5 показано пространственное распределение некогерентного радиоизлучения, вызванного атмо-

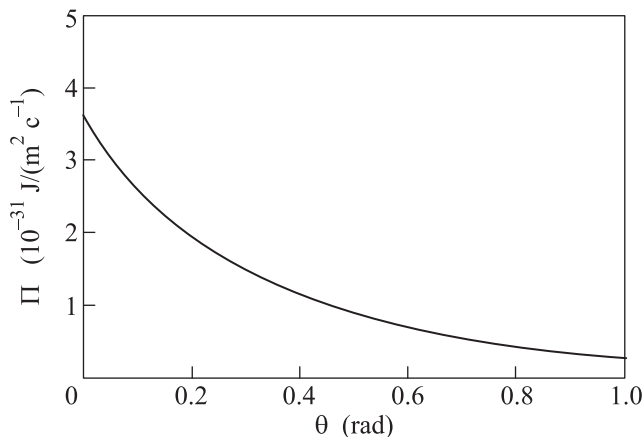


Рис. 5. Распределение поля излучения широкого атмосферного ливня с энергией  $W_0 = 10^{18}$  эВ на частоте  $\sim 10$  ГГц

сферным ливнем с энергией  $W_0 = 10^{18}$  эВ. В области осевой линии на каждый квадратный метр приходится около  $\Pi(k, \theta_m) = 3 \cdot 10^{-31}$  Дж/м<sup>2</sup>·Гц.

**Обсуждение полученных результатов.** Распределение излучения, показанное на рис. 5, выглядит несколько необычно. Во-первых, в нем отсутствует провал, характерный для черенковского излучения. Несмотря на то что когерентные отрезки с большими номерами “размазывают” диаграмму и, таким образом, заполняют провал, в реальных экспериментах его все же можно обнаружить. Отсутствие этой особенности на рис. 5 является результатом выбранной методики расчета рассеяния излучения. Если в выражении (12) он был обусловлен множителем  $\sin^2 \theta$ , то при определении суммарной энергии он естественным образом исчез, а дальнейшая методика расчета не предусматривала этого явления. Однако это не столь важная потеря, так как нами преследовалась цель найти плотность распределения энергии излучения с точностью до множителя, не превышающего нескольких единиц.

Во-вторых, диаграмма излучения представляется необычно широкой. Вместе с тем этот результат хорошо коррелирует с экспериментальной работой [9],

в которой зарегистрированы события с углом зрения до  $40^\circ$  (см. рис. 2 в работе [9]).

Кроме того, в работе [9] сообщается о поляризации излучения в геомагнитном поле Земли. Авторы [9] считают, что излучение широкого атмосферного ливня на СВЧ является частично когерентным, но такое заявление ничем существенным не обосновывается. Совершенно очевидно, что на каждом из когерентных отрезков  $l_c$  электрон будет излучать в магнитном поле Земли. Если бы такой механизм был выбран в настоящей работе в роли доминирующего вместо черенковского и тормозного, то, как показано в [11], мощность радиосигнала существенно возросла бы. Таким образом, поляризация излучения не является характерным признаком когерентного излучения.

Чтобы выяснить, насколько эффективен будет детектор частиц на СВЧ, оценим мощность радиосигнала на клеммах антенны с эффективной площадью порядка  $A_{\text{эфф}} = 1 \text{ м}^2$ . Это характерная площадь антенны, которая применялась в опытах по регистрации СВЧ-сигналов на частотах порядка 10 ГГц с помощью коммерческой телевизионной техники. В соответствии с полученным результатом максимальная энергия радиосигнала  $W(\theta_m)$ , наведенная в антенне с эффективной площадью  $A_{\text{эфф}} = 1 \text{ м}^2$  и отнесенная к 1 Гц, составит величину  $W_{\text{max}} = A_{\text{эфф}} \Pi(\theta_m) = 2\pi \cdot 3 \cdot 10^{-31} \approx 1.8 \cdot 10^{-30}$  Дж/Гц.

Для сравнения с мощностью радиопомех  $P_{\text{ш}} = 4.2 \cdot 10^{-22}$  Вт/Гц при характерной шумовой температуре антенны 25–30 К на частоте  $\sim 10$  ГГц нужно отнести энергию  $W_{\text{max}}$  к длительности радиоимпульса. Поскольку скорость распространения ливня близка к скорости света, а толщина каскадного диска  $b \approx 3 \text{ м}$ , продолжительность радиоимпульса для наблюдателя, находящегося вблизи оси диска, по порядку величины составляет  $\tau_0 = b/c \sim 10^{-8}$  с. Поэтому мощность радиоимпульса будет составлять  $P(\theta_m) \approx W(\theta_m)/\tau_0 \approx 1.8 \cdot 10^{-22}$  Вт/Гц. Это примерно в 3 раза меньше мощности радиопомех. Однако для надежной работы детектора этого недостаточно.

Итак, можно ли все же зарегистрировать радиоимпульс от ШАЛ на частотах  $\sim 10$  ГГц? Если взять за основу проведенные здесь теоретические оценки, то на этот вопрос можно ответить утвердительно. Кроме того, можно значительно повысить величину мощности радиосигнала  $P(\theta_m)$  за счет увеличения на порядок эффективной площади антенны, что не является значительной технической проблемой. Это даст недостающий порядок. Мощность радиосигнала станет равной  $P(\theta_m) \approx 1.8 \cdot 10^{-21}$  Вт/Гц, т.е. превысит радиопомехи. К тому же в настоящее время осо-



бый интерес представляют космические частицы с энергиями выше  $10^{20}$  эВ. Для такого энергетического диапазона мощность радиосигнала поднимется еще на 1–1.5 порядка и значительно превзойдет радиосумы.

Таким образом, результаты проведенных оценок мощности некогерентного излучения, вызванного релятивистскими электронами ливня, не исключают возможности развития методики детектирования космических частиц сверхвысокой энергии и стимулируют продолжение экспериментальных работ.

1. А. Д. Филоненко, УФН **172**(4), 439 (2002).
2. А. Д. Филоненко, УФН **182**(8), 793 (2012).
3. P. W. Gorham, N. G. Lehtinen, G. S. Varner, J. J. Beatty, A. Connolly, P. Chen, M. E. Conde, W. Gai, C. Hast, C. L. Hebert, C. Miki, R. Konecny, J. Kowalski, J. Ng, J. G. Power, K. Reil, D. Saltzberg, B. T. Stokes, and D. Walz, arXiv:0705.2589 [astro-ph].
4. M. Monasor, M. Bohacova, C. Bonifazi, G. Cataldi, S. Chemerisov, J. R. T. De Mello Neto, P. Facal San Luis, B. Fox, P. W. Gorham, C. Hojvat, N. Hollon, R. Meyhandan, L. C. Reyes, B. Rouille D'Orfeuill, E. M. Santos, J. Pochez, P. Privitera, H. Spinka, V. Verzi, C. Williams, and J. Zhou, *32ND International Cosmic Ray Conference*, Beijing (2011).
5. R. Smida, F. Werner, R. Engel, J. C. Arteaga-Velazquez, K. Bekk, M. Bertaina, J. Bluemer, H. Bozdog, I. M. Brancus, A. Chiavassa, F. Cossavella, F. Di Pierro, P. Doll, B. Fuchs, D. Fuhrmann, C. Grupen, A. Haungs, D. Heck, J. R. Hoerandel, D. Huber, T. Huege, K.-H. Kampert, D. Kang, H. Klages, M. Kleifges, O. Kroemer, K. Link, P. Luczak, M. Ludwig, H. J. Mathes, H. J. Mayer, S. Mathys, M. Melissas, C. Morello, P. Neunteufel, J. Oehlschlaeger, N. Palmieri, J. Pekala, T. Pierog, J. Rautenberg, H. Rebel, M. Riegel, M. Roth, F. Salamida, H. Schieler, S. Schoo, F. G. Schroeder, O. Sima, J. Stasielak, G. Toma, G. C. Trinchero, M. Unger, M. Weber, A. Weindl, H. Wilczynski, M. Will, J. Wochele, and J. Zabierowski, arXiv:1306.6738v1 [astro-ph.IM].
6. R. Smida, H. Blümer, R. Engel, A. Haungs, T. Huege, K.-H. Kampert, H. Klages, M. Kleifges, O. Krömer, S. Mathys, J. Rautenberg, M. Riegel, M. Roth, F. Salamida, H. Schieler, J. Stasielak, M. Unger, M. Weber, F. Werner, H. Wilczynski, and J. Wochele, *32ND International Cosmic Ray Conference*, Beijing (2011).
7. J. Alvarez-Muñiz, A. Berlin, M. Bogdan, M. Boháčová, C. Bonifazi, W. R. Carvalho Jr, J. R. T. de Mello Neto, P. Facal San Luis, J. F. Genat, N. Hollon, E. Mills, M. Monasor, P. Privitera, L. C. Reyes, B. Rouille d'Orfeuill, E. M. Santos, S. Wayne, C. Williams, E. Zas, and J. Zhou, arXiv:1205.5785v1 [astro-ph.HE].
8. R. Šmida, S. Baur, M. Bertaina, J. Blümer, A. Chiavassa, R. Engel, A. Haungs, T. Huege, K.-H. Kampert, H. Klages, M. Kleifges, O. Krömer, M. Ludwig, S. Mathys, P. Neunteufel, J. Pekala, J. Rautenberg, M. Riegel, M. Roth, F. Salamida, H. Schieler, J. Stasielak, M. Unger, M. Weber, F. Werner, H. Wilczyński, and J. Wochele, EPJ Web of Conferences **53**, 08010 (2013).
9. R. Smida, F. Werner, R. Engel, J. C. Arteaga-Velazquez, K. Bekk, M. Bertaina, J. Bluemer, H. Bozdog, I. M. Brancus, A. Chiavassa, F. Cossavella, F. Di Pierro, P. Doll, B. Fuchs, D. Fuhrmann, C. Grupen, A. Haungs, D. Heck, J. R. Hoerandel, D. Huber, T. Huege, K.-H. Kampert, D. Kang, H. Klages, M. Kleifges, O. Kroemer, K. Link, P. Luczak, M. Ludwig, H. J. Mathes, H. J. Mayer, S. Mathys, M. Melissas, C. Morello, P. Neunteufel, J. Oehlschlaeger, N. Palmieri, J. Pekala, T. Pierog, J. Rautenberg, H. Rebel, M. Riegel, M. Roth, F. Salamida, H. Schieler, S. Schoo, F. G. Schroeder, O. Sima, J. Stasielak, G. Toma, G. C. Trinchero, M. Unger, M. Weber, A. Weindl, H. Wilczynski, M. Will, J. Wochele, and J. Zabierowski, arXiv:1306.6738v1 [astro-ph.IM].
10. С. З. Беленький, *Лавинные процессы в космических лучах*, Гостехиздат, М. (1948), 243 с.
11. А. Д. Филоненко, ЖЭТФ **144**(4), 739 (2013).