

О эффекте Нернста–Эттингсгаузена в графене

З. З. Алисултанов¹⁾

Институт общей физики им. Прохорова РАН, 119991 Москва, Россия

Институт физики им. Амирханова ДНЦ РАН, 367003 Махачкала, Россия

Дагестанский государственный университет, 367000 Махачкала, Россия

Поступила в редакцию 15 мая 2014 г.

После переработки 19 мая 2014 г.

В эффекте Нернста–Эттингсгаузена реализуется режим скрещенных магнитного и электрического полей. В существующих теоретических исследованиях этого эффекта в графене не учитывается зависимость уровней Ландау от электрического поля, которая имеет место в случае неквадратичного спектра носителей. В настоящей работе исследуются осцилляции коэффициента Нернста в щелевом и бесщелевом графене с учетом указанной зависимости. Рассмотрено влияние кулоновского взаимодействия на эти осцилляции.

DOI: 10.7868/S0370274X14120066

Симметрия кристаллической решетки графена и валентность атома углерода приводят к необычному спектру для электронных возбуждений [1]. Действительно, исследование зонной структуры графена показывает, что он является бесщелевым полупроводником с линейным энергетическим спектром вблизи так называемых точек Дирака [2]. Одним из существенных следствий необычного спектра являются уникальные свойства графена в магнитном поле. Так, уровни Ландау в графене неэквидистантны, причем имеется нулевой уровень. Расстояние между уровнями Ландау (УЛ) аномально велико (например, разность между двумя первыми УЛ в магнитном поле 10 Т составляет более 1000 К). Это приводит к гигантским магнитооптическим [3] и термомагнитным [4] эффектам, а также к необычному квантовому эффекту Холла, который в графене в отличие от других известных материалов можно наблюдать даже при комнатной температуре [1, 5].

В работах [6, 7] были исследованы УЛ в графене в скрещенных магнитном и электрическом полях. Этот вопрос интересен ввиду того, что в графене в случае наличия продольного электрического поля УЛ зависят от последнего. Такая зависимость связана с неквадратичностью энергетического спектра носителей. Действительно, еще Лифшицем и Кагановым было показано [8], что в случае неквадратичной зависимости энергии электрона от импульса циклотронная частота электронов в магнитном поле зависит от приложенного электрического поля. Дело в

том, что только для квадратичного спектра циклотронная масса носителей не зависит от энергии [8, 9]. В недавней работе [10] были исследованы осцилляции намагниченности в графене в скрещенных полях. Показано, что период и форма осцилляций существенно зависят от электрического поля. Результаты [10] имеют фундаментальное значение для данной работы.

В настоящей работе мы будем исследовать осцилляции Нернста–Эттингсгаузена в щелевом и бесщелевом графене. Данный эффект в графене подробно изучался в работах [4, 11]. Однако в них не учитывалась зависимость УЛ от электрического поля, хотя в эффекте Нернста–Эттингсгаузена реализуется режим скрещенных полей. Это и послужило основанием для написания настоящей статьи. В данной работе исследование проводится с учетом указанной зависимости.

Эффект Нернста–Эттингсгаузена представляет собой тепловой аналог эффекта Холла [12, 13]. Он заключается в возникновении градиента температуры $\nabla_x T$ (вдоль оси x) в образце, помещенном в магнитное поле H (направленное вдоль оси z) и электрическое поле E_y (направленное вдоль оси y). Количественно эффект характеризуется коэффициентом Нернста (КН), который в общем случае определяется как

$$\nu = \frac{E_y}{(-\nabla_x T)H}. \quad (1)$$

Следуя соображениям, приведенных в работах [4, 11], запишем КН в виде

$$\nu = \nu^{\text{term}} + \nu^{\text{mag}}, \quad (2)$$

¹⁾e-mail: zaur0102@gmail.com

где ν^{term} – тепловой вклад в КН:

$$\nu^{\text{term}} = \frac{\sigma_{xx}}{e^2 n c} \frac{d\mu}{dT}, \quad (3)$$

а ν^{mag} – вклад от токов намагниченности:

$$\mu^{\text{mag}} = \frac{c\rho_{yy}}{H} \frac{dM}{dT}, \quad (4)$$

который возникает из-за пространственной зависимости намагниченности [14]. Здесь σ_{xx} – диагональная компонента тензора проводимости, ρ_{yy} – диагональная компонента тензора сопротивления, μ – химический потенциал, n – концентрация электронов, T – температура, M – намагниченность. С учетом связи с термодинамическим потенциалом Ω :

$$\frac{d\mu}{dT} = \frac{\partial^2 \Omega}{\partial T \partial \mu} \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial \mu^2} \right)^{-1}, \quad \frac{dM}{dT} = \frac{1}{L_x L_y} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial T \partial H}, \quad (5)$$

становятся понятными осцилляционный характер КН в квантующем магнитном поле и природа этих осцилляций (она такая же, как в эффекте де Гаазаван Альфена). Выражение для термодинамического потенциала электронов графена в скрещенных магнитном и электрическом полях было получено в работе [10]:

$$\Omega = \Omega + \tilde{\Omega}, \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{\Omega} &= \frac{k_B T L_y \omega_c}{2\pi^2 v_0} \times \\ &\times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} \frac{\sin \frac{k A_E}{\hbar \omega_c m} - \sin \frac{k(A_E - 2\pi m e E L_x)}{\hbar \omega_c m}}{\sinh \frac{2\pi^2 k k_B T}{\hbar \omega_c}}, \quad (7) \\ \Omega &= \frac{k_B T L_y}{2\pi^2 \hbar^2 e E} \int_0^{\infty} \ln \frac{1 + \exp \frac{\mu - \varepsilon - e E L_x}{k_B T}}{1 + \exp \frac{\mu - \varepsilon}{k_B T}} A_E(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (8) \end{aligned}$$

$A_E(\varepsilon^*)$ – площадь сечения поверхности $\varepsilon^*(\mathbf{p}) \equiv \varepsilon(\mathbf{p}) - \mathbf{v}_0 \mathbf{p} = \varepsilon$, $\mathbf{v}_0 = c[\mathbf{E}\mathbf{H}]/H^2$ – средняя скорость дрейфа электрона перпендикулярно плоскости, в которой лежат векторы \mathbf{E} и \mathbf{H} электрического и магнитного полей, $m(\varepsilon) = (2\pi)^{-1} dA/d\varepsilon$ – циклотронная масса, L_x, L_y – линейные размеры графена в направлениях x и y . В настоящей работе мы пренебрегаем зеемановским расщеплением уровней. В нашем случае $\mathbf{E} \perp \mathbf{H}$, а $\mathbf{v}_0 = cE\mathbf{e}_y/H$, где \mathbf{e}_y – единичный вектор вдоль оси y . Выражения (7) и (8) получены в предположении, что $\mu \gg eEL_x$. Поэтому мы можем разложить соответствующие функции по степеням eEL_x/μ . Это дает

$$\tilde{\Omega} = \frac{m_E(\mu)\omega_c^2 S}{2\pi^3} \times$$

$$\times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\psi(x_k)}{k^2} \exp\left(-\frac{2\pi k \Gamma}{\hbar \omega_c}\right) \cos\left[k \frac{A_E(\mu)c}{\hbar e H}\right], \quad (9)$$

$$\Omega_1 = -\frac{S}{2\pi^2 \hbar^2} \int_0^{\infty} \frac{A_E(\varepsilon) d\varepsilon}{\exp \frac{\varepsilon - \mu}{k_B T} + 1}, \quad (10)$$

где $x_k = k \cdot 2\pi^2 k_B T / \hbar \omega_c$, $\psi(x_k) = x_k / \sinh x_k$. В (9) мы добавили член, возникающий при учете дингловского уширения уровней Ландау Γ , вызванного рассеянием на примесях. В итоге, мы получаем

$$\frac{d\tilde{\mu}}{k_B dT} = \frac{\sum_{k=1}^{\infty} \psi(x_k) L(x_k) \exp\left(-\frac{2\pi k \Gamma}{\hbar \omega_c}\right) \sin\left[k \frac{A_E(\mu)c}{\hbar e H}\right]}{1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \psi(x_k) \exp\left(-\frac{2\pi k \Gamma}{\hbar \omega_c}\right) \cos\left[k \frac{A_E(\mu)c}{\hbar e H}\right]}, \quad (11)$$

где $L(x) = \coth x - 1/x$ – функция Ланжевена.

Определим функцию $A_E(\varepsilon^*)$ для щелевого и бесщелевого графена. Учитывая, что в свободном графене вблизи точки Дирака $\varepsilon(\mathbf{p}) = \nu_b v_F |\mathbf{p}|$ [5], где $v_F \approx 10^8$ см/с, а $\nu_b = \pm 1$ – зонный (*band*) индекс, нетрудно показать, что кривая $\varepsilon^* = \text{const}$ есть эллипс с параметрами $a = \varepsilon / \sqrt{v_F^2 - v_0^2}$, $b = \varepsilon v_F / (v_F^2 - v_0^2)$. Тогда

$$A_E(\varepsilon) = \pi a b = \pi \varepsilon^2 v_F / (v_F^2 - v_0^2)^{3/2}. \quad (12)$$

Нарушение эквивалентности подрешеток графена приводит к открытию запрещенной щели в спектре. Гамильтониан щелевого графена дает следующее выражение для энергетического спектра [5]: $\varepsilon(\mathbf{k}) = \nu_b \sqrt{v_F^2 \hbar^2 k^2 + \Delta^2}$, где Δ – ширина запрещенной щели. В случае щелевого графена в скрещенных полях получим

$$A_E(\varepsilon) = \pi v_F^{-1} (v_F^2 - v_0^2)^{-1/2} [\varepsilon^2 v_F^2 / (v_F^2 - v_0^2) - \Delta^2]. \quad (13)$$

Таким образом, с помощью (3)–(5), (7)–(10) мы можем исследовать осцилляции коэффициента Нернста в графене с учетом зависимости уровней Ландау от электрического поля. Нас будет интересовать лишь осциллирующая часть КН:

$$\tilde{\nu} = \frac{\sigma_{xx}}{e^2 n c} \frac{d\tilde{\mu}}{dT} + \frac{c\rho_{yy}}{H} \frac{d\tilde{M}}{dT}. \quad (14)$$

Используя (5), получаем

$$\tilde{\nu} = \left(\frac{\sigma_{xx}}{e^2 n c} + \frac{c n \rho_{yy}}{H^2} \right) \frac{d\tilde{\mu}}{dT} = \kappa(H) \frac{d\tilde{\mu}}{k_B dT}. \quad (15)$$

Кроме того, используя условие сохранения числа электронов:

$$N = - \left(\frac{\partial \Omega}{\partial \mu} \right)_{H, T} = \text{const}, \quad (16)$$

мы получаем зависимость химического потенциала от магнитного поля и температуры при заданной концентрации электронов.

Наконец, в настоящей работе, следуя [4, 11], мы рассматриваем случай $\omega_c\tau \leq 1$. В этом случае эффект Шубникова–де Гааза мал, т.е. можно пренебречь осцилляциями проводимости. Тогда мы можем рассмотреть лишь осцилляции величины $\tilde{\nu}/\kappa = \tilde{\mu}/k_B dT$. На рис. 1 приведены зависимости этих ос-

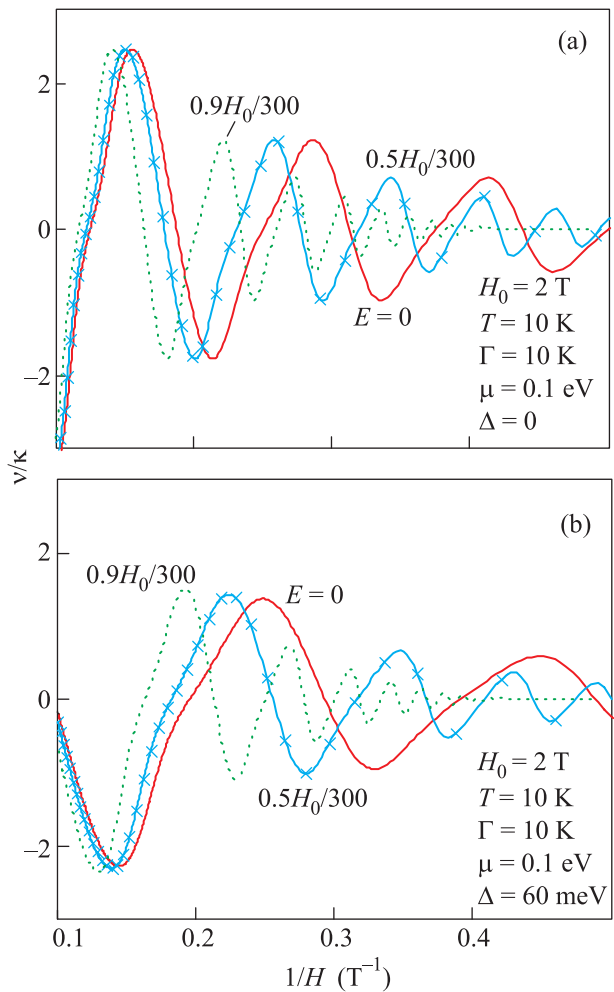


Рис. 1. Осцилляции коэффициента Нернста в зависимости от величины, обратной магнитному полю, в бесщелевом (а) и щелевом (б) графене при различных значениях электрического поля

цилляций в щелевом и бесщелевом графене от обратной величины магнитного поля при различных значениях электрического поля. Видно, что как период, так и характер осцилляций зависят от приложенного электрического поля. Кроме того, открытие запрещенной щели в спектре также приводит к изменению характера осцилляций.

Рассмотрим теперь влияние на осцилляции КН кулоновского взаимодействия. Перенормированный за счет этого взаимодействия электронный спектр графена имеет вид [15]

$$\varepsilon(p) = v_b v_F p (1 + g \ln p_0/p), \quad (17)$$

где $g = e^2/8\pi\hbar v_F \kappa$, κ – диэлектрическая проницаемость (подложка + собственное экранирование графена), $p_0 \approx 5 \cdot 10^{-20}$ эрг·с/см. Нетрудно убедиться в том, что в первом приближении по малому параметру g траектория электрона в импульсном пространстве есть эллипс с параметрами $a = \varepsilon[1 - g \ln(v_F p_0/\varepsilon)]/\sqrt{v_F^2 - v_0^2}$, $b = \varepsilon[1 - g \ln(v_F p_0/\varepsilon)]v_F/(v_F^2 - v_0^2)$. На рис. 2 продемонстри-

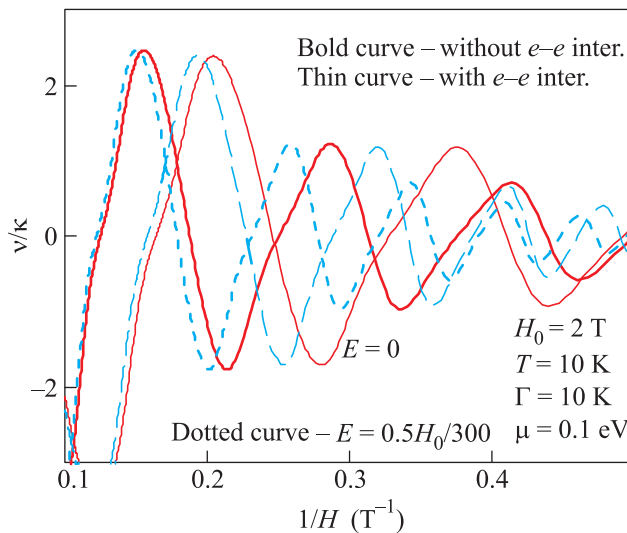


Рис. 2. Осцилляции коэффициента Нернста в зависимости от величины, обратной магнитному полю, в бесщелевом графене с учетом и без учета кулоновского взаимодействия

ровано влияние кулоновского взаимодействия на осцилляции КН.

В заключение отметим, что влияние продольного электрического поля на уровни Ландау дает уникальную возможность управления с его помощью магнетизмом графена. Лифшиц и Каганов, впервые обратившие внимание на рассматриваемый эффект [8], предложили использовать его для исследования изоэнергетических поверхностей в полупроводниках. Действительно, из-за наличия запрещенной щели энергетический спектр полупроводника отличается от параболического, благодаря чему указанный эффект в этих материалах существует. В работе [16] исследовалось оптическое поглощение в полупроводниках в скрещенных магнитном и электрическом полях. Были подробно рассмотрены случаи

$E < H$ и $E > H$. Благодаря линейному спектру носителей влияние электрического поля на уровни Ландау в графене существенно сильнее, чем в обычных полупроводниках и других нерелятивистских материалах.

На наш взгляд, представляет интерес общий случай, когда принимаются во внимание и осцилляции Шубникова–де Гааза. Для его изучения необходимо исследовать магнетопроводимость графена с учетом зависимости уровней Ландау от электрического поля. Эта задача будет рассмотрена в последующих работах.

Автор искренне благодарен А.А. Варламову за полезное обсуждение работы.

-
1. K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morozov, D. Jiang, M. I. Katsnelson, I. V. Grigorieva, S. V. Dubonos, and A. A. Firsov, *Nature* **438**, 197 (2005).
 2. A. H. Castro Neto, F. Guinea, N. M. R. Peres, K. S. Novoselov, and A. K. Geim, *Rev. Mod. Phys.* **81**, 109 (2008).
 3. Л. А. Фальковский, *ЖЭТФ* **142**, 1309 (2012).
 4. I. A. Luk'yanchuk, A. A. Varlamov, and A. V. Kavokin, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 016601 (2011).
 5. M. I. Katsnelson, *Graphene: Carbon in Two Dimensions*, Cambridge University Press, N.Y. (2012), 366 p.
 6. V. Lukose, R. Shankar, and G. Baskaran, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 116802 (2007).
 7. Z. Z. Alisultanov, *Physica B* **438**, 41 (2014).
 8. И. М. Лифшиц, М. И. Каганов, *УФН* **69**, 419 (1959).
 9. И. М. Лифшиц, А. М. Косевич, *ЖЭТФ* **29**, 730 (1955).
 10. З. З. Алисултанов, *Письма в ЖЭТФ* **99**(4), 231 (2014).
 11. А. А. Варламов, А. В. Кавокин, И. А. Лукьянчук, С. Г. Шарапов, *УФН* **55**, 1146 (2012).
 12. A. Von Ettingshausen and W. Nernst, *Ann. Phys.* **265**, 343 (1886).
 13. E. H. Sondheimer, *Proc. R. Soc. London A* **193**, 484 (1948).
 14. Ю. Н. Образцов, *ФТТ* **6**, 414 (1964).
 15. V. N. Kotov, B. Uchoa, V. M. Pereira, F. Guinea, and A. H. Castro Neto, *Rev. Mod. Phys.* **84**, 1067 (2012).
 16. А. Г. Аронов, Г. Е. Пикус, *ЖЭТФ* **51**, 505 (1966).