Письма в ЖЭТФ, том 100, вып. 3, с. 207 – 212

Элементарные возбуждения в симметричной спин-орбитальной модели

М. Ю. Каган[+], К. И. Кугель[×], А. В. Михеенков[○,∇1)], А. Ф. Барабанов[○]*

[+]*Институт физических проблем им. Капицы РАН, 119334 Москва, Россия*

[*] *Московский институт электроники и математики,*
Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики, 109028 Москва, Россия

[×]*Институт теоретической и прикладной электродинамики РАН, 125412 Москва, Россия*

[○]*Институт физики высоких давлений им. Верещагина РАН, 142190 Троицк, Россия*

[∇]*Московский физико-технический институт, 141700 Долгопрудный, Россия*

Поступила в редакцию 7 июля 2014 г.

С использованием сферически-симметричного самосогласованного подхода проанализированы возможные типы элементарных возбуждений в симметричной спин-орбитальной модели на квадратной решетке. Рассчитаны спектры возбуждений. Исследовано поведение соответствующих корреляционных функций в зависимости от температуры и параметров модели. Построена схематическая фазовая диаграмма. Показано, что термодинамика системы в значительной мере определяется элементарными возбуждениями с тесно взаимосвязанными спиновыми и орбитальными степенями свободы.

DOI: 10.7868/S0370274X14150090

1. Введение. В системах с сильно коррелированными электронами, таких, как соединения переходных металлов, тесная взаимосвязь спиновых, орбитальных и зарядовых степеней свободы приводит к необычайному разнообразию фазовых диаграмм и к весьма необычным явлениям, например к колоссальному магнитосопротивлению [1–4].

В недопированных соединениях (магнитных диэлектриках) магнетизм обусловлен сверхобменным взаимодействием Андерсона [5], связанным с виртуальными перескоками электронов с центра на центр и приводящим к гамильтониану типа Гейзенберга. В системах с орбитальным вырождением магнетизм обычно описывается спин-орбитальными моделями, в которых спиновое взаимодействие гейзенберговского типа дополняется взаимодействием между орбиталями, а также взаимодействием этих двух подсистем. Таким образом, орбитали определяют взаимодействие между спинами, и наоборот. Однако в реальных соединениях обменный механизм взаимодействия орбиталей сосуществует и с чисто решеточным (ян-теллеровским) механизмом [6]. При заданном заполнении орбиталей величина и знак обменного взаимодействия задаются правилами Гудинафа–Канамори–Андерсона [7]. С формальной точки зрения такая спин-орбитальная физика может интерпретироваться как обобщение модели Гейзенберга, где обменные интегралы сами являются операторами, зависящими от орбитальных степеней свободы [8, 9]. В результате и спиновое, и орбитальное взаимодействия могут быть как ферро-, так и антиферромагнитного типа. При этом обменное взаимодействие оказывается сильно фрустрированным даже на квадратной и кубической решетках, что усиливает квантовые эффекты в таких системах [10]. Таким образом, спины и орбитали формируют "запутанное" квантовое состояние, которое в последнее время вызывает значительный интерес (см., например, обзор [11]). Особенно ярко эти квантовые эффекты проявляются в случае квадратной решетки [12, 13]. Широко обсуждаемой темой являются также специфические для орбитальных систем элементарные возбуждения – орбитальные волны, или орбитоны (аналог спиновых волн в магнитоупорядоченных материалах) [14, 15]. Тем не менее, несмотря на все возрастающий интерес к орбитальной физике и большое число работ в этом направлении, роли квантовой "запутанности" в спин-орбитальных возбуждениях и их вкладу в термодинамику соответствующих систем до сих пор не уделялось должного внимания. Мы рассмотрим эту проблему на примере симметричной спин-орбитальной модели на квадратной решетке,

1)e-mail: mikheen@bk.ru

воспользовавшись сферически-симметричным самосогласованным подходом, дающим надежные результаты для низкоразмерных спиновых систем [16, 17]. Ниже демонстрируется, что данный подход эффективен для выявления квантовой запутанности спиновых и орбитальных степеней свободы и ее влияния на спектры элементарных возбуждений, а также связанных с ней корреляционных эффектов, проявляющихся даже в отсутствие дальнего порядка.

2. Формулировка задачи. Будем исходить из симметричного варианта спин-орбитальной модели (иногда называемой моделью Кугеля–Хомского) на квадратной решетке [9]. Соответствующий гамильтониан имеет вид

$$\widehat{\mathrm{H}} = \frac{J}{2}\sum_{\mathbf{i},\mathbf{g}}\widehat{\mathrm{S}}_{\mathbf{i}}\widehat{\mathrm{S}}_{\mathbf{ig}} + \frac{I}{2}\sum_{\mathbf{i},\mathbf{g}}\widehat{\mathrm{T}}_{\mathbf{i}}\widehat{\mathrm{T}}_{\mathbf{ig}} + \frac{K}{2}\sum_{\mathbf{i},\mathbf{g}}\left(\widehat{\mathrm{S}}_{\mathbf{i}}\widehat{\mathrm{S}}_{\mathbf{ig}}\right)\left(\widehat{\mathrm{T}}_{\mathbf{i}}\widehat{\mathrm{T}}_{\mathbf{ig}}\right),$$

$$\widehat{\mathrm{H}} = \widehat{J} + \widehat{T} + \widehat{K}, \tag{1}$$

где $\mathbf{g}$ – вектора ближайших соседей, $\mathbf{ig} = \mathbf{i} + \mathbf{g}$, $\widehat{\mathrm{S}}_{\mathbf{i}}$ и $\widehat{\mathrm{T}}_{\mathbf{i}}$ – операторы спина и псевдоспина, отвечающего за орбитальные степени свободы, $S = 1/2$, $T = 1/2$.

Мы будем рассматривать случай антиферромагнитного (АФМ) взаимодействия внутри каждой из подсистем, $J = I > 0$, и отрицательного межподсистемного обмена, $K < 0$ (ниже все энергетические величины приводятся в единицах $J = I = 1$). Проведенный ранее анализ фазовой диаграммы одномерной симметричной спин-орбитальной модели [18] показывает, что именно при таком соотношении параметров эффекты взаимодействия спиновых и орбитальных степеней свободы выражены наиболее наглядно. Более того, при этом явным образом проявляется и “запутанность” спиновых и орбитальных возбуждений [19, 20].

Отметим также, что в двумерном (2D) случае при конечных температурах в настоящее время отсутствует общепризнанное описание антиферромагнетика даже для одной подсистемы ($K = 0$). Ниже используется один из вариантов среднего поля – сферически-симметричный самосогласованный подход (СССП) (см., например, [16, 21, 22]). Отличительной чертой такого подхода является возможность нахождения температурного поведения корреляционных функций вида $\langle \widehat{S}_{\mathbf{i}}\widehat{T}_{\mathbf{i}}\rangle$, описывающих связь подсистем. При этом рассмотрение точно удовлетворяет условию сферической симметрии (в соответствии с теоремой Мермина–Вагнера [23]), все узлы в системе равноправны, одноузельные средние

$$\langle \widehat{S}_{\mathbf{i}}\rangle = \langle \widehat{T}_{\mathbf{i}}\rangle = 0, \tag{2}$$

корреляционные функции для различных компонент спина и псевдоспина ($\alpha \neq \beta$) также равны нулю:

$$\langle \widehat{S}^{\alpha}_{\mathbf{i}}\widehat{S}^{\beta}_{\mathbf{j}}\rangle = 0, \quad \langle \widehat{T}^{\alpha}_{\mathbf{i}}\widehat{T}^{\beta}_{\mathbf{j}}\rangle = 0, \quad \langle \widehat{S}^{\alpha}_{\mathbf{i}}\widehat{T}^{\beta}_{\mathbf{j}}\rangle = 0. \tag{3}$$

3. Случай $K = 0$. При отсутствии связи между подсистемами, т.е. при $K = 0$, в рамках СССП спин-спиновая функция Грина $G^{zz}(\omega, \mathbf{q}) = \langle S^{z}_{\mathbf{q}}|S^{z}_{-\mathbf{q}}\rangle_{\omega}$ ($G^{zz} = G^{xx} = G^{yy}$), как известно, имеет вид [16, 22]

$$G^{zz}(\omega, \mathbf{q}) = \frac{F_{\mathbf{q}}}{\omega^2 - \omega^2_{\mathbf{q}}}, \tag{4}$$

где числитель определяется выражением

$$F_{\mathbf{q}} = -8J(1 - \gamma_{\mathbf{q}})c_g, \tag{5}$$

$$\gamma_{\mathbf{q}} = \frac{1}{4}\sum_{\mathbf{g}} e^{i\mathbf{qg}} = \frac{1}{2}(\cos q_x + \cos q_y), \tag{6}$$

$c_g = \langle \widehat{S}^{z}_{\mathbf{i}}\widehat{S}^{z}_{\mathbf{i+g}}\rangle$ – спин-спиновая корреляционная функция для ближайших соседей.

Спектр спиновых возбуждений $\omega_{\mathbf{q}}$ записывается в виде

$$\omega^2_{\mathbf{q}} = 2J^2(1 - \gamma_{\mathbf{q}})\Big\{1 + 4\big[\widetilde{c}_{2g} + 2\widetilde{c}_d - \widetilde{c}_g(1 + 4\gamma_{\mathbf{q}})\big]\Big\}. \tag{7}$$

В (7) в рамках приближения одной вершинной поправки α корреляторы $\widetilde{c}_r = \alpha c_r$ [16, 17, 24]. Три коррелятора c_r (где $r = g$, d, $2g$ – первый, второй и третий ближайшие соседи) и вершинная поправка находятся самосогласованно через функцию Грина G^{zz} при дополнительном условии точного соответствия ограничению на величину спина $\langle \widehat{\mathrm{S}}^2_{\mathbf{i}}\rangle = 3/4$.

В отличие от подходов, предполагающих двухподрешеточное основное состояние, в СССП точки зоны Бриллюэна $\mathbf{\Gamma} = (0, 0)$ и $\mathbf{Q} = (\pi, \pi)$ неэквивалентны. При $T \neq 0$ (и $K = 0$) дальний АФМ-порядок в каждой из подсистем отсутствует. В спектре спиновых возбуждений (7) щель в точке $\mathbf{Q}$ открыта, $\omega_{\mathbf{Q}} > 0$, а спин-спиновый коррелятор на бесконечности равен нулю. При $T \to 0$ щель в $\mathbf{Q}$ закрывается, а спин-спиновый коррелятор на бесконечности отличен от нуля (он меняет знак в соответствии с правилом “манхэттенской длины”, т.е. при сдвиге на постоянную решетки по горизонтали или по вертикали), что означает появление дальнего АФМ-порядка. То же самое справедливо и для подсистемы псевдоспина.

4. Учет S–T взаимодействия. Рассмотрим структуру третьего члена в (1):

$$\widehat{K} = \frac{K}{2}\sum_{\mathbf{i},\mathbf{g}} S^{\alpha}_{\mathbf{i}}S^{\alpha}_{\mathbf{ig}}T^{\beta}_{\mathbf{i}}T^{\beta}_{\mathbf{ig}} = \sum_{\langle \mathbf{i},\mathbf{j}\rangle}\widehat{K}_{\mathbf{i},\mathbf{j}}, \tag{8}$$

$$\widehat{K}_{\mathbf{i},\mathbf{j}} = KS^{\alpha}_{\mathbf{i}}S^{\alpha}_{\mathbf{j}}T^{\beta}_{\mathbf{i}}T^{\beta}_{\mathbf{j}} \quad (\alpha, \beta = x, y, z), \tag{9}$$

где $\langle \mathbf{i}, \mathbf{j} \rangle$ отвечает суммированию по связям ближайших соседей.

С учетом сферической симметрии (условий (2) и (3)) гамильтониан $\widehat{K}$ в среднеполевом представлении допускает выделение ненулевых средних типа $\langle \widehat{S}\widehat{S} \rangle$, $\langle \widehat{T}\widehat{T} \rangle$ и $\langle \widehat{S}\widehat{T} \rangle$. Выделение средних типа $\langle \widehat{S}\widehat{S} \rangle$, $\langle \widehat{T}\widehat{T} \rangle$ приводит только к перенормировкам констант I и J, не содержащим перепутывания подсистем. Их мы будем опускать. Тогда $\widehat{K}$ будет иметь следующее среднеполевое представление:

$$\widehat{K}_{\mathbf{i},\mathbf{j}} \approx a\,\hat{K}^a_{\mathbf{i},\mathbf{j}} + b\hat{K}^b_{\mathbf{i},\mathbf{j}}, \tag{10}$$

$$\hat{K}^a_{\mathbf{i},\mathbf{j}} = S^\alpha_{\mathbf{i}} T^\alpha_{\mathbf{i}} \langle S^\alpha_{\mathbf{j}} T^\alpha_{\mathbf{j}} \rangle + \langle S^\alpha_{\mathbf{i}} T^\alpha_{\mathbf{i}} \rangle S^\alpha_{\mathbf{j}} T^\alpha_{\mathbf{j}} - - \langle S^\alpha_{\mathbf{i}} T^\alpha_{\mathbf{i}} \rangle \langle S^\alpha_{\mathbf{j}} T^\alpha_{\mathbf{j}} \rangle, \tag{11}$$

$$\hat{K}^b_{\mathbf{i},\mathbf{j}} = S^\alpha_{\mathbf{i}} T^\alpha_{\mathbf{j}} \langle S^\alpha_{\mathbf{j}} T^\alpha_{\mathbf{i}} \rangle + \langle S^\alpha_{\mathbf{i}} T^\alpha_{\mathbf{j}} \rangle S^\alpha_{\mathbf{j}} T^\alpha_{\mathbf{i}} - \langle S^\alpha_{\mathbf{i}} T^\alpha_{\mathbf{j}} \rangle \langle S^\alpha_{\mathbf{j}} T^\alpha_{\mathbf{i}} \rangle. \tag{12}$$

При этом должно выполняться условие $a + b = 1$. Последнее есть следствие того, что мы в среднеполевом представлении равно пренебрегаем квадратичными по флуктуациям слагаемыми вида $\langle \delta S\, \delta S \rangle$, $\langle \delta T\, \delta T \rangle$, $\langle \delta S\, \delta T \rangle$. Недиагональные по греческим индексам члены в (11), (12) выпадают в силу условий (3).

Случай (11) отвечает выделению внутриузельных средних, случай (12) – выделению средних от операторов, относящихся к соседним узлам. Физически очевидно, что (11) – вариант a – дает основной вклад в конечные результаты. Он отвечает S- и T-корреляциям на одном узле, которые определяются внутриузельными кулоновскими взаимодействиями и представляются более существенными.

Отметим, что в формальном пределе $I = J = 0$, $K \neq 0$ эти случаи отвечают совершенно различным состояниям системы. При $a = 1$, $b = 0$ система распадается на одноузельные невзаимодействующие "димеры", составленные из операторов $\hat{\mathbf{S}}$ и $\hat{\mathbf{T}}$. Включение $I = J > 0$ "разбалтывает" димеры.

В случае $a = 0$, $b = 1$ система распадается на две "шахматные" подсистемы, в каждой из которых на одной из подрешеток находятся операторы $\hat{\mathrm{S}}$, а на другой – операторы $\hat{\mathrm{T}}$. При этом (в пределе $I = J = 0$, $K \neq 0$) в каждой из подсистем устанавливается ферромагнитный порядок. При $I = J > 0$ включается взаимодействие подсистем.

Все дальнейшие вычисления были проделаны с учетом вкладов обоих типов, (11) и (12). Далее энергия минимизировалась по коэффициентам a, b. Во всей рассмотренной области параметров это приводило к пределу $a = 1$, $b = 0$. Ниже все выражения для краткости приводятся именно в этом пределе, т.е. с учетом только членов вида (11).

5. Корреляторы и спектр при $K \neq 0$. При ненулевом взаимодействии подсистем необходимо вводить как спин-спиновую, так и спин-псевдоспиновую функции Грина:

$$G^{zz}_{\mathbf{q}} = \left\langle S^z_{\mathbf{q}} \mid S^z_{-\mathbf{q}} \right\rangle_\omega, \tag{13}$$

$$R^{zz}_{\mathbf{q}} = \left\langle T^z_{\mathbf{q}} \mid S^z_{-\mathbf{q}} \right\rangle_\omega \tag{14}$$

$\left(\left\langle T^z_{\mathbf{q}} \mid T^z_{-\mathbf{q}} \right\rangle_\omega = \left\langle S^z_{\mathbf{q}} \mid S^z_{-\mathbf{q}} \right\rangle_\omega\right.$, поскольку мы рассматриваем симметричный случай $I = J$).

Вычисления в рамках стандартной схемы СССП приводят к следующим выражениям для $G^{zz}_{\mathbf{q}}$ и $R^{zz}_{\mathbf{q}}$:

$$G^{zz}_{\mathbf{q}} = \frac{F_{ac}(\mathbf{q})}{\omega^2 - \omega^2_{ac}(\mathbf{q})} + \frac{F_{\mathrm{opt}}(\mathbf{q})}{\omega^2 - \omega^2_{\mathrm{opt}}(\mathbf{q})}, \tag{15}$$

$$R^{zz}_{\mathbf{q}} = \frac{F_{ac}(\mathbf{q})}{\omega^2 - \omega^2_{ac}(\mathbf{q})} - \frac{F_{\mathrm{opt}}(\mathbf{q})}{\omega^2 - \omega^2_{\mathrm{opt}}(\mathbf{q})}, \tag{16}$$

где

$$F_{ac} = \frac{F_1 + F_2}{2},\; F_{\mathrm{opt}} = \frac{F_1 - F_2}{2}, \tag{17}$$

$$F_1 = -8Jc_g(1 - \gamma_{\mathbf{q}}) - Mm_0,\; F_2 = Mm_0, \tag{18}$$

а спектры возбуждений

$$\omega^2_{ac}(\mathbf{q}) = W + Z,\; \omega^2_{\mathrm{opt}}(\mathbf{q}) = W - Z, \tag{19}$$

$$W = 2J^2(1-\gamma_{\mathbf{q}})\Big\{1 + 4\big[\widetilde{c}_{2g} + 2\widetilde{c}_d - \widetilde{c}_g(1+4\gamma_{\mathbf{q}})\big]\Big\} + + 4JM(2\widetilde{m}_g - \widetilde{m}_g\gamma_{\mathbf{q}} - \widetilde{m}_0\gamma_{\mathbf{q}}) + \frac{1}{8}M^2, \tag{20}$$

$$Z = -4JM\left[\widetilde{c}_g(1 - \gamma_{\mathbf{q}}) + \widetilde{m}_g - \widetilde{m}_0\gamma_{\mathbf{q}}\right] - \frac{1}{8}M^2. \tag{21}$$

Здесь $M = 8Km_0$, $\gamma_{\mathbf{q}}$ определена в (6), $\widetilde{c}_g$, $\widetilde{c}_d$ и $\widetilde{c}_{2g}$ – по-прежнему спин-спиновые корреляторы на трех первых координационных сферах (с учетом вершинных поправок). В (20), (21) входят также внутриузельный (m_0) и межузельный (m_g) спин-псевдоспиновые корреляторы.

$$m_0 = \langle S^z_{\mathbf{i}} T^z_{\mathbf{i}} \rangle, \quad m_g = \langle S^z_{\mathbf{i}} T^z_{\mathbf{ig}} \rangle, \tag{22}$$

причем для соответствующих вершинных поправок в $\widetilde{m}_0 = \alpha^0_{ST} m_0$, $\widetilde{m}_g = \alpha^g_{ST} m_g$ принято простейшее приближение: $\alpha^0_{ST} = \alpha^g_{ST} = 1$.

Всегда выполняются следующие соотношения:

$$\omega_{\mathrm{opt}}(\mathbf{\Gamma}) \geq \omega_{ac}(\mathbf{\Gamma}) = 0, \quad \omega_{ac}(\mathbf{Q}) \geq \omega_{\mathrm{opt}}(\mathbf{Q}) \geq 0. \tag{23}$$

Численная процедура при $K \neq 0$ аналогична описанной выше для $K = 0$. Все входящие в задачу корреляторы (c_r $(r = g, d, 2g)$, m_0, m_g) и вершинная поправка находятся самосогласованно через функции Грина G^{zz} и R^{zz}. Приводимые ниже результаты относятся к случаю ненулевых температур.

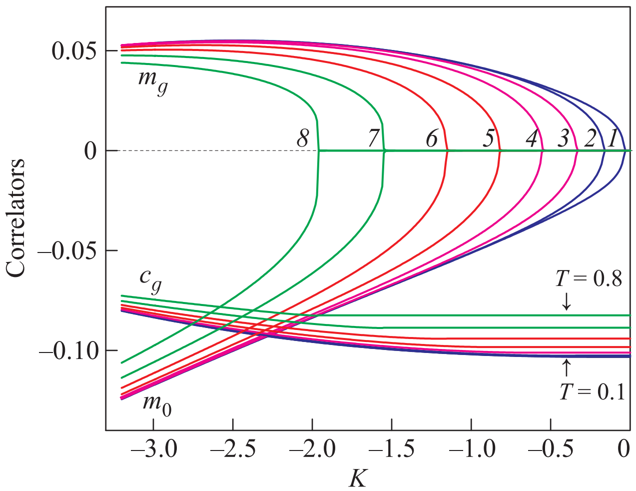

Рис. 1. (Цветной онлайн) Зависимости спин-спинового коррелятора c_g на ближайших соседях, а также спин-псевдоспиновых корреляторов m_0 и m_g на первой и второй координационных сферах от температуры и межподсистемного обмена K. Кривые, образующие "нос утконоса", — m_0 ($m_0 < 0$) и m_g ($m_g > 0$). Цифры 1–8 нумеруют температуру: *1* – $T = 0.1$, *2* – 0.2 и т.д. Нижние кривые — c_g (указаны граничные значения T)

6. Результаты и обсуждение. На рис. 1 представлено поведение спин-спинового коррелятора c_g для ближайших соседей, а также спин-псевдоспиновых (спин-орбитальных) корреляторов m_0 и m_g на первой и второй координационных сферах при изменении температуры и межподсистемного обмена K.

Видно, что при некотором значении K, зависящем от температуры, как одноцентровые (m_0), так и межцентровые (m_g) спин-орбитальные корреляторы принимают ненулевые значения и начинают резко возрастать по абсолютной величине. В то же время спин-спиновый коррелятор c_g меняется плавно, без каких-либо особенностей. Это указывает на возникновение в системе "запутанного" состояния, характеризуемого ненулевыми спин-орбитальными корреляторами. Переход в такое состояние напоминает фазовый переход II рода. При этом дальний порядок, как спиновый, так и орбитальный, строго говоря, отсутствуют.

На рис. 2 показана фазовая диаграмма (области с нулевыми и ненулевыми спин-псевдоспиновыми корреляциями). Граница раздела хорошо описывается степенной зависимостью с показателем, близким к 1/2.

Рис. 3 представляет температурную зависимость спин-псевдоспиновых корреляторов m_0 и m_g для нескольких фиксированных значений K. Эти кри-

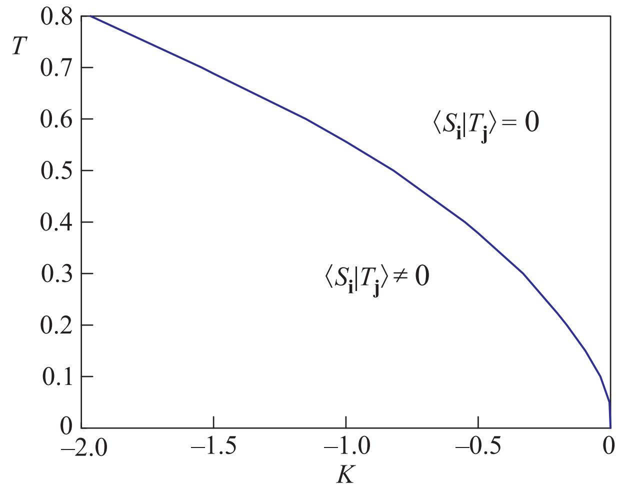

Рис. 2. (Цветной онлайн) Области с нулевыми и ненулевыми спин-псевдоспиновыми корреляциями. Фазовая граница хорошо описывается кривой $T_c = 0.55|K|^{0.55}$

вые тоже хорошо описываются степенным законом $m \sim (T_c - T)^\alpha$ со слабо зависящим от K показателем $\alpha \sim 0.3{-}0.5$. Отличие m_0 и m_g от нуля при $T \gtrsim T_c$ (в

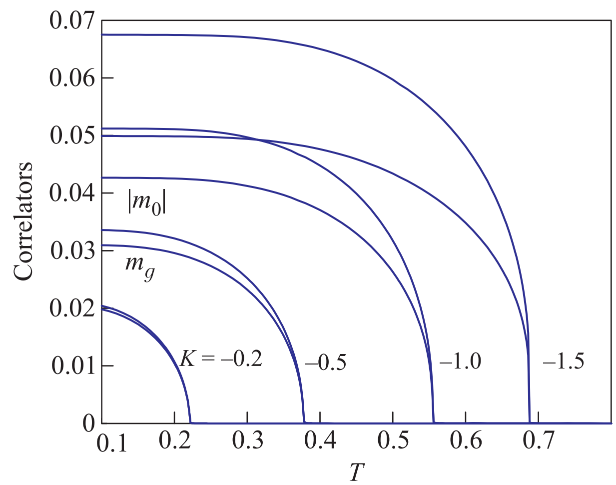

Рис. 3. (Цветной онлайн) Зависимости спин-псевдоспиновых корреляторов m_0 и m_g от температуры для нескольких фиксированных значений K. В каждой паре кривых верхняя – $|m_0|$, нижняя – m_g. Все кривые описываются степенным законом $m \sim (T_c - T)^\alpha$ со слабо зависящим от K показателем $\alpha \sim 0.3{-}0.5$

масштабе рисунка практически незаметное) характеризует ошибку самосогласования.

На рис. 4 и 5 показаны спектры элементарных возбуждений $\omega_{ac}(\mathbf{q})$ и $\omega_{\rm opt}(\mathbf{q})$ (19) при температуре $T = 0.3$ для слабого ($K = -0.4$) и сильного ($K = -3.0$) взаимодействия между подсистемами. В первом случае расщепление спектра мало и заметно

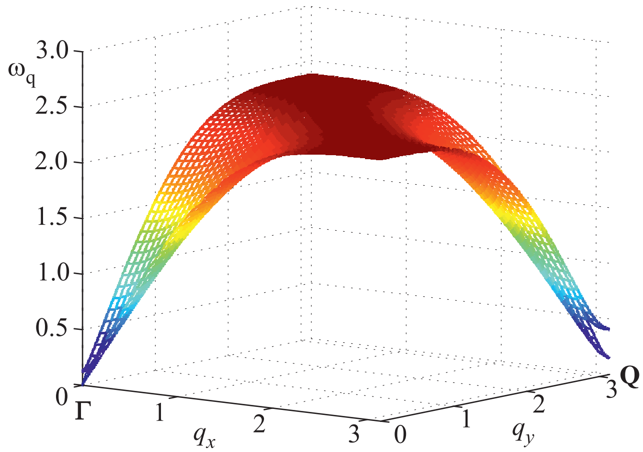

Рис. 4. (Цветной онлайн) Спектры элементарных возбуждений $\omega_{ac}(\mathbf{q})$ и $\omega_{\rm opt}(\mathbf{q})$ (19) при $T = 0.3$ и слабом расщеплении ($K = -0.4$). Показана четверть зоны Бриллюэна

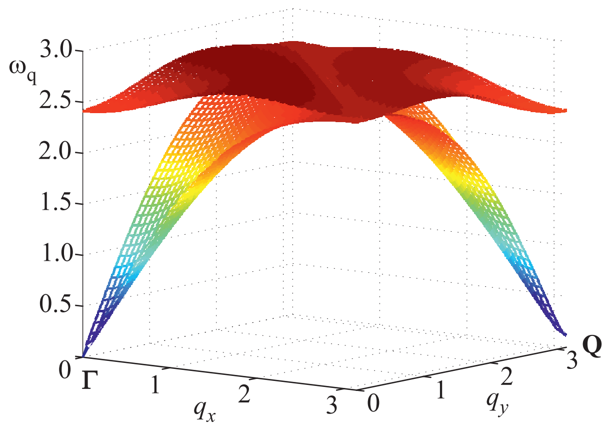

Рис. 5. (Цветной онлайн) Спектры элементарных возбуждений $\omega_{ac}(\mathbf{q})$ и $\omega_{\rm opt}(\mathbf{q})$ (19) при $T = 0.3$ и сильном расщеплении ($K = -3.0$). Верхние участки ветвей спектра образуют почти бездисперсионную область. Показана четверть зоны Бриллюэна. Масштаб по осям такой же, как на рис. 4

только в окрестностях высокосимметричных точек $\mathbf{\Gamma} = (0, 0)$ и $\mathbf{Q} = (\pi, \pi)$. Во втором же оно так велико, что верхние участки ветвей образуют практически бездисперсионную область. Спектр расщеплен при $T < T_c$, что, как следует из рис. 2, верно в обоих случаях. Из рис. 4 и 5 видно, что соотношения (23) выполнены. В частности, ветвь $\omega_{ac}(\mathbf{\Gamma})$ всегда является голдстоуновской. Расщепление ветвей растет с ростом $|K|$ и падает с ростом T.

При $K = 0$ подсистемы S и T независимы, и (поскольку рассматривается случай $I = J$) спектры возбуждений в них одинаковы, $m_0 = m_g = 0$. При достаточно большом $K \neq 0$ вырожденный спектр возбуждений расщепляется на две ветви. Это означает, что при измерении спиновой восприимчивости $\chi(q, \omega)$ должен наблюдаться дополнительный пик, обусловленный взаимодействием подсистем.

7. Заключение. Таким образом, мы продемонстрировали, что для симметричной спин-орбитальной модели характерно возникновение состояния с ненулевыми значениями корреляционных функций, отвечающих “запутыванию” спиновых и орбитальных степеней свободы. Переход в такое состояние имеет общие черты с фазовым переходом II рода.

Было бы интересным проанализировать характерные черты этого “запутанного” состояния и для более реалистичных моделей (с учетом анизотропии, других соотношений между обменными интегралами и т.д.).

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты # 13-02-00909, 14-02-00058 и 14-02-00276).

---

1. E. Dagotto, *Nanoscale Phase Separation and Colossal Magnetoresistance*, Springer, Berlin, Heidelberg (2002).
2. P. Horsch, *Orbital Physics in Transition Metal Oxides: Magnetism and Optics*, John Wiley & Sons, N.Y. (2007).
3. D. I. Khomskii, Phys. Scr. **72**, CC8 (2005).
4. М. Ю. Каган, К. И. Кугель, УФН **171**, 577 (2001).
5. P. W. Anderson, Phys. Rev. **115**, 2 (1959).
6. M. D. Kaplan and B. G. Vekhter, *Cooperative Phenomena in Jahn–Teller Crystals*, Plenum Press, N.Y. (1995).
7. J. B. Goodenough, *Magnetism and the Chemical Bond*, John Wiley & Sons, N.Y. (1963).
8. К. И. Кугель, Д. И. Хомский, ЖЭТФ **64**, 1429 (1973).
9. К. И. Кугель, Д. И. Хомский, УФН **136**, 621 (1982).
10. A. M. Oleś, L. F. Feiner, and J. Zaanen, Phys. Rev. B **61**, 6257 (2000).
11. A. M. Oleś, J. Phys.: Cond. Matt. **24**, 313201 (2012).
12. F. Wang and A. Vishwanath, Phys. Rev. B **80**, 064413 (2009).
13. W. Brzezicki, J. Dziarmaga, and A. M. Oleś, Phys. Rev. Lett. **109**, 237201 (2012).
14. J. van den Brink, W. Stekelenburg, D. I. Khomskii, G. A. Sawatzky, and K. I. Kugel, Phys. Rev. B **58**, 10276 (1998).
15. J. Schlappa, K. Wohlfeld, K. J. Zhou, M. Mourigal, M. W. Haverkort, V. N. Strocov, L. Hozoi, C. Monney, S. Nishimoto, S. Singh, A. Revcolevschi, J.-S. Caux, L. Patthey, H. M. Rønnow, J. van den Brink, and T. Schmitt, Nature **485**, 82 (2012).
16. А. Ф. Барабанов, А. В. Михеенков, А. В. Шварцберг, ТМФ **168**, 389 (2011).

17. А. В. Михеенков, А. В. Шварцберг, А. Ф. Барабанов, Письма в ЖЭТФ **98**, 178 (2013).
18. S. K. Pati, R. R. P. Singh, and D. I. Khomskii, Phys. Rev. Lett. **81**, 5406 (1998).
19. W.-L. You, A. M. Oleś, and P. Horsch, Phys. Rev. B **86**, 094412 (2012).
20. R. Lundgren, V. Chua, and G. A. Fiete, Phys. Rev. B **86**, 224422 (2012).
21. J. Kondo and K. Yamaji, Prog. Theor. Phys. **47**, 807 (1972).
22. H. Shimahara and S. Takada, J. Phys. Soc. Jpn. **60**, 2394 (1991).
23. N. D. Mermin and H. Wagner, Phys. Rev. Lett. **17**, 1133 (1966).
24. M. Hartel, J. Richter, D. Ihle, J. Schnack, and S.-L. Drechsler, Phys. Rev. B **84**, 104411 (2011).