

ПО ИТОГАМ ПРОЕКТОВ
РОССИЙСКОГО ФОНДА ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
Проекты РФФИ # 11-02-00398

Локальное подавление плотности конденсата и планарные слабые связи с ангармоническим соотношением ток–фаза

Ю. С. Бараш¹⁾

Институт физики твердого тела РАН, 142432 Черноголовка, Россия

Поступила в редакцию 23 июня 2014 г.

Представлен обзор результатов теоретического изучения сверхпроводящих плоских контактов с сильным джозефсоновским взаимодействием и значительным подавлением плотности конденсата вблизи прослойки вследствие эффекта близости. Из самосогласованного описания таких систем в рамках теории Гинзбурга–Ландау следует, что рассматриваемые контакты являются слабыми связями, а их свойства в значительной мере определяются индуцированным прослойкой и током распариванием. Критический ток и ангармоническое соотношение ток–фаза, глубина проникновения магнитного поля в контакт, а также модуляция тока магнитным полем и структура джозефсоновского вихря найдены как функции констант джозефсоновского взаимодействия и распаривающего эффекта вблизи прослойки.

DOI: 10.7868/S0370274X14150120

1. Введение. Сверхпроводящий контакт представляет собой слабую связь, если его критический ток j_c значительно меньше тока распаривания j_{dp} в сверхпроводящих электродах [1]. Туннельные контакты являются слабыми связями вследствие достаточно малого коэффициента прозрачности прослойки $\mathcal{D} \ll 1$. Другая причина, приводящая к малым значениям критического тока, связана с локальным подавлением плотности конденсата куперовских пар вблизи прослойки вследствие эффекта близости. Приведенные ниже теоретические результаты касаются свойств планарных контактов при наличии такого эффекта близости и дают возможность экспериментально выяснить, по какой из двух причин контакт является слабой связью.

Одним из важнейших свойств слабых связей является их большая чувствительность к локальным характеристикам переходной области между сверхпроводящими электродами. Перенос заряда в значительной степени контролируется этими характеристиками, или, как говорят, “слабой сверхпроводимостью”. В рассматриваемом случае индуцированное прослойкой в ее окрестности ослабление сверхпроводимости оказывает существенное влияние на эф-

фект Джозефсона в целом. При этом свойства контактов контролируются совместно силой джозефсоновской связи и степенью подавления плотности конденсата. Обычные планарные SIS-контакты с высокой прозрачностью при отсутствии подавления плотности конденсата прослойкой не относятся к слабым связям, поскольку критический ток в них сравним с током распаривания [2, 3]. Напротив, если уже при отсутствии тока плотность куперовских пар оказывается в значительной мере подавленной вблизи границы раздела, решение задачи вблизи T_c показывает, что условие $j_c \ll j_{dp}$ всегда выполняется вне зависимости от величины прозрачности прослойки, т.е. при произвольно большой джозефсоновской связи сверхпроводящих электродов [4]. В то время как слабая джозефсоновская связь приводит к синусоидальному соотношению ток–фаза, при достаточно больших значениях джозефсоновской связи ток в планарных контактах оказывается сильно ангармоническим уже вблизи критической температуры. Играющую здесь ключевую роль выраженное распаривающее влияние прослойки приводит к тому, что планарные контакты с сильным джозефсоновским взаимодействием представляют собой слабые связи с существенно ангармоническим соотношением ток–фаза. В таких системах близость к прослойке и джозефсоновское

¹⁾e-mail: barash@issp.ac.ru

взаимодействие формируют пространственный профиль плотности куперовских пар, который, вообще говоря, зависит от разности фаз. Существенным оказывается и распаривающее действие джозефсоновского тока, которое локально усиливается в области, где плотность конденсата мала, и может оказаться заметным даже при условии $j_c \ll j_{dp}$.

Замечательным обстоятельством является возможность самосогласованного решения рассматриваемых задач и детального количественного описания свойств планарных контактов на основе теории Гинзбурга–Ландау (ГЛ). Ниже приведены численные и аналитические результаты, относящиеся к контактам обычных изотропных s -сверхпроводников и сверхпроводников с d -спариванием с разными типами прослоек. Хотя, строго говоря, речь идет об окрестности T_c , где применима теория среднего поля для сверхпроводящего фазового перехода, многие выводы теории ГЛ, не связанные с конкретными температурными зависимостями, как известно, в значительной мере сохраняют свое значение в более широком интервале температур.

Представленный миниобзор основан на результатах работ [4–7], выполненных в рамках проекта РФФИ 11-02-00398.

2. Ангармонический ток Джозефсона вблизи T_c . Рассмотрим симметричный сверхпроводящий контакт, схематически изображенный на рис. 1. Пусть размеры сверхпроводящих электродов S_l и S_r

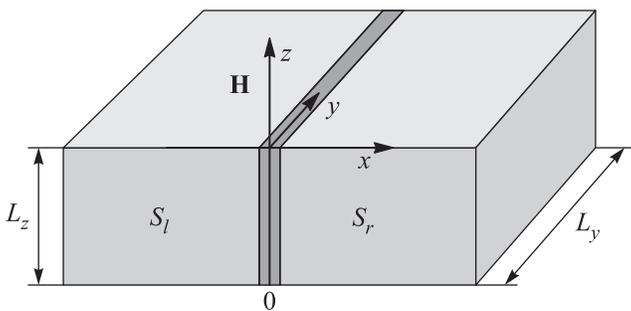


Рис. 1. Схематическое изображение контакта

вдоль оси x велики по сравнению с лондоновской глубиной проникновения магнитного поля λ_L , а длина однородной прослойки вдоль x мала и в рамках ГЛ-теории ее можно считать нулевой.

Свободная энергия для сверхпроводящего контакта есть сумма трех членов: $\mathcal{F} = \mathcal{F}_{b1} + \mathcal{F}_{b2} + \mathcal{F}_{\text{int}}$. Запишем вклады объема и границы раздела в свободную энергию симметричных контактов между двумя идентичными s - или $d_{x^2-y^2}$ -сверхпроводниками при отсутствии магнитного поля в виде

$$\mathcal{F}_{b1(2)} = \int_{V_{1(2)}} \left(K |\nabla \Psi_{1(2)}|^2 + a |\Psi_{1(2)}|^2 + \frac{b}{2} |\Psi_{1(2)}|^4 \right) dV_{1(2)}, \quad (1)$$

$$\mathcal{F}_{\text{int}} = \int_S \left[g_J |\Psi_1 - \Psi_2|^2 + g \left(|\Psi_1|^2 + |\Psi_2|^2 \right) \right] dS. \quad (2)$$

Мы считаем плоскость ab тетрагонального кристалла $d_{x^2-y^2}$ -сверхпроводников совпадающей с координатной плоскостью (xy) . При отсутствии поля предполагается одномерная пространственная зависимость параметра порядка от координаты x .

Свободная энергия границы раздела (2) содержит два независимых инварианта. Первый член описывает джозефсоновскую связь сверхпроводящих берегов. Второй член учитывает влияние границы на прилегающие области сверхпроводников, которое сказывается уже при отсутствии тока. При протекании тока джозефсоновская связь вносит свой вклад в формирование профиля параметра порядка вблизи границы. Однако если разность фаз, а с ней и ток Джозефсона равны нулю, то на границе $\Psi_1 = \Psi_2$ и первый инвариант в (2) обращается в нуль. Второй инвариант в (2) приводит к локальному подавлению ($g > 0$) или росту ($g < 0$) плотности куперовских пар вблизи границы вследствие эффекта близости. Для изотропных s -сверхпроводников и изоляционной прослойки с хорошей точностью $g = 0$ [8]. В этом случае при $\chi = 0$ имеем $\mathcal{F}_{\text{int}} = 0$, т.е. тонкая изоляционная прослойка вообще не приводит к изменению связанной со сверхпроводимостью части свободной энергии контакта. Сравнение с микроскопическими результатами подтверждает сказанное.

Варьирование свободной энергии (1) приводит к обычным уравнениям Гинзбурга–Ландау. При этом фигурирующий в (1) градиентный член и оба слагаемых из (2) вносят вклад в граничные условия для комплексного параметра порядка Ψ . Представляя параметр порядка в виде $\Psi_{1(2)} = (|a|/b)^{1/2} f_{1(2)}(x) e^{i\chi_{1(2)}(x)}$, получим из граничных условий для Ψ граничные условия для нормированного модуля параметра порядка f , а также выражение для джозефсоновского тока через значение f_0 при $x = 0$ и разность фаз $\chi = \chi_- - \chi_+$:

$$\left(\frac{df}{dx} \right)_{\pm} = \pm \left(g\delta + 2ge \sin^2 \frac{\chi}{2} \right) f_0, \quad (3)$$

$$j = \frac{3\sqrt{3}}{2} g e f_0^2 j_{dp} \sin \chi. \quad (4)$$

Здесь введена безразмерная координата $\bar{x} = x/\xi(T)$, где $\xi(T)$ есть зависящая от температуры длина когерентности сверхпроводника. Фигурирующие в (3)

эффективные безразмерные константы джозефсоновской связи, $g_\ell = g_J \xi(T)/K$, и эффекта близости к прослойке, $g_\delta = g \xi(T)/K$, играют важную роль в рассматриваемой ниже теории.

Выражение для тока Джозефсона следует из (4), если для модуля $f(x)$ известно его самосогласованное значение f_0 на границе раздела. Точное решение этой задачи приводит к следующему результату:

$$j = \frac{3\sqrt{3}}{2} \alpha g_\ell \sin \chi (1 - \alpha^2 g_\ell^2 \sin^2 \chi) j_{dp}. \quad (5)$$

Входящий в (5) параметр α есть решение уравнения четвертой степени

$$2g_b^2(\chi)\alpha - (1 - \alpha)^2 [1 - \alpha(\alpha + 2)g_\ell^2 \sin^2 \chi] = 0, \quad (6)$$

где $g_b(\chi) = g_\delta + 2g_\ell \sin^2 \frac{\chi}{2}$ есть коэффициент из правой части (3) [4].

Простое численное решение уравнения (6) позволяет с помощью (5) найти джозефсоновский ток, величина которого относительно j_{dp} полностью задается разностью фаз χ и двумя эффективными безразмерными константами связи, g_ℓ и g_δ . Два из четырех решений (6) принимают комплексные значения и, следовательно, не имеют отношения к рассматриваемой задаче. Одно из двух оставшихся решений удовлетворяет условию ($\alpha < 1$) и описывает эффекты распаривания при протекании тока через контакт ($g_b(\chi) > 0$). Наконец, четвертое решение превышает единицу $\alpha > 1$ и соответствует увеличению плотности куперовских пар вблизи границы раздела ($g_b(\chi) < 0$) [5]. В связи с ограниченным объемом статьи далее полагаем $g_\delta, g_\ell > 0$.

Наряду с точными численными результатами можно получить и аналитическое описание тока. Эффекты распаривания ($g_b > 0$) во всем диапазоне параметров с хорошей точностью учитывает следующее ангармоническое соотношение ток–фаза [4]:

$$j(g_\ell, g_\delta, \chi) = \frac{3\sqrt{3}g_\ell \sin \chi}{2(1 + 2g_\ell^2 \sin^2 \chi)} \left\{ 1 + g_b^2(\chi) + g_\ell^2 \sin^2 \chi - \sqrt{[g_b^2(\chi) + g_\ell^2 \sin^2 \chi]^2 + 2g_b^2(\chi)} \right\} j_{dp}. \quad (7)$$

Сравнение с численным решением показывает, что (7) описывает поведение тока практически идеально, если $j < 0.7j_{dp}$. Это имеет место, в частности, при $g_\ell < 1$ для любых значений g_δ или при $g_\delta > 1$ для любых значений g_ℓ . В случае $j > 0.7j_{dp}$ выражение (7) приводит к хорошему приближенному описанию тока с не превышающими 10% отклонениями от точного численного результата.

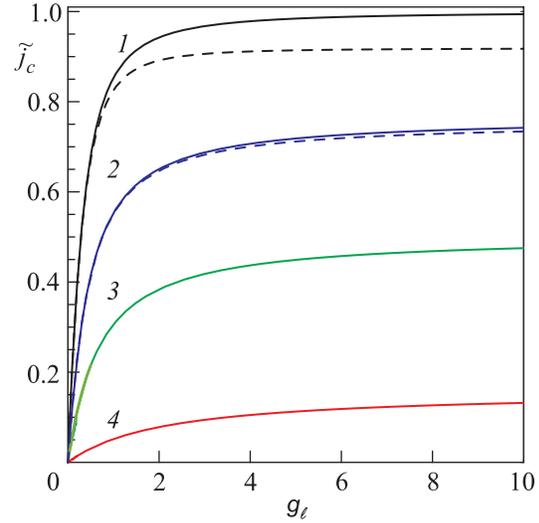


Рис. 2. Зависимость критического тока планарных контактов \tilde{j}_c , нормированного на ток распаривания, от эффективной константы джозефсоновской связи g_ℓ при разных значениях g_δ : 1 – 0, 2 – 0.4, 3 – 1, 4 – 4

На рис. 2 показан критический ток $\tilde{j}_c = j_c/j_{dp}$ в единицах тока распаривания как функция константы джозефсоновской связи g_ℓ при разных значениях g_δ . Сплошные кривые вычислены на основе (5) и (6). Штриховые кривые соответствуют аналитическому выражению (7). Ток через контакт не превышает j_{dp} и становится сравнимым с ним, если константа джозефсоновской связи не мала ($g_\ell \gtrsim 1$), в то время как распаривание вблизи прослойки при отсутствии тока мало ($g_\delta \lesssim 1$). Сравнительно малые отклонения штриховых кривых от сплошных различимы лишь при превышении током значения $\approx 0.7j_{dp}$. С увеличением g_δ критический ток существенно уменьшается. В случае $g_\delta \gtrsim 4$ критический ток при любом значении константы джозефсоновской связи g_ℓ удовлетворяет условию $j_c \ll j_{dp}$, что в обычных планарных контактах (с малым значением $g_\delta \ll 1$) выполняется только в туннельном пределе $g_\ell \ll 1$. Таким образом, при условии $g_\delta^2 \gg 1$ планарные контакты представляют собой слабые связи при любой интенсивности джозефсоновского взаимодействия, т.е. при сколь угодно больших значениях g_ℓ .

Гармонические контакты. Формулу (7) для тока можно разложить в ряд по степеням g_ℓ и получить выражения для возникающих гармоник тока $j = j_{1c} \sin \chi + j_{2c} \sin 2\chi + \dots$, учитывая описываемое параметром g_δ распаривающее действие прослойки. В туннельных контактах ($g_\ell \ll 1$) первая гармоника, $j_1 = j_{1c} \sin \chi$, обычно является доминирующей, а вторая, $j_2 = j_{2c} \sin 2\chi$, представляет малую поправку к

первой ($j_{2c} \ll j_{1c}$), в основном из-за малой прозрачности прослойки. Качественно отличающиеся зависимости первых двух гармоник от разности фаз позволяют идентифицировать их в эксперименте по отдельности. Случаи слабого и сильного распаривающего влияния прослойки можно отличить, если амплитуды первых двух гармоник и ток распаривания j_{dp} известны из эксперимента.

Для первой гармоники тока в первом порядке по g_ℓ имеем

$$j_{1c}^{(1)}(g_\ell, g_\delta) = \frac{3\sqrt{3}}{4} g_\ell \left(\sqrt{g_\delta^2 + 2} - g_\delta \right)^2 j_{dp}. \quad (8)$$

Из (8) следует существенная зависимость амплитуды первой гармоники тока от g_δ , т.е. от плотности конденсата вблизи прослойки.

Члены второго порядка по степеням g_ℓ вносят основной вклад во вторую гармонику, $j_2 = j_{2c} \sin 2\chi$, а также в поправку к первой гармонике (случаи аномальной малости g_ℓ требуют отдельного рассмотрения [5]). С точностью до малых поправок имеет место следующее равенство, содержащее амплитуды j_{2c} , j_{1c} и ток распаривания:

$$j_{2c} j_{dp} = \frac{j_{1c}^2}{3\sqrt{3}(2 + g_\delta^2)} \left(\sqrt{2 + g_\delta^2} + g_\delta \right)^2. \quad (9)$$

Из (8) и (9) следует, что первая гармоника в токе превалирует ($j_{1c} \gg j_{2c}$) при условии $g_\ell \ll \max(1, g_\delta)$. Это условие выполняется не только в туннельных контактах ($g_\ell \ll 1$), но и в контактах с большой джозефсоновской связью ($g_\ell \gtrsim 1$) при наличии сильного распаривающего эффекта, индуцированного прослойкой (см. также ниже обсуждение формулы (13)). Такие контакты мы будем называть гармоническими.

Для контактов с пренебрежимо слабым распариванием ($g_\delta \ll 1$) из (8) и (9) следует

$$j_{2c} j_{dp} = 0.27 j_{1c}^2, \quad j_{2c} = 0.7 g_\ell j_{1c}. \quad (10)$$

Если же распаривание является сильным ($g_\delta^2 \gg 1$), имеем

$$j_{2c} j_{dp} = 0.77 g_\delta j_{1c}^2, \quad j_{2c} = (g_\ell / g_\delta) j_{1c}. \quad (11)$$

В соответствии с (10) и (11) выполнение соотношения $j_{2c} j_{dp} / j_{1c}^2 \gg 1$ свидетельствует о сильном распаривающем эффекте прослойки: $g_\delta \gg 1$. Напротив, величина $j_{2c} j_{dp} / j_{1c}^2 \ll 1$ оказывается заметно меньше единицы при пренебрежимо малом распаривании.

Формулы (8) и (9) применимы при любых значениях g_δ . При условии $g_\delta \ll 1$ выражение (8) сводится

к $j_{c0} \equiv (3\sqrt{3}/2) g_\ell j_{dp}$, что эквивалентно хорошо известной формуле для критического тока в обычных туннельных SIS-контактах изотропных сверхпроводников, где можно полностью пренебречь распаривающим действием границы раздела. В противоположном пределе, $g_\delta^2 \gg 1$, эффекты распаривания сильно подавляют ток: $j_{1c}^{(1)} \approx j_{c0} / (2g_\delta^2) \ll j_{c0}$, что тоже хорошо известно [8–14]. В частности, для критического тока вблизи T_c имеем $j_{1c}^{(1)} \propto T_c - T$ для $|g_\delta| \ll 1$ и $j_{1c}^{(1)} \propto (T_c - T)^2$ для $g_\delta^2 \gg 1$.

При пренебрежимо малом распаривании ($g_\delta \ll 1$) поправка к току второго порядка ($\propto g_\ell^2$) принимает вид $-\sqrt{2} j_{c0} g_\ell [\sin \chi - (1/2) \sin 2\chi]$ в согласии с соответствующими микроскопическими результатами [15, 2] для чистых и грязных туннельных контактов s -сверхпроводников.

Сильное подавление плотности конденсата вблизи прослойки. Большие значения параметров g_δ и g_ℓ приводят к сильному локальному подавлению параметра порядка f_0 на границе раздела по сравнению с его величиной в объеме. При условии $g_\delta^2 \gg 1$ имеем

$$f_0^2 = \frac{1}{2[g_\delta^2 + 4(g_\delta + g_\ell)g_\ell \sin^2 \chi/2]}. \quad (12)$$

Соотношение $f_0^2 \approx 1/(2g_\delta^2) \ll 1$ следует из (12), когда $g_\delta \gg g_\ell$. В случае же $1 \ll g_\delta \ll g_\ell$ возникает существенная зависимость величины f_0 от разности фаз. При малых значениях разности фаз ($|\chi| \ll g_\delta/g_\ell$) соотношение не изменяется: $f_0^2 \approx 1/(2g_\delta^2) \ll 1$, в то время как при условии $g_\delta/g_\ell \ll |\chi| \lesssim \pi$ возникает более сильное подавление: $f_0^2 \approx 1/(8g_\ell^2) \ll 1/(2g_\delta^2) \ll 1$. Зависимость f_0 от разности фаз обусловлена не только вкладом джозефсоновской связи в граничные условия (3), но также и распаривающим действием тока. При $g_\delta^2 \gg 1$ распаривание током существенно вблизи поверхности раздела, в то время как в глубине сверхпроводников оно сравнительно мало.

Подставляя (12) в граничные условия (3), находим $|df/dx|_\pm \sim 1$. Это означает, что с изменением g_ℓ и g_δ параметр порядка на границе раздела f_0 подавляется до такой степени, что выражение в правой части (3) не изменяется по порядку величины. В результате при условии $j_c \ll j_{dp}$ характерным масштабом изменения модуля параметра порядка всегда оказывается длина когерентности ξ , даже в случае большой джозефсоновской связи ($g_\ell \gg 1$).

При значительном подавлении параметра порядка прослойкой $g_\delta^2 \gg 1$ и при произвольных значениях g_ℓ ток через контакт имеет вид

$$j(g_\ell, g_\delta, \chi) = \frac{3\sqrt{3} g_\ell j_{dp} \sin \chi}{4[g_\delta^2 + 4(g_\delta + g_\ell)g_\ell \sin^2 \chi/2]}. \quad (13)$$

Соотношение (13) становится сильно ангармоническим, если $g_\ell^2 \gg g_\delta^2 \gg 1$, в то время как в случае $g_\ell \ll g_\delta$, $g_\delta^2 \gg 1$ первая гармоника у тока доминирует и результат (13) согласуется с (8).

Зависимости тока $\tilde{j}(\chi) = j(\chi)/j_{dp}$ от разности фаз в контактах с выраженным эффектом близости ($g_\delta^2 \gg 1$) для нескольких значений g_ℓ показаны на рис. 3. Кривая 1 отвечает гармоническому контакту,

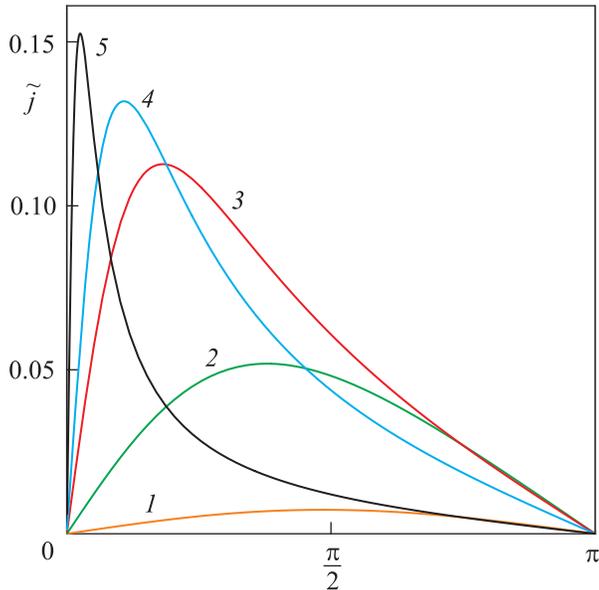


Рис. 3. Зависимость тока $\tilde{j}(\chi)$ от разности фаз при $g_\delta = 4$ для разных значений g_ℓ : 1 – 0.1, 2 – 1, 3 – 5, 4 – 10, 5 – 50

$g_\ell \ll g_\delta$. С ростом g_ℓ степень отклонения соотношения ток–фаза от синусоидальной зависимости растет. Кривая 5 соответствует условию $g_\ell \gg g_\delta$ и демонстрирует сильно ангармоническое поведение тока, для которого характерен узкий пик с шириной $\Gamma \sim g_\delta/g_\ell \ll 1$. Наличие узкого пика в соотношении ток–фаза существенно влияет на магнитные свойства контактов.

Выражение (7) описывает приведенные на рис. 3 зависимости тока от разности фаз практически идеально, как и должно быть в случае $j_c \ll j_{dp}$. Эти кривые хорошо аппроксимируются также и простой формулой (13) с отклонениями, не превышающими нескольких процентов.

Отвечающий выражению (13) критический ток

$$j_c = \frac{3\sqrt{3}g_\ell j_{dp}}{4g_\delta(g_\delta + 2g_\ell)} \quad (14)$$

мал ($j_c \ll j_{dp}$) при любых значениях g_ℓ вследствие интенсивного разрушения куперовских пар вблизи границы раздела при $g_\delta^2 \gg 1$. Для достаточно боль-

ших значений $g_\ell \gg g_\delta$ и при $g_\delta^2 \gg 1$ критический ток в (14) не зависит от g_ℓ . В этом пределе он имеет вид $j_c = (3\sqrt{3}/8g_\delta)j_{dp}$.

Микроскопические оценки для g_ℓ и g_δ . Возможность достижения в эксперименте больших значений параметров g_ℓ и g_δ пока остается неизученной. Однако ряд микроскопических моделей убедительно показывает, что соотношения $g_\delta^2 \gg 1$ и $g_\ell \gg g_\delta$, приводящие к существенно ангармоническому току Джозефсона, могут быть выполнены. Микроскопические выражения для g_ℓ и g_δ вытекают из сравнения (3) с микроскопическими формулами для граничных условий, которым удовлетворяет параметр порядка вблизи критической температуры, либо из сравнения соответствующих результатов для джозефсоновского тока. Так, сопоставляя (8) с формулой Амбегаокара–Баратова [16] для тока в стандартных туннельных контактах s -сверхпроводников через изоляционную прослойку ($g_\delta = 0$) вблизи T_c , находим для грязных контактов $g_\ell = 0.75\bar{\mathcal{D}}\xi(T)/l_{\text{imp}}$, а для чистых контактов $g_\ell = 3\pi^2\bar{\mathcal{D}}\xi(T)/[14\zeta(3)\xi_0] \approx 1.76\bar{\mathcal{D}}\xi(T)/\xi_0$. Здесь l_{imp} есть длина свободного пробега электронов, $\bar{\mathcal{D}}$ – усредненный по углам коэффициент прозрачности, $\xi_0 = \hbar v_F/\pi T_c$, v_F – скорость Ферми. Эти выражения согласуются с полученными много лет назад микроскопическими формулами для граничных условий вблизи T_c для параметра порядка в туннельном пределе [17–19] (см. также [20, 21]). Качественная оценка $g_\ell \sim \bar{\mathcal{D}}\xi(T)(l_{\text{imp}}^{-1} + \xi_0^{-1})$ справедлива не только в туннельном пределе $g_\ell \ll 1$, но и для контактов с умеренной прозрачностью, не очень близкой к единице. В контактах с высокой прозрачностью, для которых $1 - \mathcal{D} \ll 1$, параметр $g_\ell \propto (1 - \mathcal{D})^{-1}$ может принимать большие значения. Это следует из микроскопических результатов для джозефсоновского тока в планарных контактах с тонкими прослойками [2, 17–19, 22] (см. также [3, 23]).

Как видно из приведенных формул, при достаточно малом коэффициенте прозрачности $\bar{\mathcal{D}}$ имеем $g_\ell \ll 1$, что отвечает туннельному пределу и гармоническому току Джозефсона. Однако в грязных контактах g_ℓ чувствительна не только к величине $\bar{\mathcal{D}}$, но также и к отношению $\xi(T)/l_{\text{imp}}$. Последнее может привести к довольно большому g_ℓ не только за счет температурного фактора вблизи T_c , но и вследствие малости l_{imp} по сравнению с соответствующей длиной когерентности при нулевой температуре. В результате в грязных контактах с малой или умеренной прозрачностью g_ℓ может изменяться от крайне малых значений в туннельном пределе до величин заметно превышающих 10^2 и приводящих к существенно ангармоническому поведению джозеф-

соновского тока. В контактах же с высокой прозрачностью g_ℓ может принимать очень большие значения.

Выраженное распаривающее действие границ, которому отвечают большие значения $g_\delta^2 \gg 1$, может возникнуть в различных сверхпроводниках, включая s -сверхпроводники, вблизи границ с нормальными металлами и/или магнетиками [8, 22, 24–27]. В необычных сверхпроводниках существенное распаривание может происходить и около границ сверхпроводник–изолятор и сверхпроводник–вакуум [13, 28–33]. В некоторых случаях (например, по симметричным причинам) параметр порядка может быть практически полностью подавлен на границе. Следовательно, g_δ может принимать очень большие значения.

Сильно ангармонический ток вблизи T_c возникает в микроскопической модели грязных SNS-контактов с тонкой металлической прослойкой, проводимость которой значительно превышает нормальную проводимость сверхпроводящих электродов [22, 3].

3. Глубина проникновения магнитного поля в контакт. Если магнитное поле значительно меньше критических полей сверхпроводников, то его влиянием на джозефсоновский ток как функцию разности фаз $j(\chi)$ можно пренебречь. В то же время собственное поле, создаваемое протекающим через широкий контакт током, связывает магнитное поле $H[\chi(y)]$, плотность тока $j[\chi(y)]$ и пространственно-зависящую разность фаз $\chi(y)$ и оказывает существенное влияние на их пространственные распределения. Для полей, меньших некоторого критического значения $H_{j_{c1}}$, эффект сводится к экранированию магнитного поля и тока в глубине прослойки на характерной длине l_j . В рамках локальной джозефсоновской электродинамики, которая реализуется при условии $l_j \gg \lambda_L$, уравнения, описывающие изменения величин $H[\chi(y)]$, $j[\chi(y)]$ и $\chi(y)$ вдоль границы раздела $x = 0$, хорошо известны [34–36]. Для изображенных на рис. 1 геометрии контакта и ориентации магнитного поля в стационарных условиях имеем

$$\frac{dH(y)}{dy} = \frac{4\pi}{c} j[\chi(y)], \quad \frac{d\chi(y)}{dy} = \frac{2\pi d}{\Phi_0} H(y). \quad (15)$$

Здесь допускается ангармоническая зависимость $j(\chi)$, $\Phi_0 = \pi\hbar c/|e|$ есть квант магнитного потока в сверхпроводнике, а $d = 2\lambda_L$, где пренебрегается малой толщиной прослойки. Для зависящей от координат разности фаз из (15) следует

$$\frac{d^2\chi(y)}{dy^2} - \frac{16\pi^2\lambda_L}{c\Phi_0} j[\chi(y)] = 0. \quad (16)$$

Величина l_j в гармонических контактах. Статистические магнитные свойства гармонических контактов ($g_\ell \ll \max(1, g_\delta)$) описываются хорошо известным уравнением синус–Гордона [34–37]

$$\frac{d^2\chi(y)}{dy^2} = \frac{1}{\lambda_J^2} \sin \chi(y), \quad (17)$$

которое получается при подстановке в (16) соотношения $j = j_c \sin \chi$.

Фигурирующая в уравнении (17) величина λ_J есть, по определению, джозефсоновская глубина проникновения:

$$\lambda_J = \left(\frac{c\Phi_0}{16\pi^2\lambda_L j_c} \right)^{1/2} = \left(\frac{\lambda_L \xi}{g_\ell} \right)^{1/2} \frac{1}{\sqrt{2 + g_\delta^2 - g_\delta}}. \quad (18)$$

Как видно из (18), джозефсоновская глубина λ_J существенно зависит от параметра g_δ , т.е. от интенсивности распаривающего действия прослойки. Напротив, в эффекте Мейсснера глубина проникновения в сверхпроводник сильно второго рода с точностью до поправки $\sim \kappa^{-1}$ [38] оказывается постоянной. Она не зависит от граничных условий (3) для параметра порядка и равна лондоновской глубине λ_L , связанной с плотностью конденсата в объеме сверхпроводника.

В стандартных туннельных контактах, в которых влияние границы раздела на плотность конденсата вблизи нее пренебрежимо мало ($g_\delta \ll 1$), соотношение $\lambda_J \gg \lambda_L$ выполняется вследствие крайне малой величины \bar{D} , а значит, и достаточно малой g_ℓ . Однако хотя условие $\lambda_J \gg \lambda_L$ согласуется с определением “слабой сверхпроводимости”, оно не является ее неотъемлемым свойством. Действительно, слабые связи характеризуются условием $j_c \ll j_{dp}$, а в стандартных туннельных контактах соотношение $\lambda_J \gg \lambda_L$ эквивалентно соотношению $j_c^{1/2} \ll (j_{dp}/\kappa)^{1/2}$, где κ – ГЛ-параметр. Для сверхпроводников сильно второго рода $\kappa \gg 1$ последнее соотношение для критического тока оказывается более ограничительным, чем условие слабости связи $j_c \ll j_{dp}$. Следовательно, стандартные результаты применимы к туннельным контактам только при выполнении условия $j_c^{1/2} \ll (j_{dp}/\kappa)^{1/2}$. В противоположном случае, $j_c^{1/2} \gtrsim (j_{dp}/\kappa)^{1/2}$, $j_c \ll j_{dp}$, который приводит к выполнению соотношения $\lambda_J \lesssim \lambda_L$ для слабых связей, электродинамика туннельных контактов приобретает нелокальный характер [39, 40]. Недавно нелокальность обсуждаемого типа была идентифицирована экспериментально в планарных контактах с тонкими сверхпроводящими электродами [41], где нелокальные эффекты прослеживаются легче, чем в случае толстых электродов.

В то время как характерная длина (18) уменьшается $\propto g_\ell^{-1/2}$ с ростом константы джозефсоновской связи и становится сравнимой с λ_L при значении $g_\ell^{1/2} \sim \kappa^{-1/2} \ll 1$, которое в сверхпроводниках сильно второго рода еще может быть мало, λ_J увеличивается с ростом g_δ . Для контактов с интенсивным разрушением пар вблизи прослойки $g_\delta^2 \gg 1$ из (18) находим $\lambda_J \approx (\lambda_L \xi / g_\ell)^{1/2} g_\delta$. В этом случае λ_J значительно превышает λ_L при условии $g_\ell^{1/2} \ll g_\delta \kappa^{-1/2}$, которое выполняется и для больших значений $g_\ell \gtrsim 1$, если $g_\delta \gg \kappa^{1/2}$. Таким образом, при наличии достаточно интенсивного распаривания вблизи прослойки локальная электродинамика оказывается применимой к описанию гармонических контактов с большой джозефсоновской связью.

Комбинация результатов, применимых к существенно нелокальному режиму $\lambda_J \ll \lambda_L$ [39], с соотношением (18), в котором учитывается эффект распаривания прослойкой, приводит к следующему характерному размеру изолированного джозефсоновского вихря вдоль оси y :

$$\frac{\lambda_J^2}{\lambda_L} = \frac{\xi}{g_\ell (\sqrt{g_\delta^2 + 2} - g_\delta)^2}. \quad (19)$$

В дальнейшем мы везде будем рассматривать контакты сверхпроводников сильно второго рода и предполагать выполненным соотношение $\lambda_J \gg \lambda_L$, обеспечивающее применимость локальной теории. Для проведения количественного описания рассмотрим контакт Феррелла и Пранге [34, 36], занимающий полупространство $y > 0$, $L_y \rightarrow \infty$ (см. рис. 1). Пусть магнитное поле полностью экранировано в глубине плоскости контакта ($x = 0$, $y \rightarrow \infty$) и плотность сверхпроводящего тока там равна нулю. При этом магнитный поток Φ через контакт мы считаем не превышающим половины кванта потока: $|\Phi| \leq 0.5\Phi_0$. Известно, что в случае $\Phi = 0.5\Phi_0$ магнитное поле H_0 на краю контакта ($y = 0$) достигает максимально возможного значения, для которого еще существует монотонно спадающее с увеличением y решение, отвечающее обычному экранированию поля без предвестников возникновения джозефсоновского вихря. При $\Phi = 0.5\Phi_0$ экранирование оказывается метастабильным, поскольку поле при этом превышает нижнее критическое поле H_{jc1} [35, 42]. В то же время пространственное поведение величин $H[\chi(y)]$, $j[\chi(y)]$ и $\chi(y)$, контролируемое джозефсоновским экранированием, в случае $\Phi = 0.5\Phi_0$ полностью совпадает с тем, которое реализуется в половине изолированного в глубине контакта джозефсоновского вихря с одним квантом потока Φ_0 . При этом

магнитное поле в центре джозефсоновского вихря совпадает с магнитным полем H_0 на краю контакта. Последнее означает, что при $\Phi = 0.5\Phi_0$ глубина проникновения $l_j(\Phi_0/2)$ одновременно представляет собой характерный размер l_{jv} изолированного вихря, а точнее его эффективную полуширину вдоль оси y .

Поскольку пространственный профиль магнитного поля $H(y)$ в прослойке ($x = 0$, $y > 0$) может существенно отклоняться от экспоненциальной зависимости, для количественного описания глубины проникновения поля в контакт l_j будем использовать равенство $\int_0^{+\infty} H(y) dy = l_j H(0)$, которое полностью соответствует стандартному определению глубины проникновения магнитного поля в металлы и сверхпроводники [43, 42]. Здесь $H(0)$ есть магнитное поле на краю плоскости контакта ($y = 0$), а l_j определяет характерный размер прилегающей к краю области, где в основном локализованы магнитное поле и сверхпроводящий ток. После подстановки в это определение найденного в [34] выражения для $H(y)$, отвечающего точному решению уравнения (17) и удовлетворяющего требуемым условиям в глубине и на границе контакта, можно провести интегрирование по y . В результате находим аналитическое выражение для глубины проникновения l_j как функции магнитного потока:

$$l_j^{-1}(\Phi) = \lambda_J^{-1} \frac{\sin(\pi\Phi/\Phi_0)}{\pi\Phi/\Phi_0}, \quad |\Phi| \leq \frac{1}{2}\Phi_0. \quad (20)$$

Аналогичная зависимость для полного тока через контакт имеет вид

$$I = -\frac{cL_z\Phi_0}{8\pi^2\lambda_J\lambda_L} \sin \frac{\pi\Phi}{\Phi_0}. \quad (21)$$

Магнитное поле $H(0)$ на краю контакта и полный ток I связаны соотношением $H(0) = -(4\pi/cL_z)I$.

Согласно (20) $l_j(\Phi)$ возрастает с увеличением магнитного потока в интервале $|\Phi| \leq 0.5\Phi_0$. В области слабых полей $\pi|\Phi| \ll \Phi_0$ имеем $l_j(\Phi) \approx l_{j0} = \lambda_J$, в то время как $l_j(\Phi_0/2) \equiv l_{jv} = \frac{\pi}{2}\lambda_J$, когда через контакт проходит половина кванта потока. Здесь глубина проникновения l_{j0} в слабых полях и характерный размер l_{jv} джозефсоновского вихря оказываются величинами одного порядка ($\sim \lambda_J$). Хотя количественное отличие между l_{j0} и l_{jv} вполне заметно, оно не является значительным.

Величина l_j в контактах с ангармоническим соотношением ток-фаза. Основное выражение, позволяющее вычислить в рамках локальной электродинамики глубину проникновения магнитного поля в

контакт Феррелла и Пранге, в случае ангармонического соотношения ток–фаза имеет вид [7]

$$l_j(\Phi) = \left[\frac{8\lambda_L\Phi_0}{c\Phi^2} \int_0^{2\pi\Phi/\Phi_0} j(\chi)d\chi \right]^{-1/2}. \quad (22)$$

Здесь дополнительно учтено, что плотность джозефсоновского тока $j(\chi)$ есть нечетная функция χ .

Формула (22) выражает зависящую от магнитного потока глубину проникновения поля в контакт через зависимость тока от разности фаз при отсутствии магнитного поля. Таким образом, величину $l_j(\Phi)$ можно вычислить, используя соотношения (5)–(7), (13) для ангармонической зависимости $j(\chi)$. В случае гармонических контактов подстановка в (22) выражения $j = j_c \sin \chi$ приводит к (20). Формула (20) остается применимой и к ангармоническим контактам, если приложенное магнитное поле и ток через контакт достаточно малы и допускают линеаризацию соотношения ток–фаза при решении задачи $j \approx j'_0\chi$, $j'_0 = [dj(\chi)/d\chi]_{\chi=0}$. Тогда интегрирование в (22) приводит к глубине проникновения $l_{j0} = (c\Phi_0/16\pi^2\lambda_L j'_0)^{1/2}$. Хотя величина j'_0 в общем случае не совпадает с j_c для ангармонического контакта, это справедливо для гармонического случая. С этой оговоркой полученное выражение для глубины проникновения l_{j0} в слабом поле совпадает с λ_J .

Аналитическое выражение для зависящей от магнитного потока глубины проникновения в контакт $l_j(\Phi)$ в области $|\Phi| \leq 0.5\Phi_0$ можно найти исходя из (22) и соотношения ток–фаза (13), которое применимо при условии сильного распаривающего эффекта прослойки ($g_\delta^2 \gg 1$) при любых значениях g_ℓ :

$$l_j(\Phi, g_\ell, g_\delta) = \frac{2(\pi|\Phi|/\Phi_0)\sqrt{(g_\delta + g_\ell)\lambda_L\xi}}{\ln^{1/2} \left[1 + \frac{4g_\ell(g_\delta + g_\ell)}{g_\delta^2} \sin^2 \frac{\pi\Phi}{\Phi_0} \right]}. \quad (23)$$

Для достаточно слабого магнитного поля и/или в туннельном пределе выполняется условие $4g_\ell(g_\delta + g_\ell)\sin^2(\pi\Phi/\Phi_0) \ll g_\delta^2$. При этом выражение (23) сводится к (20) с определенной в (18) джозефсоновской глубиной проникновения λ_J , где следует учесть $g_\delta^2 \gg 1$. С возрастанием магнитного поля величина (23) монотонно увеличивается, изменяясь от значения $l_{j0} = g_\delta(\lambda_L\xi/g_\ell)^{1/2}$ в слабых полях до максимальной величины

$$l_{jv}(g_\ell, g_\delta) = \frac{\pi\sqrt{(g_\delta + g_\ell)\lambda_L\xi}}{\ln^{1/2} \left[1 + \frac{4g_\ell(g_\delta + g_\ell)}{g_\delta^2} \right]}, \quad (24)$$

которая достигается при прохождении через контакт половины кванта потока.

В режиме сильной ангармоничности тока $j(\chi)$ возникает существенная зависимость глубины проникновения $l_j(\Phi)$ от магнитного потока, приводящая к соотношению $l_{jv} \gg l_{j0}$. Соответствующее количественное условие вытекает из (24) при $g_\ell \gg g_\delta$:

$$l_{jv} \approx \frac{g_\ell}{g_\delta} \frac{\pi}{\sqrt{2}\ln^{1/2} \frac{2g_\ell}{g_\delta}} l_{j0} \gg l_{j0}. \quad (25)$$

Значения l_{jv} , существенно превышающие l_{j0} , возникают с изменением g_ℓ и g_δ вследствие зависимости от этих параметров интеграла $\int_0^\pi j(\chi)d\chi$, который входит в правую часть соотношения (22) при $\Phi = 0.5\Phi_0$. Для гармонического тока $\int_0^\pi j(\chi)d\chi = 2j_c$. Это приводит к равенству $l_{jv} = \frac{\pi}{2}l_{j0}$. В сильно ангармоническом режиме ($g_\ell \gg g_\delta$, $g_\delta^2 \gg 1$) джозефсоновский ток $j(\chi)$ согласно (5)–(7) мал вне узкого пика в окрестности $\chi = \chi_c$ с шириной $\Gamma \sim g_\delta/g_\ell \ll 1$ (см. также рис.3). Поскольку критический ток j_c задается высотой пика, $j_c = j(\chi_c)$, получаем качественную оценку $\int_0^\pi j(\chi)d\chi \sim \Gamma j_c \ll j_c$. В соответствии с (22) последнее неравенство приводит к неравенству $l_{jv} \gg l_{j0}$.

Ключевую роль в описанном поведении $j(\chi)$ и $l_j(\Phi)$ играет обсуждавшийся выше эффект близости. Если $g_\ell \ll g_\delta$, $g_\delta^2 \gg 1$, то согласно (12) с увеличением g_ℓ параметр порядка на границе почти не меняется, ток Джозефсона (13) растет, а глубина проникновения (23), (24) уменьшается. Однако при выполнении условий $g_\ell \gg g_\delta$, $g_\delta^2 \gg 1$ плотность куперовских пар на границе раздела становится существенно зависящей от разности фаз и в соответствии с (12) уменьшается с ростом g_ℓ в широкой области значений χ . При этом уменьшается и интеграл $\int_0^\pi j(\chi)d\chi$, хотя критический ток (14) почти не изменяется.

Необычные магнитные свойства планарных контактов, возникающие в условиях сильного проявления ангармонических эффектов ($g_\ell \gg g_\delta$, $g_\delta^2 \gg 1$), были найдены при дополнительном предположении о применимости локальной джозефсоновской электродинамики. Вследствие монотонного возрастания $l_j(\Phi)$ с увеличением магнитного поля выполнение условия $l_J \gg \lambda_L$ в слабом поле (которое в этом случае эквивалентно $\kappa^{1/2}g_\ell^{1/2} \ll g_\delta$) обеспечивает справедливость соотношения $l_j(\Phi) \gg \lambda_L$ во всей области $|\Phi| \leq 0.5\Phi_0$. Объединение полученного ограничения с условиями сильной ангармоничности контактов приводит к соотношениям $\kappa^{1/2}g_\ell^{1/2} \ll g_\delta \ll g_\ell$, $g_\delta^2 \gg 1$. Для $\kappa \gg 1$ данные условия удовлетворяются только при очень больших значениях $g_\ell \gtrsim 10^4$,

достижение которых в эксперименте проблематично. Поскольку $l_{jv} \gg l_J$, значительно более слабые ограничения имеют место при описании джозефсоновского вихря. Условие $l_{jv} \gg \lambda_L$ приводит к соотношению $g_\ell^{1/2} \gg \kappa^{1/2}$, не слишком ограничительному для контактов с сильной ангармоничностью, в которых должно также быть $g_\delta^2 \gg 1$, $g_\ell \gg g_\delta$.

Для джозефсоновского вихря удобно ввести характерную безразмерную длину $\tilde{l}_{jv}(g_\ell, g_\delta) = l_{jv}/\sqrt{\lambda_L \xi}$. В соответствии с (24) она полностью определяется двумя параметрами, g_ℓ и g_δ . Величина \tilde{l}_{jv} как функция g_ℓ для разных значений g_δ показана на рис. 4. Численные результаты были получены

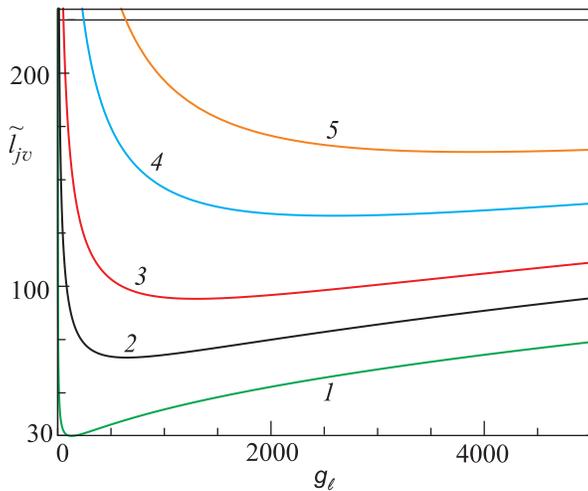


Рис. 4. Безразмерная длина джозефсоновского вихря \tilde{l}_{jv} как функция g_ℓ при разных значениях $g_\delta \gg 1$: 1 – 100, 2 – 500, 3 – 1000, 4 – 2000, 5 – 3000

путем расчета $j(\chi)$ по точным формулам (5), (6) ГЛ-теории и использования этой величины для вычисления глубины проникновения при $\Phi = 0.5\Phi_0$ с помощью (22). Все кривые на рис. 4 с высокой точностью аппроксимируются выражением (24). Величина l_{jv} как функция g_ℓ проявляет немонотонное поведение. В условиях $g_\ell \ll g_\delta$, которым удовлетворяют гармонические контакты, глубина проникновения поля в контакт уменьшается с ростом g_ℓ как $l_j \propto g_\ell^{-1/2}$ (см. (18)). При достижении параметром g_ℓ значений $g_\ell \gg g_\delta$, т.е. в сильно ангармонических контактах, фигурирующий в формуле (22) интеграл уменьшается с ростом g_ℓ , как это уже обсуждалось выше. В результате в области $g_\ell \gg g_\delta$, $g_\delta^2 \gg 1$ глубина проникновения (23) (и, в частности, (24)) сравнительно медленно возрастает с ростом g_ℓ . В соответствии с (24) минимум величины $l_{jv}(g_\ell, g_\delta)$ как функции g_ℓ при фиксированном g_δ находится при $g_\ell^2 \sim g_\delta^2 \gg 1$. В качестве примера укажем

минимумы и их положения для кривых 1 и 2 на рис. 4: $l_{jv, \min}(g_\delta = 100) \approx 29.7675$ при $g_\ell \approx 129.562$ и $l_{jv, \min}(g_\delta = 500) \approx 66.5611$ при $g_\ell \approx 647.781$.

После представления условия $l_{jv}(g_\ell, g_\delta) \gg \lambda_L$ как $\tilde{l}_{jv}(g_\ell, g_\delta) \gg \sqrt{\kappa}$ видно, что область применимости полученных в рамках локальной теории и приведенных на рис. 4 результатов зависит от ГЛ-параметра $\kappa \gg 1$. Все кривые на рис. 4 удовлетворяют условию $\tilde{l}_{jv}(g_\ell, g_\delta) \geq 30 \gg 3$. Следовательно, они применимы к частному случаю сверхпроводников с $\kappa = 10$. Если же $\kappa = 100$, то в показанной на рисунке области g_ℓ значительная часть кривой 1 не удовлетворяет условию $\tilde{l}_{jv}(g_\ell, g_\delta) \gg 10$. При этом все другие кривые остаются полностью применимыми.

С увеличением параметра g_δ критический ток j_c и интеграл $\int_0^\pi j(\chi) d\chi$ уменьшаются при любом соотношении между g_δ и g_ℓ . По этой причине и в соответствии с (22) и (23) глубина проникновения поля в контакт монотонно возрастает с увеличением g_δ при фиксированных значениях Φ и g_ℓ .

4. Модуляция тока магнитным полем в узких контактах. В узких контактах ($L_y \ll l_j$) создаваемое джозефсоновским током магнитное поле мало и им, как правило, можно пренебречь. При этом магнитное поле в прослойке с хорошей точностью не зависит от y на масштабе L_y . Оно связано с внешними удаленными источниками, а при $x \neq 0$, также и с мейсснеровским экранированием. Отсутствие зависимости поля от y снимает вопрос о возможной нелокальности рассматриваемых соотношений по y . В связи с этим соотношение между L_y и λ_L несущественно. В данных условиях в первом из уравнений (15) можно пренебречь джозефсоновским током. Из второго уравнения (15) следует, что если взятое при $x = 0$ магнитное поле в его правой части не зависит от y , то разность фаз является линейной функцией y : $\chi(y) = \chi + 2\pi(y/L_y)(\Phi/\Phi_0)$, где $\Phi = 2\lambda_L L_y H$.

Подстановка этой разности фаз в выражение для плотности джозефсоновского тока $j[\chi(y)]$ приводит к модуляции тока в пространстве. Поскольку измеряется полный ток через контакт, проинтегрируем пространственно-модулированную плотность сверхпроводящего тока по площади границы раздела:

$$I = L_z \int_{-L_y/2}^{L_y/2} j\left(\chi + \frac{2\pi y \Phi}{L_y \Phi_0}\right) dy = \frac{\Phi_0 S}{2\pi \Phi} \int_{\varphi_-}^{\varphi_+} j(\varphi) d\varphi. \quad (26)$$

Здесь $\varphi_\pm = \chi \pm \pi(\Phi/\Phi_0)$, S – площадь прямоугольного контакта, границы которого на оси y предполагаются расположенными при $\pm L_y/2$.

В результате пространственная модуляция $j[\chi(y)]$ трансформируется в модуляционную зависимость

полного тока от приложенного магнитного поля. В контактах с гармонической зависимостью тока от разности фаз, $j(\phi) = j_c \sin \phi$, интеграл в (26) легко берется, что для критического тока приводит к обычной фраунгоферовской зависимости от магнитного потока: $I_c = I_{c0} \sin(\pi\Phi/\Phi_0)/(\pi\Phi/\Phi_0)$. Искажения фраунгоферовской картинки обычно связывают с неоднородностями или с отклонениями от прямоугольной формы границы раздела [36, 42], а также с присутствием $0-\pi$ -переходов [44–46].

Если выполняется условие $g_\delta^2 \gg 1$, при котором прослойка приводит к сильному распаривающему эффекту, то ангармонический ток описывается выражением (13) и результат интегрирования в (26) есть [6]

$$I(\chi, \Phi) = j_{dp} \frac{\Phi_0}{\pi\Phi} \frac{3\sqrt{3}}{16(g_\delta + g_\ell)} \times \ln \left[1 + \frac{2 \sin \chi \sin \left(\frac{\pi\Phi}{\Phi_0} \right)}{\frac{g_\delta^2}{2(g_\delta + g_\ell)g_\ell} + 2 \sin^2 \left(\frac{\chi}{2} - \frac{\pi\Phi}{2\Phi_0} \right)} \right]. \quad (27)$$

Соответствующий критический ток имеет вид

$$I_c = \frac{3\sqrt{3}j_{dp}\Phi_0}{16\pi|\Phi|(g_\delta + g_\ell)} \ln \left[1 + \frac{2A}{\sqrt{A^2 + g_\delta^2(g_\delta + 2g_\ell)^2} - A} \right], \quad (28)$$

где $A = 2(g_\delta + g_\ell)g_\ell \left| \sin \left(\frac{\pi\Phi}{\Phi_0} \right) \right|$.

Аналитическое выражение (28) согласуется с найденной численно и показанной на рис. 5 зависимостью критического тока от магнитного потока. Характерная особенность нефраунгоферовского поведения критического тока возникает в случае $g_\ell \gg g_\delta$ и $g_\delta^2 \gg 1$. Она состоит в сужении пика при нулевом поле с увеличением g_ℓ . Как следует из (28), в этих условиях полуширина пика на половине его высоты мала и приближенно описывается как $(\Delta\Phi/\Phi_0) \approx 1.35g_\delta/g_\ell \ll 1$. При этом локальные максимумы критического тока при конечных значениях магнитного потока существенно подавлены по сравнению с фраунгоферовской зависимостью в меру того же малого параметра $g_\delta/g_\ell \ll 1$ и с точностью до логарифмического фактора. Чем больше джозефсоновская связь, тем сильнее подавление критического тока магнитным полем в каждом из интервалов $n\Phi_0 < \Phi < (n+1)\Phi_0$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$). В противоположном случае, $g_\ell/g_\delta \ll 1$, когда первая гармоника в соотношении ток–фаза оказывается доминирующей, зависимость критического тока от магнитного потока через контакт близка к

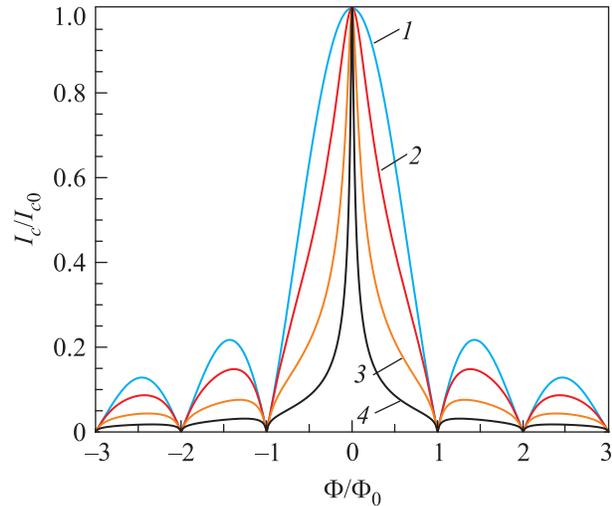


Рис. 5. Зависимость нормированного критического тока I_c/I_{c0} от магнитного потока при $g_\delta = 100$ для разных величин константы джозефсоновской связи g_ℓ : 1 – 0.01, 2 – 200, 3 – 800, 4 – 3000 (I_{c0} есть критический ток в нулевом поле для соответствующих контактов)

фраунгоферовской (кривая 1 на рис. 5). При этом величина $\Delta\Phi/\Phi_0$ слабо зависит от g_ℓ и близка к соответствующему постоянному значению ≈ 0.6 .

Поскольку в контактах с сильным ангармонизмом величина l_j существенно зависит от магнитного поля, зависящим от величины поля, вообще говоря, оказывается и условие $L_y \ll l_j$. Выше предполагалось $L_y \ll l_{j0}$. Одна из альтернативных возможностей состоит в выполнении условия $L_y \ll l_{jv}$, в то время как в слабом поле $L_y \gtrsim l_{j0}$.

5. Пространственная структура джозефсоновского вихря. В гармонических контактах пространственная структура изолированного вихря характеризуется одним масштабом $y \sim \lambda_J$. В сильно ангармонических контактах пространственные распределения величин $\chi(y)$, $H[\chi(y)]$ и $j[\chi(y)]$ содержат две характерные длины при фиксированном значении приложенного магнитного поля. Меньшая из двух длин задается конкретной формой ангармонического соотношения ток–фаза, а большей является глубина проникновения магнитного поля в контакт $l_j(\Phi)$. Поскольку в режиме сильной ангармоничности джозефсоновский ток (13) как функция χ имеет выраженный узкий пик с высотой $j_c = j(\chi_c)$, ток $j[\chi(y)]$ резко изменяется с изменением y в узкой области около y_c , где разность фаз $\chi(y)$ проходит через окрестность пика $\chi(y_c) = \chi_c$. В этой малой окрестности y_c протекает значительная часть полного тока, а величины $H(y)$ и $d\chi(y)/dy$ сравнительно быстро изменяют свое поведение. Вследствие малого значения

тока вне области пика в существенно ангармонических контактах $d\chi(y)/dy$ практически постоянна, а $\chi(y)$ проявляет почти линейную зависимость от y на масштабе $\sim l_j(\Phi)$.

Пространственное распределение плотности сверхпроводящего тока $j(\tilde{y})$ в изолированном джозефсоновском вихре, найденное в рамках локальной джозефсоновской электродинамики, изображено на рис. 6. Здесь $\tilde{y} = y/l_{jv}$ и центр вихря взят при $y = 0$.

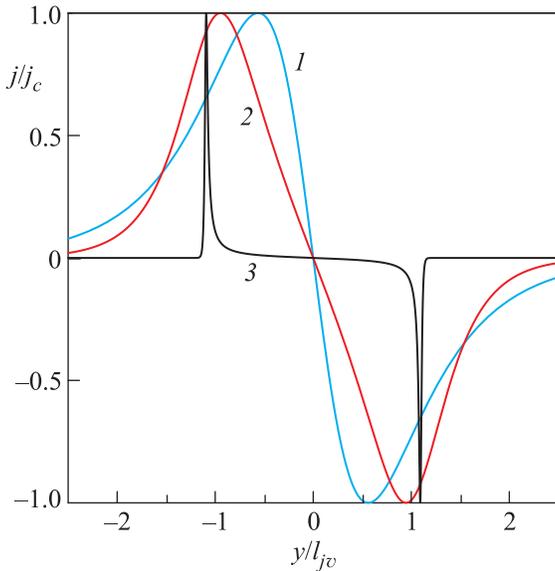


Рис. 6. Пространственный профиль плотности тока $j(\tilde{y})$, нормированной на величину критического тока j_c , в джозефсоновском вихре в контактах с $g_\delta = 10^2$ при разных значениях g_ℓ : 1 – $g_\ell \ll 1$ (малая джозефсоновская связь), 2 – $g_\ell = 10^2$, 3 – 10^4

Все полученные профили тока демонстрируют, что характерный размер джозефсоновского вихря есть l_{jv} . Даже для гармонических контактов можно различить сравнительно малую разницу между λ_J и $l_{jv} = \frac{\pi}{2}\lambda_J$. Кривая 1 описывает поведение плотности тока в гармонических контактах с сильным ослаблением плотности конденсата вблизи прослойки. Аналогичный пространственный профиль формируется и в стандартных туннельных контактах. Сильно ангармоническому соотношению ток–фаза отвечает кривая 3. В соответствии со сказанным выше, в этом случае сверхпроводящий ток протекает лишь в узкой области, составляющей малую часть джозефсоновского вихря. В противоположность этому кривая 1 характеризуется единственным характерным масштабом l_{jv} и плавно изменяется на всем своем протяжении. Кривая 2 демонстрирует промежуточный характер поведения.

Можно показать, что нижнее критическое поле контакта H_{jc1} является немонотонной функцией g_ℓ . В гармоническом режиме ($g_\ell \ll g_\delta$) поле H_{jc1} растет с ростом g_ℓ и уменьшается с ростом g_δ как $H_{jc1} = 2\Phi_0/(\pi^2\lambda_J2\lambda_L) \propto g_\ell^{1/2}g_\delta^{-1}$. Подобное уменьшение с ростом g_ℓ при выполнении условий $g_\ell \gg g_\delta \gg 1$ появляется по тем же причинам, по которым размер вихря на рис. 4 начинает расти. При этом условии $H_{jc1} \ll H_{c1}$ оказывается в значительной мере близким к выполнению сильного неравенства $l_{jv} \gg \lambda_L$, которое определяет применимость локальной теории к описанию структуры джозефсоновского вихря. Здесь H_{c1} есть нижнее критическое поле массивного сверхпроводника сильно второго рода без слабых связей.

6. Заключение. В настоящей работе были представлены результаты самосогласованного описания ангармонического тока Джозефсона в планарных контактах вблизи T_c с учетом индуцированных прослойкой и током эффектов распаривания. Показано, что в рамках ГЛ-теории соотношение ток–фаза в рассматриваемых контактах контролируется двумя параметрами: g_ℓ и g_δ . Оценка величины g_δ в гармонических контактах может быть проведена, если амплитуды первой и второй гармоник и ток распаривания известны из эксперимента. Сильно ангармоническое соотношение ток–фаза в случае планарных слабых связей вблизи T_c свидетельствует о высокой прозрачности контакта и о наличии значительного эффекта распаривания вблизи прослойки. В случае сравнительно узких сильно ангармонических контактов центральный интерференционный пик модулированного магнитным полем тока существенно сужен, а высоты “холмов” при конечных значениях магнитного потока подавлены. В сильно ангармонических широких контактах размер джозефсоновского вихря значительно превышает глубину проникновения слабого поля в контакт. Для таких контактов предсказан узкий пик в пространственном профиле плотности тока в изолированном джозефсоновском вихре.

1. K. K. Likharev, Rev. Mod. Phys. **51**, 101 (1979).
2. M. Y. Kupriyanov, Pis'ma v ZhETF **56**, 414 (1992) [JETP Lett. **56**, 399 (1992)].
3. A. A. Golubov, M. Y. Kupriyanov, and E. Il'ichev, Rev. Mod. Phys. **76**, 411 (2004).
4. Yu. S. Barash, Phys. Rev. B **85**, 100503 (2012).
5. Yu. S. Barash, Phys. Rev. B **85**, 174529 (2012).
6. Yu. S. Barash, Phys. Rev. B **86**, 144502 (2012).
7. Yu. S. Barash, Phys. Rev. B **89**, 174516 (2014).
8. P. G. de Gennes, *Superconductivity of Metals and Alloys*, Addison Wesley, Reading, MA (1966).

9. V. B. Geshkenbein and A. I. Larkin, Pis'ma v ZhETF **43**, 306 (1986) [JETP Lett. **43**, 395 (1986)].
10. G. Deutscher and K. A. Müller, Phys. Rev. Lett. **59**, 1745 (1987).
11. S.-K. Yip, O. F. De Alcantara Bonfim, and P. Kumar, Phys. Rev. B **41**, 11214 (1990).
12. M. Sigrist and K. Ueda, Rev. Mod. Phys. **63**, 239 (1991).
13. Y. S. Barash, A. V. Galaktionov, and A. D. Zaikin, Phys. Rev. B **52**, 665 (1995).
14. V. P. Mineev and K. V. Samokhin, *Introduction to Unconventional Superconductivity*, Gordon & Breach, N.Y. (1999).
15. T. N. Antsygina and A. V. Svidzinskii, Teor. Mat. Fiz. **14**, 412 (1973) [Theor. Math. Phys. **14**, 306 (1973)].
16. V. Ambegaokar and A. Baratoff, Phys. Rev. Lett. **10**, 486 (1963); **11**, 104 (1963).
17. V. P. Galaiko, A. V. Svidzinskii, and V. A. Slyusarev, ZhETF **56**, 835 (1969) [Sov. Phys. JETP **29**, 454 (1969)].
18. E. N. Bratus' and A. V. Svidzinskii, Teor. Mat. Fiz. **30**, 239 (1977) [Theor. Math. Phys. **30**, 153 (1977)].
19. A. V. Svidzinskii, *Spatially Inhomogeneous Problems in the Theory of Superconductivity*, Nauka, Moscow (1982).
20. E. V. Bezuglyi, E. N. Bratus', and V. P. Galaiko, Low Temp. Phys. **25**, 167 (1999).
21. E. V. Bezuglyi, A. S. Vasenko, V. S. Shumeiko, and G. Wendin, Phys. Rev. B **72**, 014501 (2005).
22. Z. G. Ivanov, M. Y. Kupriyanov, K. K. Likharev, S. V. Meriakri, and O. V. Snigirev, Fiz. Nizk. Temp. **7**, 560 (1981) [Sov. J. Low Temp. Phys. **7**, 274 (1981)].
23. V. B. Geshkenbein, ZhETF **94**, 368 (1988) [Sov. Phys. JETP **67**, 2166 (1988)].
24. P. G. de Gennes, Rev. Mod. Phys. **36**, 225 (1964).
25. R. O. Zaitsev, ZhETF **48**, 1759 (1965) [Sov. Phys. JETP **21**, 1178 (1965)].
26. T. Tokuyasu, J. A. Sauls, and D. Rainer, Phys. Rev. B **38**, 8823 (1988).
27. A. Cottet, D. Huertas-Hernando, W. Belzig, and Y. V. Nazarov, Phys. Rev. B **80**, 184511 (2009).
28. L. J. Buchholtz and G. Zwicknagl, Phys. Rev. B **23**, 5788 (1981).
29. M. Matsumoto and H. Shiba, J. Phys. Soc. Jpn. **64**, 1703 (1995); **64**, 3384 (1995); **64**, 4867 (1995); **65**, 2194 (1996).
30. Y. Nagato and K. Nagai, Phys. Rev. B **51**, 16254 (1995).
31. L. J. Buchholtz, M. Palumbo, D. Rainer, and J. A. Sauls, J. Low Temp. Phys. **101**, 1079 (1995); **101**, 1099 (1995).
32. M. Alber, B. Bäuml, R. Ernst, D. Kienle, A. Kopf, and M. Rouchal, Phys. Rev. B **53**, 5863 (1996).
33. D. F. Agterberg, J. Phys. Cond. Matt. **9**, 7435 (1997).
34. R. A. Ferrell and R. E. Prange, Phys. Rev. Lett. **10**, 479 (1963).
35. B. D. Josephson, Adv. Phys. **14**, 419 (1965).
36. A. Barone and G. Paterno, *Physics and Applications of the Josephson Effect*, John Wiley&Sons, N.Y. (1982).
37. C. S. Owen and D. J. Scalapino, Phys. Rev. **164**, 538 (1967).
38. Yu. S. Barash, J. Phys.: Cond. Matt. **26**, 045702 (2014).
39. A. Gurevich, Phys. Rev. B **46**, 3187 (1992).
40. Y. M. Aliev, V. P. Silin, and S. A. Uryupin, Sverkhprovodimost'(KIAE) **5**, 230 (1992) [Superconductivity **5**, 228 (1992)].
41. A. A. Boris, A. Rydh, T. Golod, H. Motzkau, A. M. Klushin, and V. M. Krasnov, Phys. Rev. Lett. **111**, 117002 (2013).
42. M. Tinkham, *Introduction to Superconductivity*, 2nd ed., McGraw-Hill, N.Y. (1996).
43. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Electrodynamics of Continuous Media*, 2nd ed., Pergamon, Oxford (1984).
44. S. M. Frolov, D. J. Van Harlingen, V. V. Bolginov, V. A. Oboznov, and V. V. Ryazanov, Phys. Rev. B **74**, 020503 (2006).
45. M. Kemmler, M. Weides, M. Weiler, M. Opel, S. T. B. Goennenwein, A. S. Vasenko, A. A. Golubov, H. Kohlstedt, D. Koelle, R. Kleiner, and E. Goldobin, Phys. Rev. B **81**, 054522 (2010).
46. M. Alidoust, G. Sewell, and J. Linder, Phys. Rev. Lett. **108**, 037001 (2012).