Письма в ЖЭТФ, том 100, вып. 4, с. 288 – 290 © 2014 г. 25 августа

Плазменные колебания безмассовых дираковских электронов в плоской сверхрешетке

А. В. Чаплик[1)]

Институт физики полупроводников им. Ржанова СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия

Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 23 июля 2014 г.

В приближении слабой связи рассчитан спектр плазменных колебаний в латеральной сверхрешетке безмассовых дираковских электронов. Найдена интенсивность поглощения электромагнитных волн плазмонами сверхрешетки на частотах вблизи краев запрещенных зон.

DOI: 10.7868/S0370274X14160097

Появление в физике твердого тела графена и топологических изоляторов вызвало интерес к исследованию коллективных колебаний ансамбля заряженных частиц с линейным законом дисперсии. Пространственно однородные системы таких частиц различных размерностей характеризуются спектром плазменных колебаний, который в плане зависимости частоты от волнового числа совпадает с таковым для "обычных" электронов с параболическим законом дисперсии, но качественно отличается от него по зависимости частоты плазмона от плотности частиц. Соответствующие формулы получены Дас Сармой и Хуангом [1]. В той же работе авторы рассмотрели плазменные волны в многослойных и латеральных сверхрешетках безмассовых электронов, используя хорошо известную модель Вишера–Фаликова [2]. В данной модели отдельные слои многослойной сверхрешетки или нити латеральной связаны электрическими полями, но туннельные переходы между ними игнорируются. Это означает, что элементы сверхрешеток являются строго одно- или двумерными, т.е. в спектре поперечного движения частиц учитывается лишь один (нижайший) уровень размерного квантования. Электростатическая связь размывает этот уровень в зону, и плазмонный спектр описывается продольным импульсом $\mathbf{k}$ (двумерным или одномерным) и всегда одномерным поперечным квазиимпульсом q. Возникает картина, полностью аналогичная приближению сильной связи в теории зонной структуры кристаллов.

Целью настоящей заметки является рассмотрение на примере латеральной сверхрешетки противоположного предельного случая, аналогичного приближению слабой связи: равновесная плотность дираковской плазмы относительно слабо модулирована с некоторым заданным периодом. Тогда в спектре плазменных колебаний должны возникнуть разрывы (запрещенные зоны), т.е. спектр плазмонов становится многозонным. Модуляцию плотности плазмы можно осуществить с помощью системы электродов с чередующимися потенциалами или, как это было сделано в МДП (структуре на кремнии) Макенсом, Хайтманом, Прагером, Коттхаузом и Байнфоглем в работе [3], путем модуляции толщины слоя диэлектрика при сплошном полевом электроде.

Итак, пусть имеется двумерный слой дираковских безмассовых электронов, равновесная концентрация которых периодически зависит от координат в плоскости структуры: $N(\boldsymbol{\rho}) = N(\boldsymbol{\rho} + \mathbf{a}_n)$, где $\boldsymbol{\rho}$ – двумерный вектор, $\mathbf{a}_n$ – некоторый вектор плоской решетки. Этот слой находится на границе двух полупространств $z = 0$, диэлектрические проницаемости которых равны ε_1 и ε_2. Тогда электрический потенциал плазменной волны подчиняется граничным условиям

$$\begin{gathered} \phi(z=+0) = \phi(z=-0), \\ -\varepsilon_1 \frac{\partial \phi}{\partial z}\Big|_{+0} + \varepsilon_2 \frac{\partial \phi}{\partial z}\Big|_{-0} = 4\pi e \tilde{N}(\boldsymbol{\rho}), \end{gathered} \tag{1}$$

где $\tilde{N}(\boldsymbol{\rho})$ – неравновесная часть плотности заряда, связанная с плазменной волной (все описывающие волну величины пропорциональны $e^{-i\omega t}$). Из уравнения непрерывности после отделения временного множителя получаем

$$ie\omega \tilde{N}(\boldsymbol{\rho}) + \mathrm{div}\big[\sigma(\boldsymbol{\rho}) \boldsymbol{\nabla} \phi\big] = 0, \tag{2}$$

где $\sigma(\boldsymbol{\rho})$ – локальная проводимость плазмы. Для вырожденной плазмы с линейным одночастичным за-

[1)]e-mail: chaplik@isp.nsc.ru

коном дисперсии $E(\mathbf{p}) = v_0 p$ из кинетического уравнения в τ-приближении легко получить

$$\sigma(\boldsymbol{\rho}) = \frac{ie^2 v_0 \sqrt{N(\boldsymbol{\rho})}}{\sqrt{2\pi}\hbar(\omega + i\nu)}, \quad \nu \equiv 1/\tau. \tag{3}$$

Потенциал $\phi(\boldsymbol{\rho}, z)$ удовлетворяет уравнению Лапласа, а наличие зарядов в плоскости $z = 0$ учитывается граничными условиями (1). Общий вид такой функции $\phi(\boldsymbol{\rho}, z)$ дается интегралом $\int \phi(\mathbf{k}) \exp i(\mathbf{k}\boldsymbol{\rho} - k|z| - \omega t) d\mathbf{k}/(2\pi)^2$. Замкнутое уравнение на фурье-компоненты потенциала $\phi(\mathbf{k})$ получается после подстановки $\tilde{N}(\boldsymbol{\rho})$, найденной из (2), в граничные условия (1). При этом локальная проводимость, пропорциональная $\sqrt{N(\boldsymbol{\rho})}$, должна быть представлена рядом Фурье. Пусть разложение $\sqrt{N(\boldsymbol{\rho})}$ имеет вид

$$\sqrt{N(\boldsymbol{\rho})} = M_0 + \sum_j m(\mathbf{g}_j) \exp i\mathbf{g}_j \boldsymbol{\rho},$$

где $\mathbf{g}_j$ – вектор двумерной обратной решетки, $M_0 = \sqrt{N_0}$, N_0 – среднее значение концентрации электронов. После несложных выкладок, пренебрегая пока рассеянием ($\omega\tau \gg 1$), получим

$$\phi(\mathbf{k}) = \frac{1}{\omega^2/\omega_p^2(k) - 1} \sum_j \frac{m(\mathbf{g}_j)}{M_0} \phi(\mathbf{k} - \mathbf{g}_j)(1 - \mathbf{g}_j\mathbf{k}/k^2), \tag{4}$$

где $\omega_p^2(k) = 2e^2\hbar\sqrt{2\pi N_0} v_0 k/\hbar(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$ – частота двумерного плазмона для частиц с линейным законом дисперсии $E(\mathbf{p}) = v_0 p$. Уравнению (4) можно придать форму матричного уравнения Шредингера. Элементарные преобразования дают

$$\left[\omega_p^2(k) - \omega^2\right]\psi(\mathbf{k}) + \omega_p^2(k) \sum_j \frac{m(\mathbf{g}_j)}{M_0} \psi(\mathbf{k} - \mathbf{g}_j) = 0, \tag{5}$$

где $\psi(\mathbf{k} - \mathbf{g}_j) = \phi(\mathbf{k} - \mathbf{g}_j)(1 - \mathbf{g}_j\mathbf{k}/k^2)$. Тогда $\phi(\mathbf{k}) = \psi(\mathbf{k})$ (при $g_j = 0$). Будем теперь считать $\omega_p^2(k)$ диагональным элементом невозмущенного гамильтониана $\hat{H}_0$ в базисе плоских волн $e^{i\mathbf{k}\boldsymbol{\rho}}$, а величину ω^2 – собственным числом возмущенной задачи. Тогда матричный элемент возмущения $V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}$ имеет вид

$$V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} = \sum_j \omega_p^2(k) \frac{m(\mathbf{g}_j)}{M_0} \delta_{\mathbf{k}', \mathbf{k} - \mathbf{g}_j}$$

и вместо (5) можно написать

$$\Big[(H_0)_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} - \omega^2\Big]\psi(\mathbf{k}) + \sum_{\mathbf{k}'} V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}\psi(\mathbf{k}') = 0, \tag{6}$$

т.е. уравнение Шредингера в матричном виде.

Невозмущенный спектр $\omega_p^2(k)$ вырожден, так как он зависит лишь от модуля $\mathbf{k}$. Каждому $\mathbf{g}_j$ в резонансе отвечает пара состояний $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k} - \mathbf{g}_j$, где $\mathbf{k}$ задается обычным условием Вульфа–Брэгга: $2\mathbf{k}\mathbf{g}_j = \mathbf{g}_j^2$. Возникает разрыв в спектре плазмонов, на границах которого частоты определяются формулами

$$\omega_\pm^2(k_{0j}) = \omega_p^2(k_{0j})\Big[1 \pm |m(\mathbf{g}_j)|/M_0\Big]. \tag{7}$$

Здесь k_{0j} – точка на прямой, являющейся границей соответствующей зоны Бриллюэна. Результат (7) вполне нагляден: на верхней и нижней границе запрещенной зоны в спектре плазмона квадрат частоты дается той же формулой (5) для однородной плотности плазмы N_0 с заменой величины $\sqrt{N_0}$ на $\sqrt{N_0} \pm |m(\mathbf{g}_j)|$. Разумеется, это справедливо для $|m(\mathbf{g}_j)| \ll \sqrt{N_0}$. В спектре поглощения пространственно модулированного высокочастотного электрического поля латеральной сверхрешеткой дираковской плазмы должны наблюдаться два близких пика на частотах, даваемых уравнением (7), если модуляция выделяет импульс плазмона $\mathbf{k}_{0j}$. Отметим отличие формул (7) от аналогичного результата для электронного спектра кристаллов. В последнем случае щель в спектре в приближении слабой связи определяется фурье-компонентой периодического потенциала для соответствующего вектора обратной решетки, т.е. является просто константой. Для плазмонов же щель зависит от направления импульса, так как модуль вектора $\mathbf{k}_{0j}$, от которого зависит $\omega_p^2(k_{0j})$, различен для разных точек границы зоны Бриллюэна.

Перейдем теперь к вопросу о поглощении модулированного электромагнитного поля. Фактически это вопрос об амплитудах возбуждаемых плазменных волн. Для их нахождения необходимо решить неоднородное уравнение, соответствующее (2), где неоднородность задается внешним возбуждающим полем $\mathbf{E}_0 \exp[i(\mathbf{q}\boldsymbol{\rho} - \omega t)]$:

$$ie\omega\tilde{N}(\boldsymbol{\rho}) + \operatorname{div}\Big[\sigma(\boldsymbol{\rho})\big(\boldsymbol{\nabla}\phi - \mathbf{E}_0 e^{i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho}}\big)\Big] = 0. \tag{8}$$

Имея в виду схему приведенных зон, запишем электростатический потенциал в виде

$$\phi(\boldsymbol{\rho}, z) = \sum_n C_n \exp\big[i(\mathbf{q} + \mathbf{g}_n)\boldsymbol{\rho} - |\mathbf{q} + \mathbf{g}_n||z|\big]. \tag{9}$$

Проводя те же, что и выше, выкладки, учитывающие граничные условия, придем к системе уравнений для коэффициентов C_n. Выпишем результаты для случая одномерной латеральной сверхрешетки, когда плотность плазмы зависит лишь от одной координаты x. Это соответствует наиболее простой экспериментальной ситуации: над двумерной электронной системой создана структура параллельных электродов (*grating structure*), которая модулирует плотность плазмы.

Итак, имеем

$$C_n = \frac{2\sqrt{2\pi}e^2\sqrt{N_0}v_0\mathrm{sgn}(q+g_n)}{\hbar(\varepsilon_1+\varepsilon_2)\omega(\omega+i\nu)}\times$$
$$\times\sum_l\Big[(q+g_l)C_l m(g_n-g_l)+iE_0 m(g_n)\Big], \qquad (10)$$

где теперь $g_n = 2\pi n/a$, a – период одномерной сверхрешетки. В приближении слабой связи в сумме (10) следует оставить лишь резонансные слагаемые. Например, при выполнении условия $\omega=\omega_1\equiv\omega_p(k+g_1)$, где ω_p – введенная выше частота двумерного плазмона (см. (4)), коэффициент C_1 резонансным образом возрастает и электрическое поле плазменной волны E_1, возбуждаемой внешним полем, равно

$$E_1 = E_0\frac{m(g_1)}{M_0}\omega_1\tau\exp i\big[(q+g_1)x-\omega t\big]. \qquad (11)$$

Таким образом, частота возбуждаемого плазмона возрастает по сравнению со случаем однородной плазмы в $\sqrt{g_1/q}$ раз. Сама же интенсивность поглощения, т.е. диссипируемая мощность Q, определяется через найденное поле обычной формулой $Q = \frac{1}{2}\mathrm{Re}(\sigma E E_0^*)$, где σ – проводимость двумерного газа из уравнения (3).

Если равновесная плотность плазмы $N(x)$ является четной функцией координаты ($N(x) = N_0 + N_1\cos 2\pi x/a + N_2\cos 4\pi x/a+\ldots$), то решения уравнений (4) и (11) при $E_0=0$ (т.е. без неоднородности) классифицируются по четности. Тогда в зависимости от симметрии возбуждающего поля существенно меняются интенсивности пиков поглощения на частотах выше и ниже запрещенной зоны. В предельном случае плазмона с импульсом на краю зоны Бриллюэна при четном возбуждающем поле действует правило отбора: верхнему краю запрещенной зоны ($\omega=\omega_+$) соответствует нечетная собственная мода плазмы $\phi(x)$ (электрическое поле плазмона четно), и только с ней связано поглощение. Интенсивность поглощения дается формулой

$$Q = \frac{\sigma_0 E_0^2(1+|m_1|/M_0)}{2}\frac{\omega^2\nu^2}{(\omega^2-\omega_+^2)+\omega^2\nu^2}, \qquad (12)$$

где σ_0 – статическая проводимость. В этом случае пик при $\omega=\omega_-$ (нечетное поле плазмона) отсутствует. В случае несимметричного возбуждения спектр $Q(\omega)$ содержит оба пика. Общая формула весьма громоздка, но знаменатель $Q(\omega)$ вполне нагляден:

$$Q^{-1}(\omega)\sim\big[(\omega^2-\omega_+^2)^2+\nu^2\omega^2\big]\big[(\omega^2-\omega_-^2)^2+\nu^2\omega^2\big]. \qquad (13)$$

Он имеет минимумы при $\omega=\omega_+$ и $\omega=\omega_-$. Расстояние между пиками ω_+ и ω_- в шкале ω^2, измеренное в [3] для электронов с параболической дисперсией в МДП-структуре на кремнии, оказалось пропорциональным превышению $V_g - V_t$ затворного напряжения над его пороговым значением. Этого и следовало ожидать. Действительно, разность $V_g - V_t$ линейно связана с плотностью двумерного электронного газа. Естественно считать, что этой же величине пропорциональны фурье-компоненты концентрации электронов $N(x)$. В нашем случае расщепление $\omega_+^2-\omega_-^2$ равно (см. (7)) $2\omega_p^2(k_{0j}|m(g_j)|/M_0)$, т.е. пропорционально фурье-компоненте квадратного корня из концентрации $\sqrt{N(x)}$. Этот вывод может быть легко проверен в эксперименте.

Итак, в работе найдены спектр плазмонов и интенсивность поглощения ими электромагнитных волн в двумерной электронной системе с модулированной плотностью заряда и линейным одночастичным законом дисперсии. Установлено возникновение щелей в спектре плазменных колебаний и найдена зависимость их величины от распределения концентрации частиц в плоскости системы.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант # 13-02-12148) и программ президиума РАН.

1. S. Das Sarma and E. H. Hwang, Phys. Rev. Lett. **102**, 206412 (2009).
2. P. B. Vissher and L. M. Falicov, Phys. Rev. B **3**, 2541 (1971).
3. U. Mackens, D. Heitmann, L. Prager, J. P. Kotthaus, and W. Beinfogl, Phys. Rev. Lett. **52**, 1485 (1984).