

# Изучение фазовой диаграммы $SU(2)$ -КХД с ненулевой киральностью

В. В. Брагута<sup>++\*</sup>, В. А. Гой<sup>×</sup>, М. Ильгенфритц<sup>°1)</sup>, А. Ю. Котов<sup>+2)</sup>, А. В. Молочков<sup>×</sup>, М. Мюллер-Пройскер<sup>∇1)</sup>

<sup>+</sup>Институт теоретической и экспериментальной физики им. Алиханова, 117218 Москва, Россия

<sup>\*</sup>Институт физики высоких энергий, 142281 Протвино, Россия

<sup>×</sup>Дальневосточный федеральный университет, 690950 Владивосток, Россия

<sup>°</sup>Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия

<sup>∇</sup>Берлинский университет им. Гумбольдта, 12489 Берлин, Германия

Поступила в редакцию 16 сентября 2014 г.

После переработки 26 сентября 2014 г.

Представлены результаты моделирования методом Монте-Карло  $SU(2)$  квантовой хромодинамики (КХД) с ненулевым киральным химическим потенциалом. Изучена зависимость поляковской линии и кирального конденсата от константы связи и кирального химического потенциала. Показано, что критическая температура фазового перехода конфайнмент–деконфайнмент увеличивается с увеличением киральности среды, что противоречит результатам, полученным ранее в рамках различных эффективных моделей КХД.

DOI: 10.7868/S0370274X14210024

**Введение.** Хорошо известно, что вакуум квантовой хромодинамики (теории сильных взаимодействий) обладает нетривиальной топологической структурой вследствие наличия глюонных конфигураций с ненулевым топологическим зарядом – инстантонов [1]. Долгое время экспериментальное подтверждение их существования было доступно только с помощью косвенных методов [2, 3].

Недавно было высказано предположение о том, что существование топологически нетривиальных глюонных конфигураций может быть подтверждено в экспериментах по столкновению тяжелых ионов [4, 5]. В таких столкновениях рождаются сгустки горячего вещества (кварк-глюонной плазмы) в сильном магнитном поле, которое создается в нецентральных соударениях ионов. Топологические сфалеронные переходы [6–8] могут при помощи киральной аномалии привести к ненулевой киральной плотности кварков в кварк-глюонной плазме. Эта киральная среда характеризуется различной плотностью левых и правых кварков. В присутствии внешнего магнитного поля в такой среде возникает электрический ток, направленный вдоль магнитного поля (так называемый киральный магнитный эффект

[4, 5]). Некоторые косвенные следствия данного эффекта также найдены в экспериментах по столкновениям тяжелых ионов [9, 10].

Опыт, полученный при изучении кирального магнитного эффекта, позволяет утверждать, что наличие ненулевой киральной плотности модифицирует свойства квантовой хромодинамики (КХД). Это изменение свойств можно наблюдать экспериментально. Поэтому теоретическое изучение влияния ненулевой киральной плотности на свойства КХД является интересным и важным для понимания физики столкновений тяжелых ионов.

Одной из возможностей изучения свойств КХД с ненулевой киральностью является решеточное моделирование с киральным химическим потенциалом  $\mu_5$ , который создает разницу между левыми и правыми кварками. В отличие от моделирования КХД с химическим потенциалом, которое в настоящее время невозможно из-за знаменитой проблемы знака, моделирование КХД с киральным химическим потенциалом не приводит к проблеме знака и может быть проведено методами Монте-Карло [5].

Основной целью представленной работы является изучение фазовой диаграммы  $SU(2)$  КХД с  $\mu_5 \neq 0$  с помощью решеточного моделирования. Вместо  $SU(3)$  КХД рассматривается  $SU(2)$  КХД, так как указанная теория требует значительно меньших

<sup>1)</sup>M. Ilgenfritz, M. Müller-Preussker

<sup>2)</sup>e-mail: kotov@itep.ru

вычислительных ресурсов. В то же время  $SU(2)$  КХД обладает множеством свойств  $SU(3)$  КХД, таких, как наличие фазового перехода конфайнмент–деконфайнмент, нарушение киральной симметрии в фазе конфайнмента и другие аналогичные свойства.

Ранее в работах [11, 12] было проведено решеточное моделирование КХД с ненулевой киральностью. Основной целью этих работ являлось изучение кирального магнитного эффекта. Поэтому фазовая диаграмма в плоскости  $(\mu_5 T)$  в них систематически не изучалась. Вопрос о фазовой диаграмме КХД при ненулевой киральной плотности использовался в ряде работ в рамках эффективных моделей КХД [13–15]. Ниже проведено сравнение наших результатов с результатами работ [13–15].

**Детали вычислений.** Действие, с помощью которого производится моделирование  $SU(2)$  КХД с динамическими фермионами и киральным химическим потенциалом, может быть разбито на два слагаемых:

$$S = S_g + S_f. \quad (1)$$

Слагаемое  $S_g$  соответствует действию калибровочных полей. Для него используется вильсоновское действие:

$$S_g = \beta \sum_{x, \mu < \nu} \left[ 1 - \frac{1}{N_c} \text{Tr} U_{\mu\nu}(x) \right], \quad (2)$$

где  $U_{\mu\nu}(x)$  – произведение линковых переменных вдоль элементарного прямоугольника  $(\mu, \nu)$ , который начинается в точке  $x$ .

Слагаемое  $S_f$  соответствует вкладу фермионов. В наших расчетах используются staggered-фермионы, действие для которых имеет вид

$$S_f = ma \sum_x \bar{\psi}_x \psi_x + \frac{1}{2} \sum_{x\mu} \eta_\mu(x) [\bar{\psi}_{x+\mu} U_\mu(x) \psi_x - \bar{\psi}_x U_\mu^\dagger(x) \psi_{x+\mu}] + \frac{1}{2} \mu_5 a \sum_x s(x) (\bar{\psi}_x \bar{U}_{x+\delta, x} \psi_{x+\delta} - \bar{\psi}_{x+\delta} \bar{U}_{x+\delta, x}^\dagger \psi_x), \quad (3)$$

где  $\eta_\mu(x) = (-1)^{x_0 + \dots + x_{\mu-1}}$ ,  $s(x) = (-1)^{x_2}$  – факторы, для staggered-фермионов соответствующие произведению  $\gamma$ -матриц;  $a$  – шаг решетки,  $m$  – масса фермионов,  $\mu_5$  – киральный химический потенциал.

Можно показать, что в непрерывном пределе  $a \rightarrow 0$   $S_g$  стремится к действию для калибровочных полей в непрерывной теории, а фермионное действие  $S_f$  – к действию, описывающему  $N_f = 4$  фермионных флейвора при ненулевом киральном химическом потенциале:

$$S_f \rightarrow S_f^{(\text{cont})} = \int d^4x \sum_{i=1}^4 \bar{\psi}_i (\partial_\mu \gamma_\mu + ig A_\mu \gamma_\mu + m + \mu_5 \gamma_5 \gamma_0) \psi_i. \quad (4)$$

Нами было проведено вычисление следующих наблюдаемых ( $N_\tau \times N_\sigma^3$  – размер решетки):

- поляковская линия

$$L = \frac{1}{N_\sigma^3} \sum_{n_1, n_2, n_3} \left\langle \text{Tr} \prod_{n_4=1}^{N_\tau} U_4(n_1, n_2, n_3, n_4) \right\rangle; \quad (5)$$

- киральный конденсат

$$a^3 \langle \bar{\psi} \psi \rangle = -\frac{1}{N_\tau N_\sigma^3} \frac{1}{4} \frac{\partial}{\partial (ma)} \log Z = \frac{1}{N_\tau N_\sigma^3} \frac{1}{4} \left\langle \text{Tr} \frac{1}{D + ma} \right\rangle. \quad (6)$$

Поляковская линия  $L$  чувствительна к переходу конфайнмент–деконфайнмент, а киральный конденсат  $\langle \bar{\psi} \psi \rangle$  – к переходу из кирально-симметричной фазы в фазу с нарушенной киральной симметрией.

Для моделирования теории с действием  $S$  использовался метод гибридного Монте-Карло. Зависимость шага решетки  $a$  от величины обратной константы связи  $\beta$  и температура фазового перехода при нулевом  $\mu_5$  были взяты из работы [16]. Все результаты, которые мы представляем ниже, получены на решетке  $28^3 \times 10$ . Массу фермиона  $m$  мы держим постоянной в решеточных единицах и равной  $am = 0.01$  (при  $\beta = 1.91$  это значение соответствует массе пиона  $m_\pi \sim 550$  МэВ).

**Результаты расчета и обсуждение.** Изучение зависимости кирального конденсата  $\langle \bar{\psi} \psi \rangle$  и поляковской линии  $L$  от  $\mu_5$  проводится следующим образом. Фиксируются значения обратной константы связи  $\beta = 1.87, 1.91, 1.95$ . При  $\mu_5 = 0$  значение  $\beta = 1.87$  ( $a = 0.125$  фм) соответствует фазе конфайнмента,  $\beta = 1.95$  ( $a = 0.090$  фм) – фазе деконфайнмента, а  $\beta = 1.91$  ( $a = 0.105$  фм) – переходной области. Для каждого из указанных значений  $\beta$  проводится вычисление  $\langle \bar{\psi} \psi \rangle$  и  $L$  для различных значений кирального химического потенциала  $\mu_5$ .

На рис. 1 представлены результаты вычислений зависимости кирального конденсата  $\langle \bar{\psi} \psi \rangle$  от величины кирального химического потенциала в решеточных единицах  $\mu_5 a$  для  $\beta = 1.87$  (конфайнмент),  $1.95$  (деконфайнмент) и  $1.91$  (переходная область). Стоит отметить, что разные значения  $\beta$  соответствуют разным значениям шага решетки  $a$ . Следовательно, од-

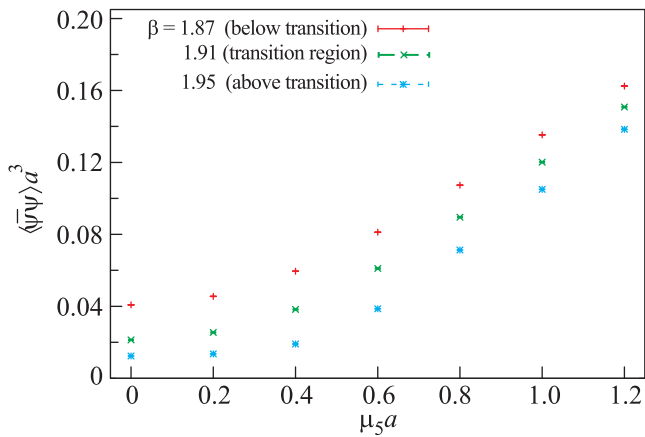


Рис. 1. Киральный конденсат в зависимости от кирального химического потенциала для различных значений температуры. Данные вычислений на решетке  $10 \times 28^3$

но и то же значение химического потенциала в решеточных единицах  $\mu_5 a$  отвечает разным физическим значениям  $\mu_5$ .

Рис. 1 показывает, что во всех фазах киральный конденсат монотонно растет с ростом  $\mu_5$ . Это противоречит результатам, полученным в работах [13–15] в рамках эффективных моделей КХД, согласно которым киральный конденсат падает с ростом  $\mu_5$ .

На рис. 2 представлены результаты вычислений зависимости поляковской линии  $L$  от величины ки-

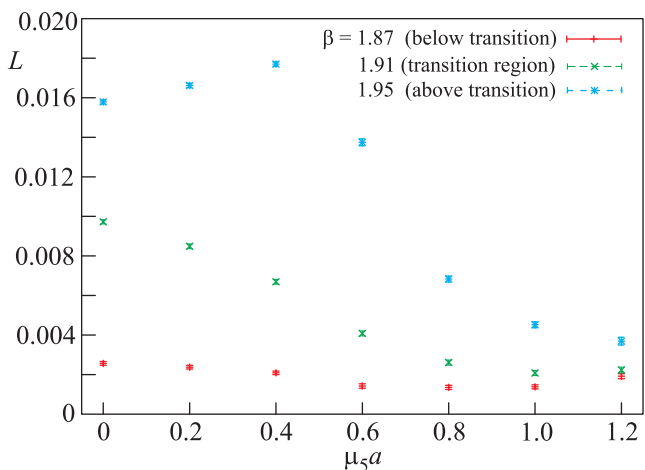


Рис. 2. Поляковская линия в зависимости от кирального химического потенциала для различных значений температуры. Данные вычислений на решетке  $10 \times 28^3$

рального химического потенциала в решеточных единицах  $\mu_5 a$  для значений  $\beta = 1.87, 1.91, 1.95$ . Видно, что в фазе конфайнмента линия Полякова не испытывает существенных изменений. Другими словами, если система при выключенном киральном хими-

ческом потенциале находилась в фазе конфайнмента, то при  $\mu_5 \neq 0$  она так и останется в этой фазе. Из того же графика видно, что для достаточно большого кирального химического потенциала величина поляковской линии падает с ростом  $\mu_5$ . Иными словами, система, находящаяся в фазе деконфайнмента или переходной области при  $\mu_5 = 0$ , при достаточно большом значении кирального химического потенциала переходит в фазу конфайнмента. Этот результат также противоречит результатам, полученным в работах [13–15], где линия Полякова растет с ростом  $\mu_5$ .

Из рис. 1 и 2 следует, что если система находилась в фазе конфайнмента, то с ростом  $\mu_5$  она оказывается глубже в этой фазе. Если же система находилась в фазе деконфайнмента или в переходной области, то с ростом  $\mu_5$  она переходит в область конфайнмента. Таким образом, критическая температура  $T_c(\mu_5)$  растет с увеличением кирального химического потенциала, что также противоречит результатам, полученным в [13–15].

Как было отмечено выше, наши данные расходятся с результатами, полученными в рамках эффективных моделей [13–15]. Возможной причиной расхождения является использование калибровочной группы  $SU(2)$  вместо  $SU(3)$ , а также  $N_f = 4$  фермионных флейворов вместо  $N_f = 2$ , фигурирующих в работах [13–15]. Кроме того, масса кварков  $ma = 0.01$ , использованная в вычислениях, достаточно велика. Полученные результаты могут измениться в случае меньших значений масс кварков, как, например, ожидается при моделировании двухцветной КХД с ненулевым магнитным полем [17]. В ближайшем будущем планируется изучить эти и другие вопросы, связанные с фазовой диаграммой КХД с ненулевой киральностью. Однако для дальнейшего изучения фазовой диаграммы понадобятся вычислительные ресурсы, гораздо мощнее применявшихся в настоящей работе.

Авторы благодарны В.И. Захарову, В.Г. Борнякову и Б. Петерссону за интересные и полезные обсуждения, А. Шрайберу за помощь в разработке и использовании кода для моделирования двухцветной КХД на видеокартах. Работа была выполнена при поддержке ДВФУ, грантов РФФИ # 14-02-01185-а, 13-02-01387-а, гранта Президента РФ # МД-3215.2014.2 и гранта исследовательского центра FAIR-Россия.

1. A. A. Belavin, A. M. Polyakov, A. S. Schwartz, and Yu. S. Tyupkin, Phys. Lett. B **59**, 85 (1975).
2. E. Witten, Nucl. Phys. B **156**, 269 (1979).
3. G. Veneziano, Nucl. Phys. B **159**, 213 (1979).

4. D. Kharzeev, Phys. Lett. B **633**, 260 (2006); hep-ph/0406125.
5. K. Fukushima, D.E. Kharzeev, and H.J. Warringa, Phys. Rev. D **78**, 074033 (2008).
6. N.S. Manton, Phys. Rev. D **28**, 2019 (1983).
7. F.R. Klinkhamer and N.S. Manton, Phys. Rev. D **30**, 2212 (1984).
8. G.D. Moore, hep-ph/0009161.
9. B.I. Abelev et al. (STAR Collaboration), Phys. Rev. Lett. **103**, 251601 (2009); 0909.1739[nucl-ex].
10. B.I. Abelev et al. (STAR Collaboration), Phys. Rev. C **81**, 054908 (2010); 0909.1717[nucl-ex].
11. A. Yamamoto, Phys. Rev. Lett. **107**, 031601 (2011); 1105.0385[hep-lat].
12. A. Yamamoto, Phys. Rev. D **84**, 114504 (2011); 1111.4681[hep-lat].
13. K. Fukushima, M. Ruggieri, and R. Gatto, Phys. Rev. D **81**, 114031 (2010); 1003.0047[hep-ph].
14. M.N. Chernodub and A.S. Nedelin, Phys. Rev. D **83**, 105008 (2011); 1102.0188[hep-ph].
15. R. Gatto and M. Ruggieri, Phys. Rev. D **85**, 054013 (2012); 1110.4904[hep-ph].
16. E.-M. Ilgenfritz, M. Kalinowski, M. Muller-Preussker, B. Petersson, and A. Schreiber, Phys. Rev. D **85**, 114504 (2012); 1203.3360[hep-lat].
17. E.-M. Ilgenfritz, M. Muller-Preussker, B. Petersson, and A. Schreiber, Phys. Rev. D **89**, 054512 (2014); 1310.7876[hep-lat].