

## Об отклонении пучка позитронов мискат-поверхностью ориентированного кристалла

А. А. Бабаев<sup>+\*1)</sup>, Ж. Кавото<sup>+2)</sup>, С. Б. Дабагов<sup>×◦▽</sup>

<sup>+</sup>INFN Sezione di Roma, 00185 Roma, Italy

\*Национальный исследовательский Томский политехнический университет, 634050 Томск, Россия

<sup>×</sup>INFN Laboratori Nazionali di Frascati, 00044 Frascati, Italy

<sup>◦</sup>Физический институт им. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

<sup>▽</sup>Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, 115409 Москва, Россия

Поступила в редакцию 12 сентября 2014 г.

Проведено моделирование траекторий релятивистских позитронов, движущихся в электрическом поле ориентированного кристалла вблизи его поверхности. Пучок позитронов входил в поле кристалла под малым углом к кристаллографическим плоскостям. Таким образом, выполнялись условия плоскостного каналирования. Сама поверхность кристалла имела специфическую форму, представляющую собой ступенчатую последовательность террас. Показано, что такая поверхность позволяет отклонять заметную часть пучка от поверхности кристалла посредством квазиканалирования. Проанализирована возможность экспериментального наблюдения этого эффекта.

DOI: 10.7868/S0370274X14210036

В настоящее время кристаллы все чаще используются в ускорительной технике для управления пучком, для его отклонения и коллимирования. Возможность такого применения основана на эффекте плоскостного каналирования заряженных частиц в кристалле [1–4]. Частица, влетающая в кристалл под малым углом к главным кристаллографическим плоскостям, в дальнейшем движется сквозь кристалл вдоль канала, образованного соседними плоскостями. Это позволяет изменять направление движения части пучка, захваченного в режим каналирования.

Подобное явление наблюдается при прохождении рентгеновского излучения в капиллярных структурах, когда лучи распространяются вдоль внутренней поверхности полых каналов путем последовательного многократного полного внешнего отражения (поверхностное каналирование рентгеновских лучей; см. [5] и ссылки в ней).

Взаимодействие частицы с суммарным электрическим полем атомов кристалла в случае каналирования удобно описывать посредством введения усредненного потенциала атомов, расположенных в этих плоскостях. Частица при этом свободно движется вдоль плоскостей и одновременно совершает коле-

бания в одномерной потенциальной яме между соседними плоскостями в поперечном направлении. Каналирование невозможно, если угол скольжения частицы  $\theta_0$  относительно кристаллографических плоскостей при влете в кристалл превышает критический угол Линдхарда  $\theta_L = (2U_{ch,0}/pc)^{1/2}$  (для ультрарелятивистской частицы), где  $U_{ch,0}$  – глубина потенциальной ямы,  $p$  – релятивистский импульс частицы,  $c$  – скорость света. Вместе с тем в определенных случаях при  $\theta_0 > \theta_L$  движение частицы все еще можно рассматривать как движение в усредненном плоскостном потенциале. Такое движение не связано с единственным каналом. При нем частица пересекает плоскостные потенциальные барьеры. Этот режим движения называется квазиканалированием.

В ускорительной технике, в частности, находят применение каналирование в изогнутом кристалле (см., например, [6, 7] и ссылки на них), каналирование в ультратонких кристаллах [8], каналирование в тонких последовательно расположенных кристаллах [9]. Рассматривается и возможность использования кристаллов с вырезанной в них щелью [10]. В нашей работе исследуется возможность отклонения пучка боковой поверхностью кристалла при распространении пучка вдоль нее. Такая ситуация реализуется на практике, когда кристалл (как правило, изогнутый) используется для вывода гало пучка [11]. При этом

<sup>1)</sup>e-mail: krass58ad@mail.ru

<sup>2)</sup>G. Cavoto

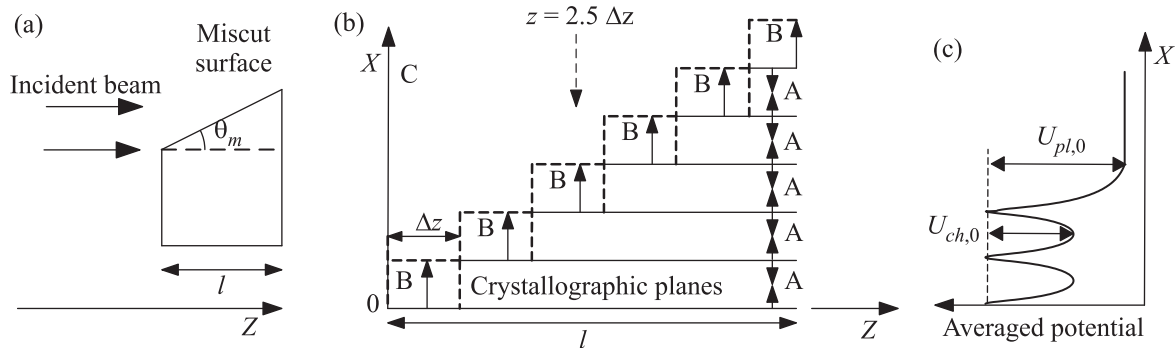


Рис. 1. Схема идеальной мискат-поверхности и усредненное электрическое поле в поверхностном слое. (а) – Идеальная мискат-поверхность (верхняя треугольная часть кристалла). Падающий пучок распространяется вдоль кристаллографических плоскостей, составляющих угол  $\theta_m$  с поверхностью кристалла. (б) – Кристаллографические плоскости, составляющие мискат-поверхность и образующие террасы. Штриховые линии разграничивают области, где электрическое поле имеет различный характер: А – поле плоскостного канала, В – отклоняющее поле террасы, С – поле отсутствует<sup>2)</sup>. Стрелки – направления полей. (с) – Усредненный потенциал как функция поперечной координаты на расстоянии  $z = 2.5\Delta z$  от начала координат (положение указано пунктирной стрелкой на рис. 1б). Для усредненного (110) потенциала кристалла Si глубина потенциальной ямы плоскостного канала  $U_{ch,0} = 21.9$  эВ, высота поверхностного потенциального барьера  $U_{pl,0} = 31.7$  эВ

кристалл располагается на периферии пучка таким образом, чтобы не нарушать движения частиц в его центральной части. Например, пятно пучка на входной поверхности кристалла в эксперименте [11] имело размер порядка 100 нм. Однако в случае малого размера пятна нельзя пренебречь частицами, влетающими в кристалл через его боковую поверхность, обращенную внутрь пучка, вдоль направления его распространения.

Боковая поверхность кристаллов, используемых в ускорительной технике, обычно характеризуется мискат-углом (*misct angle*)  $\theta_m$ , т.е. углом между боковой поверхностью кристалла и кристаллографическими плоскостями, обеспечивающими каналирование (рис. 1а) [12, 13]. Известно, что поверхностный слой кристалла сохраняет упорядоченную структуру [14, 15]. Наблюдалось поверхностное каналирование [16], когда частица проникает в кристалл через боковую поверхность под малым углом к ней и в приповерхностном слое захватывается в режим каналирования. Было показано, что при падении быстрых частиц на боковую поверхность кристалла под малым углом применима модель усредненно-го потенциала (см. работу [17] и ссылки в ней). Та-

ким образом, поверхность с мискат-углом (мискат-поверхность) можно рассматривать как составленную из террас длины  $\Delta z$  с расстоянием между ними, равным межплоскостному расстоянию  $a$ . Электрическое поле мискат-поверхности является отклоняющим от поверхности там, где плоскости выступают одна из-под другой, или полем плоскостного канала (рис. 1б). В [18] рассматривалось движение протонов в таком поле. Было показано, что при влете в него частицы параллельно плоскостям возможны три различных типа движения: 1) отклонение от поверхности кристалла на первоначальном участке траектории до того, как частица успевает достичь канала; 2) квазиканалирование, если частица достигает канала и при этом обладает достаточной скоростью в поперечном направлении; 3) каналирование, если частица достигает канала, не набрав достаточной для квазиканалирования поперечной скорости. Наибольший интерес представляет квазиканалирование, поскольку оно дает максимально возможный угол отклонения.

Механизм отклонения через квазиканалирование имеет следующую природу. Предположим, что все террасы имеют одинаковую длину  $\Delta z = a/\text{tg } \theta_m$ . Сразу после попадания в поле частица движется в отклоняющем поле террасы. Когда она достигает канала, она движется от поверхности кристалла под некоторым углом  $\theta$  с плоскостью. Если этот угол достаточен для квазиканалирования, частица может пересечь потенциальный барьер, ограничивающий канал, на расстоянии от начала канала, мень-

<sup>2)</sup> Электрическое поле плоскости становится малым на расстоянии порядка  $a$  от плоскости. Поэтому в расчете принято, что поле на расстояниях, больших  $a$ , от террасы отсутствует. Длина  $\Delta z$  в рассматриваемых здесь случаях порядка мкм, что много больше межплоскостного расстояния (порядка Å). Поэтому в расчете принято, что поле террасы ортогонально ей.

шем  $\Delta z$ . Тогда она окажется в отклоняющем поле вышерасположенной террасы (см. рис. 1). Там она наберет дополнительный угол  $\delta\theta$ . В результате на подлете к следующему каналу частица будет двигаться от плоскости под углом  $\theta_1 > \theta$ . Она опять окажется квазиканализованной, снова сможет пересечь плоскостной барьер, наберет дополнительный угол и т.д.

Значения мискат-угла обычно составляют порядка 100 мкрад [11, 12]. В соответствии с теорией, развитой в [18], именно такой порядок имеют мискат-углы, при которых происходит наиболее эффективное отклонение ультрарелятивистских позитронов с энергиями порядка 100 МэВ–1 ГэВ. Эксперименты по отклонению позитронных пучков с такими энергиями с помощью кристаллов были проведены в LNF [9, 19]. Представленные в данной работе результаты численного моделирования приведены для 500 МэВ/с позитронов. Кристалл – Si, ориентированный плоскостями (110) вдоль направления распространения пучка. На рис. 1с схематично показан рассчитанный в аппроксимации Мольер [20] усредненный потенциал приповерхностного слоя кристалла (110)Si, который используется в расчетах. Критический угол Линдхарда в таких условиях  $\theta_L = 0.3$  мрад. Критический угол преодоления поверхностного плоскостного барьера  $\theta_{pl} = (2U_{pl,0}/pc)^{1/2} = 0.36$  мрад. При падении частицы на боковую поверхность под углом скольжения  $\theta > \theta_{pl}$  она может преодолеть поверхностный потенциальный барьер  $U_{pl,0}$  и проникнуть в кристалл. При углах скольжения  $\theta < \theta_{pl}$  частица отражается от поверхностного барьера [16].

При плоскостном каналировании позитронов часто используется несколько более грубая аппроксимация межплоскостного потенциала параболическим потенциалом (см., например, [21]). В [18] параболический потенциал применялся для описания движения положительно заряженных частиц в поле террасы. Этот потенциал удобен для оценок, поскольку траектории всех частиц изначально нерасходящегося пучка, влетающего в поле параллельно плоскостям, фокусируются в одной точке. В зависимости от длины террасы  $\Delta z$  все частицы либо долетают до начала канала, если точка фокусировки находится на расстоянии  $z_f > \Delta z$  от начала террасы, либо не долетают до него, если  $z_f < \Delta z$ . Это позволяет оценить, какой тип движения (1, 2 или 3; см. выше) является преобладающим. В используемом в расчете потенциале траектории, конечно, не пересекаются в одной точке. Однако во всяком случае они проходят в окрестности точки фокусировки  $z_f$ .

Согласно модели [18] расстояние, на котором происходит фокусировка,  $z_f = \pi a/2\theta_{pl} = 0.85$  мкм. Соответствующий критический мискат-угол  $\theta_{m1} = a/z_f = 0.23$  мрад. При мискат-углах  $\theta_m < \theta_{m1}$  частицы не будут долетать до начала канала, т.е. будут двигаться по типу 1. При этом максимальный угол отклонения равен  $\theta_{pl}$ . При  $\theta_m > \theta_{m1}$  реализуется каналирование либо квазиканалирование. В этом случае доля (фракция) пучка, захваченная в режим каналирования, определяется параметром

$$s = \frac{\cos \alpha}{\cos^2 \alpha + \frac{\theta_{pl}^2}{4\theta_L^2} \sin^2 \alpha},$$

где  $\alpha = \theta_{pl}/\text{tg } \theta_m$ . Если  $s \geq 1$ , то все частицы оказываются каналированными, а квазиканалирование невозможно. Квазиканалирование становится невозможным при  $\theta_m > \theta_{m2} = 0.37$  мрад. Таким образом, отклонения пучка 500 МэВ позитронов (110)Si мискат-поверхностью посредством квазиканалирования следует ожидать при мискат-углах  $\theta_{m1} < \theta_m < \theta_{m2}$ . При этом углы отклонения должны превышать значение  $\theta_{pl}$  за счет прохождения позитроном нескольких отклоняющих полей террас. Здесь подразумевается, что все террасы одинаковы (идеализированная мискат-поверхность, показанная на рис. 1).

Для моделирования отклонения частиц на углы  $\theta > \theta_{pl}$  было проведено численное решение уравнения поперечного движения (вдоль оси  $X$  см. рис. 1) в поле мискат-поверхности:

$$\gamma m \frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{dU_{cr}}{dx},$$

где  $U_{cr}$  – плоскостной потенциал (рис. 1с),  $\gamma$  – релятивистский фактор,  $m$  – масса позитрона. Продольное движение частицы вдоль оси  $Z$  является свободным. (Это стандартное в теории каналирования разделение движения частицы на продольное и поперечное (см., например, [4]). Для данного конкретного случая разделение проведено в [18].) На рис. 2 приведена зависимость доли пучка, отклоненной на углы  $\theta > \theta_{pl}$ , от мискат-угла  $\theta_m$  для изначально нерасходящегося пучка, влетающего в поле параллельно плоскостям. Толщина кристалла  $l$  (точнее, длина нижней плоскости на рис. 1) была выбрана такой, чтобы мискат-поверхность при данном мискат-угле  $\theta_m$  содержала 101 плоскость. Этого значения более чем достаточно для обнаружения эффекта, связанного с отклонением на большие углы через квазиканалирование, поскольку отклоненная частица преодолевает менее 10 барьеров [18]. Компьютерный эксперимент с мискат-поверхностью, содержащей большее число плоскостей, в принципе не даст ничего нового. Вместе с тем

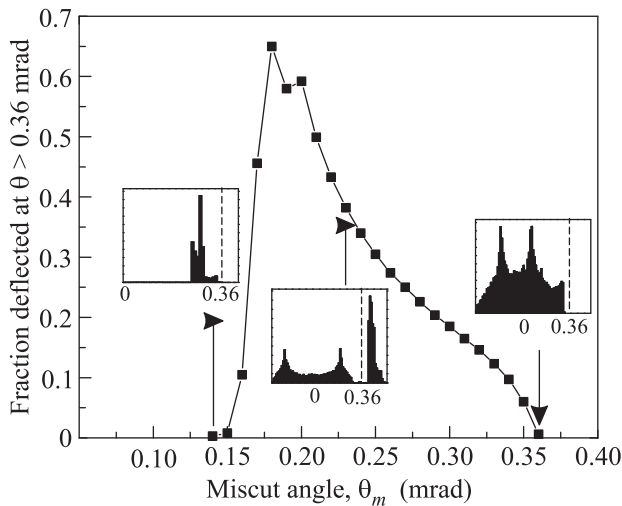


Рис. 2. Отклоненная на углы  $\theta > 0.36$  мрад фракция нерасходящегося пучка 500 МэВ позитронов, падающего на мискат-поверхность кристалла Si вдоль плоскостей (110), в зависимости от мискат-угла. На вставках даны типичные угловые распределения (угол отклонения–интенсивность) позитронов, рассеянных мискат-поверхностью, для различных участков кривой. Мискат-угол, к которому относится вставка, указан стрелкой. Соответствующая фракция — часть углового распределения справа от штриховой линии на вставке

в реальном эксперименте предпочтительнее мискат-поверхность с большим числом плоскостей. Это позволяет увеличить площадь ее пересечения пучком.

Как следует из рис. 2, отклонение на большие углы происходит в интервале мискат-углов, приблизительно совпадающем с интервалом, где в соответствии с данной выше оценкой существует квазиканалирование. Определенную роль играет и попадание в поле вышележащей террасы частиц, двигавшихся по типу 1, т.е. без квазиканалирования напрямую из поля одной террасы в поле другой. Это объясняет, почему максимум кривой приходится на значения, меньшие  $\theta_{m1}$ . При малых мискат-углах позитроны отклоняются единственной террасой на углы, меньшие  $\theta_{pl}$ . При увеличении мискат-угла позитроны с какого-то момента начинают попадать в поле вышележащей террасы. В результате начинается быстрый рост фракции, показанной на рис. 2. Угловое распределение позитронов, соответствующее максимуму кривой, приведено на вставке к рис. 3. Как видно, при этом практически все позитроны проходят через многократное отклонение террасами, в то время как каналирование еще отсутствует. При дальнейшем увеличении мискат-угла фракция, отклоненная на большие углы, начинает медленно уменьшаться

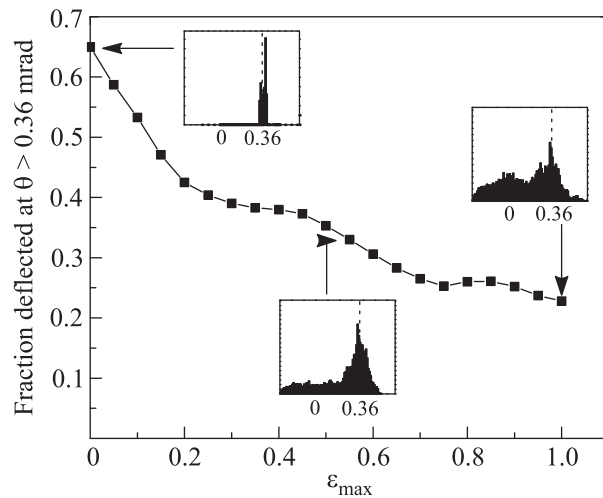


Рис. 3. Отклоненная на углы  $\theta > 0.36$  мрад фракция нерасходящегося пучка 500 МэВ позитронов, падающего на мискат-поверхность кристалла Si вдоль плоскостей (110), в зависимости от параметра  $\epsilon_{\max}$ . Мискат-угол  $\theta_m = 0.18$  мрад. Пояснения к угловым распределениям на вставках см. в подписи к рис. 2. Стрелками указан соответствующий параметр  $\epsilon_{\max}$

как вследствие того, что позитроны начинают попадать в режим каналирования, так и вследствие уменьшения длины террасы  $\Delta z$ , что препятствует попаданию квазиканализованных частиц в поле вышележащей террасы. При этом существует четкое разделение каналированной фракции и фракции, отклоненной мискат-поверхностью. При очень больших мискат-углах отклонение позитронов на углы, большие  $\theta_{pl}$ , оказывается невозможным. Стоит отметить, что моделирование для данной идеализированной ситуации дает очень сильное отклонение — до 65 % в максимуме.

Более реалистично трактовать мискат-угол  $\theta_m$  как средний угол. Таким образом, длина террасы  $\Delta z = a/\text{tg } \theta_m$  оказывается на самом деле усредненной длиной террас, составляющих мискат-поверхность. Длину каждой конкретной террасы будем рассчитывать как  $\delta z = (1 + \epsilon)\Delta z$ , где  $\epsilon$  — случайная величина, распределенная равномерно в интервале  $[-\epsilon_{\max}; \epsilon_{\max}]$ . Можно сказать, что параметр  $\epsilon_{\max}$  есть степень несовершенства мискат-поверхности. На рис. 3 представлена зависимость отклоненной на большие углы доли пучка от  $\epsilon_{\max}$  при  $\theta_m = 0.18$  мрад, при котором график на рис. 2 имеет максимум. Как видно, эффект сохраняется даже при  $\epsilon_{\max} > 0.5$ , когда вышележащая терраса может полностью закрывать собой нижележащую террасу.

Наблюдению отклонения пучка мискат-поверхностью может препятствовать также на-

чальная угловая расходимость пучка. Очевидно, что с увеличением расходимости в угловом распределении позитронов, рассеянных мискат-поверхностью, пик, связанный с отклонением полем террас, будет становиться все менее выраженным. В общем случае можно утверждать, что для наблюдения выраженного пика расходимость пучка должна быть меньше  $\theta_{pl}$ .

Надо отметить, что в расчете не принято во внимание рассеяние позитронов в среде. Первоначально нерасходящийся пучок позитронов при прохождении через аморфную среду, где отсутствует каналирование, приобретает гауссову расходимость. Отклоненный мискат-поверхностью пучок формируется на дистанциях порядка нескольких  $\Delta z$ , т.е. на расстояниях порядка нескольких мкм для мискат-углов порядка 0.1 мрад и (110) плоскостей Si. Стандартное отклонение выходящего пучка позитронов, прошедших слой “неориентированного” Si толщиной 1 мкм, может быть оценено по формуле из [22]. Она дает 0.05 мрад для 500 МэВ позитронов, прошедших слой Si толщиной 1 мкм. Это значение заметно меньше характерного угла  $\theta_{pl}$  отклонения пучка мискат-поверхностью. С многократным рассеянием связано также деканалирование, т.е. переход каналированных частиц в квазиканалированное состояние. Для 500 МэВ позитронов длина деканалирования (толщина кристалла, на которой интенсивность каналированного пучка ослабляется в  $\epsilon$  раз) составляет 0.4 мм [19]. Следовательно, влиянием многократного рассеяния на формирование отклоненного пучка можно пренебречь.

В заключение отметим, что рассмотренная схема принципиально отличается от простого отражения заряженных частиц от поверхности. Эффективное отклонение пучка достигается здесь посредством последовательного перехода частиц из поля одной террасы в поле следующей. В итоге это дает отклонение порядка нескольких сотен мкрад на расстоянии порядка нескольких мкм вдоль плоскостей при энергиях позитронов 100 МэВ–1 ГэВ (например, энергии ВТФ LNF [19]). Данный эффект в принципе может быть использован для управления пучком в ускорительной технике. Применение мискат-поверхности для отклонения пучка может в некоторой степени служить альтернативой использованию изогнутых кристаллов. При этом отклоненный пучок взаимодействует только с поверхностным слоем, что позволяет избежать значительного рассеяния пучка в кристалле.

Работа поддержана грантом Президента РФ #МК-237.2013.2, а также программой Мини-

стерства науки и образования РФ повышения конкурентоспособности НИЯУ МИФИ (соглашение #02.A03.21.0005).

1. A. M. Taratin, Физика элементарных частиц и атомного ядра **29**, 1064 (1998).
2. U. I. Ugerhoj, Rev. Mod. Phys. **77**, 1131 (2005).
3. B. A. Базылев, Н. К. Жеваго, УФН **160**, 47 (1990).
4. V. Birykov, *Crystal Channeling and its Application at High-Energy Accelerators*, Springer (1997).
5. С. Б. Дабагов, УФН **173**, 1083 (2003).
6. D. Lietti, E. Bagli, S. Baricordi, A. Berra, D. Bolognini, P. N. Chirkov, P. Dalpiaz, G. Della Mea, D. De Salvador, S. Hasan, V. Guidi, V. A. Maisheev, A. Mazzolari, M. Prest, E. Vallazza, D. Vincenzi, and I. A. Yazynin, Nucl. Instrum. Meth. B **283**, 84 (2012).
7. W. Scandale, G. Arduini, M. Butcher, F. Cerutti, S. Gilardoni, A. Lechner, R. Losito, A. Masi, E. Metral, D. Mirarchi, S. Montesano, S. Redaelli, G. Smirnov, L. Bandiera, S. Baricordi, P. Dalpiaz, V. Guidi, A. Mazzolari, D. Vincenzi, G. Claps, S. Dabagov, D. Hampai, F. Murtas, G. Cavoto, M. Garattini, F. Iacoangeli, L. Ludovici, R. Santacesaria, P. Valente, F. Galluccio, A. G. Afonin, Yu. A. Chesnokov, P. N. Chirkov, V. A. Maisheev, Yu. E. Sandomirskiy, I. A. Yazynin, A. D. Kovalenko, A. M. Taratin, Yu. A. Gavrikov, Yu. M. Ivanov, L. P. Lapina, W. Ferguson, J. Fulcher, G. Hall, M. Pesaresi, and M. Raymon, Phys. Lett. B **733**, 366 (2014).
8. W. Scandale, G. Arduini, M. Butcher, F. Cerutti, S. Gilardoni, A. Lechner, R. Losito, A. Masi, E. Metral, D. Mirarchi, S. Montesano, S. Redaelli, G. Smirnov, E. Bagli, L. Bandiera, S. Baricordi, P. Dalpiaz, G. Germogli, V. Guidi, A. Mazzolari, D. Vincenzi, G. Claps, S. Dabagov, D. Hampai, F. Murtas, G. Cavoto, M. Garattini, F. Iacoangeli, L. Ludovici, R. Santacesaria, P. Valente, F. Galluccio, A. G. Afonin, Yu. A. Chesnokov, P. N. Chirkov, V. A. Maisheev, Yu. E. Sandomirskiy, I. A. Yazynin, A. D. Kovalenko, A. M. Taratin, Yu. A. Gavrikov, Yu. M. Ivanov, L. P. Lapina, W. Ferguson, J. Fulcher, G. Hall, M. Pesaresi, and M. Raymond, Phys. Lett. B **734**, 1 (2014).
9. S. Bellucci, Yu. A. Chesnokov, P. N. Chirkov, M. Ćosić, G. Giannini, V. A. Maisheev, S. Petrović, and I. A. Yazynin, Письма в ЖЭТФ **98**, 739 (2013).
10. V. V. Tikhomirov, J. of Instrumentation **2**, P08006 (2007).
11. W. Scandale, G. Arduini, R. Assmann, F. Cerutti, S. Gilardoni, E. Laface, R. Losito, A. Masi, E. Metral, D. Mirarchi, S. Montesano, V. Previtali, S. Redaelli, G. Valentino, P. Schoofs, G. Smirnov, E. Bagli, S. Baricordi, P. Dalpiaz, V. Guidi, A. Mazzolari, D. Vincenzi, S. Dabagov, F. Murtas, G. Claps,

- G. Cavoto, F. Iacoangeli, L. Ludovici, R. Santacesaria, P. Valente, F. Galluccio, A. G. Afonin, M. K. Bulgakov, Yu. A. Chesnokov, V. A. Maishev, I. A. Yazynin, A. D. Kovalenko, A. M. Taratin, V. V. Uzhinskiy, Yu. A. Gavrikov, Yu. M. Ivanov, L. P. Lapina, V. V. Skorobogatov, W. Ferguson, J. Fulcher, G. Hall, M. Pesaresi, M. Raymond, A. Rose, M. Ryan, G. Robert-Demolaize, T. Markiewicz, M. Oriunno, and U. Wienands, *Phys. Lett. B* **714**, 231 (2012).
12. K. Elsener, G. Fidegaro, M. Gyr, W. Herr, J. Klem, U. Mikkelsen, S. P. Møller, E. Uggerhøj, G. Vuagnin, and E. Weisse, *Nucl. Instrum. Meth. B* **119**, 215 (1996).
13. L. D. Doucette, M. P. da Cunha, and R. J. Lad, *Rev. Sci. Instrum.* **76**, 036106 (2005).
14. S. Baricordi, V. Guidi, A. Mazzolari, D. Vincenzi, and M. Ferroni, *J. Phys. D* **41**, 245501 (2008).
15. S. Baricordi, V. Guidi, A. Mazzolari, G. Martinelli, A. Carnera, D. De Salvador, A. Sambo, G. Della Mea, R. Milan, A. Vomiero, and W. Scandale, *Appl. Phys. Lett.* **91**, 061908 (2007).
16. R. Sizmann and C. Varelas, *Nucl. Instrum. Meth.* **132**, 633 (1976).
17. D. Danailov, *Nucl. Instrum. Meth. B* **264**, 29 (2007).
18. A. A. Babaev and S. B. Dabagov, Deflection of proton beam by crystal miscut surface, *Препринт LNF INFN*, INFN-14-05/LNF (2014); <http://www.lnf.infn.it/sis/preprint/detail.php?id=5337>.
19. S. Bellucci, C. Balasubramanian, A. Grilli, F. Micciulla, A. Raco, A. Popov, V. Baranov, V. Biryukov, Yu. Chesnokov, and V. Maishev, *Nucl. Instrum. Meth. B* **252**, 1 (2006).
20. D. S. Gemmel, *Rev. Mod. Phys.* **46**(1), 129 (1974).
21. В. А. Базылев, Н. К. Жеваго, *Излучение быстрых частиц в веществе и во внешних полях*, Наука (1987).
22. L. Montanet, K. Gieselmann, R. M. Barnett, D. E. Groom, T. G. Triple, G. G. Wohl, B. Armstrong, G. S. Wagman, H. Murayama, J. Stone, J. J. Hernandez, F. C. Porter, R. J. Morrison, A. Manohar, M. Aguilar-Benitez, C. Caso, P. Lantero, R. L. Crawford, M. Roos, N. A. Törnqvist, K. G. Hayes, G. Höhler, S. Kawabata, D. M. Manley, K. Olive, R. E. Shrock, S. Eidelman, R. H. Schindler, A. Gurtu, K. Hikasa, G. Conforto, R. L. Workman, and C. Grab, *Phys. Rev. D* **50**, 1173 (1994).