

# Физические принципы усиления электромагнитного излучения на отрицательных электронных массах на основе полупроводниковой сверхрешетки

А. В. Шорохов<sup>1)</sup>, М. А. Пятаев, Н. Н. Хвастунов<sup>+</sup>, Т. Хьярт<sup>\*2)</sup>, Ф. В. Кусмарцев<sup>×</sup>, К. Н. Алексеев<sup>×</sup>

Мордовский государственный университет им. Огарева, 430005 Саранск, Россия

<sup>+</sup> Мордовский государственный педагогический институт им. Евсевьева, 430007 Саранск, Россия

<sup>\*</sup> Department of Physics, University of Jyväskylä, FI-40014 Jyväskylä, Finland

<sup>×</sup> Department of Physics, Loughborough University, LE11 3TU Loughborough, United Kingdom

Поступила в редакцию 15 октября 2014 г.

В сверхрешетке, находящейся в скрещенных постоянных электрическом и магнитном полях, при определенных условиях может возникнуть инверсия электронной населенности, при которой средняя энергия электронов будет выше середины зоны, а электронная эффективная масса окажется отрицательной. Данный режим является реализацией режима усилителя и генератора электромагнитного излучения (NEMAG) в сверхрешетке. Он может приводить к усилению и генерации терагерцового излучения даже в отсутствие отрицательной дифференциальной проводимости.

DOI: 10.7868/S0370274X14240023

Идея использования эффекта отрицательной эффективной массы (ОЭМ) носителей тока в полупроводниках для создания усилителя и генератора электромагнитного излучения (NEMAG) была предложена Г. Крёмером [1] еще в 1958 г. на примере ОЭМ-дырок в германии в электрическом поле. Экспериментально она была впервые реализована в середине 80-х годов [2]. Обзор экспериментальных и теоретических работ в данной области можно найти в [3]. Особенно благоприятные условия для работы по типу NEMAG возникают при приложении к полупроводнику постоянного магнитного поля [4].

В настоящей работе мы показываем, что режим NEMAG может реализовываться и в полупроводниковой сверхрешетке с минизонным транспортным режимом, находящейся в скрещенных электрическом и магнитном полях умеренных напряженностей. В этом случае при определенных условиях может возникнуть инверсная населенность, при которой средняя энергия электронов находится выше середины минизоны, а эффективная электронная масса становится в среднем отрицательной. В свою очередь, это приводит к усилению терагерцового (ТГц) излучения, в том числе и в отсутствие характерных для классических схем усиления нестабильностей [5, 6],

связанных с отрицательной дифференциальной проводимостью (ОДП). В отличие от квантовых каскадных структур слабосвязанных ям, где достижение инверсной населенности между уровнями Ландау позволяет создать перестраиваемый квантовый генератор ТГц-излучения [7], динамика электронов в сильно связанной сверхрешетке подчиняется, по сути, квазиклассическим законам [8, 9]. Заметим, что в недавней работе [10] была продемонстрирована ТГц-электролюминесценция в SiC-структуре, обладающей естественной сверхрешеткой. Это говорит о принципиальной возможности достижения генерации ТГц-излучения в сверхрешеточных структурах с минизонным транспортным режимом.

Минимальная полуклассическая модель сверхрешетки, помещенной в скрещенные поля, была предложена Поляновским в работе [11]. В ней были аналитически найдены ток и его зависимости от напряженностей полей. Как следует из результатов [12, 13], эта простая одноминизонная модель вполне удовлетворительно описывает экспериментально наблюдаемые вольт-амперные характеристики (ВАХ). Различные электронные и оптические свойства сверхрешеток, демонстрирующих одноминизонный транспортный режим под действием электрических и магнитных полей разных конфигураций, были исследованы в целом ряде работ [14–21]. Наконец, в недавней работе [22] на основе численного анализа было пред-

<sup>1)</sup> e-mail: alex.shorokhov@mail.ru

<sup>2)</sup> T. Hyart

сказано широкополосное значительное по величине усиление ТГц-волн в сверхрешетке, находящейся в скрещенных полях.

Однако на основе численного анализа достаточно трудно сделать вывод о физических принципах усиления в такой системе. Выявление этих принципов не только представляет фундаментальный интерес, но и является необходимым в процессе подбора оптимальных параметров работы усилителя. В данной работе мы комбинируем аналитический [11] и численный [22] подходы для демонстрации принципиальной возможности существования режима NEMAG в сверхрешетке и прояснения его связи с ранее описанным эффектом ТГц-усиления.

Изучение электронных траекторий в фазовом пространстве позволяет наглядно понять физическую суть эффекта. Поэтому прежде всего рассмотрим баллистический транспортный режим для электронов сверхрешетки, помещенной в постоянное электрическое поле  $\mathbf{E}$ , направленное вдоль оси сверхрешетки (ось  $x$ ), и постоянное магнитное поле  $\mathbf{H}$ , направленное вдоль оси  $z$ . В приближении сильной связи зависимость энергии  $\varepsilon$  от квазиимпульса  $\mathbf{p}$  имеет стандартный вид:

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \frac{\Delta}{2} \left( 1 - \cos \frac{p_x d}{\hbar} \right) + \frac{1}{2m_{\perp}} (p_y^2 + p_z^2), \quad (1)$$

где  $\Delta$  – ширина минизоны,  $d$  – период сверхрешетки,  $m_{\perp}$  – эффективная электронная масса вдоль слоев сверхрешетки. Используя закон движения:

$$\dot{\mathbf{p}} = e\mathbf{E} + \frac{e}{c}\mathbf{V} \times \mathbf{H}, \quad (2)$$

а также стандартную формулу для скорости:  $\mathbf{V} = \partial\varepsilon(\mathbf{p})/\partial\mathbf{p}$ , получим следующие квазиклассические уравнения, описывающие баллистический транспортный режим:

$$\begin{cases} \dot{K}_x = \omega_B + \omega_c K_y, \\ \dot{K}_y = -\omega_c \sin K_x. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь  $K_x = p_x d/\hbar$ ,  $K_y = \sqrt{m_0/m_{\perp}} p_y d/\hbar$ ,  $\omega_B = eEd/\hbar$  – блоховская частота,  $m_0 = 2\hbar^2/\Delta d^2$  – эффективная электронная масса у дна минизоны вдоль оси сверхрешетки,  $\omega_c = eH/\sqrt{m_0 m_{\perp}} c$  – эффективная циклотронная частота. Импульс вдоль оси  $z$  сохраняется.

Из (3) следует, что проекция квазиволнового вектора на ось  $x$ , определяющая движение электронов вдоль оси сверхрешетки, удовлетворяет уравнению маятника:

$$\ddot{K}_x + \omega_c^2 \sin K_x = 0. \quad (4)$$

Заметим, что электрическое поле входит в данное уравнение только через начальные условия. Из (4) сразу следует, что говорить о возможности усиления внешнего излучения данной системой можно лишь в нелинейном случае, поскольку при малых  $K_x$  мы имеем обычное уравнение малых колебаний, допускающее только резонансное (циклотронное) поглощение излучения, но никак не усиление.

Из (4) получим следующее уравнение фазовой траектории в пространстве квазиволновых векторов:

$$\left( \frac{\omega_B}{\omega_c} + K_y \right)^2 + 4 \sin^2 \left( \frac{K_x}{2} \right) = \left( \frac{\Omega}{\omega_c} \right)^2, \quad (5)$$

где  $\Omega$  определяется начальными условиями для квазиволнового вектора,  $K_x(0) = K_x^0$  и  $K_y(0) = K_y^0$ , а также напряженностями электрического и магнитного полей.

В общем случае частота нелинейных осцилляций имеет вид [11]

$$\Omega_{\text{eff}} = \begin{cases} \frac{\pi\omega_c}{2\mathbf{K}(\Omega/2\omega_c)} & \text{при } \Omega < 2\omega_c, \\ \frac{\pi\Omega}{2\mathbf{K}(2\omega_c/\Omega)} & \text{при } \Omega > 2\omega_c, \end{cases} \quad (6)$$

где  $\mathbf{K}(x)$  – полный эллиптический интеграл первого рода. Заметим, что подобные осцилляции уже наблюдались в эксперименте [9].

Отметим некоторые характерные особенности баллистических траекторий электронов, которые удобно изучать, рассматривая траектории в пространстве квазиволновых векторов (рис.1). Уравнение маятника (4) имеет сепаратрису  $2\omega_c = \Omega$ ,

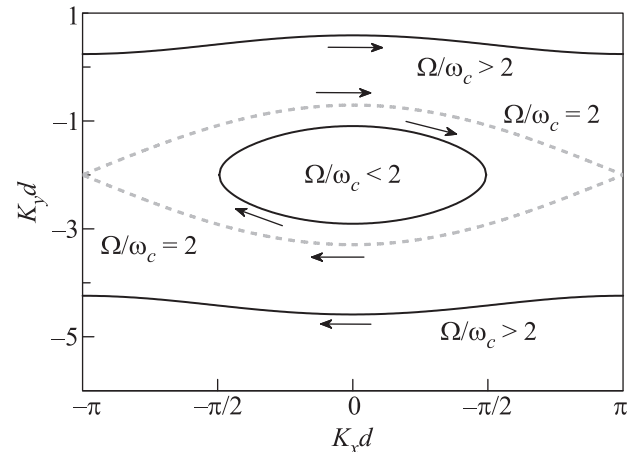


Рис.1. Баллистические траектории в плоскости  $(K_x, K_y)$

разделяющую физически различные режимы периодического движения электронов. На сепаратрисе

в принципе не существует никаких осцилляций. Электроны только асимптотически подходят к верхней границе минизоны. Однако эта траектория нестабильна относительно любого шума или флуктуаций. При  $2\omega_c > \Omega$  магнитное поле является достаточно сильным для того, чтобы ограничить электроны в первой зоне Бриллюэна, и имеют место квазициклотронные осцилляции. С увеличением магнитного поля траектории становятся все более и более похожими на циклотронные. При этом электроны совершают осцилляции вблизи дна минизоны. При  $\Omega/\omega_c > 2$  они осуществляют полное движение по минизоне, сопровождаемое брэгговскими отражениями. Частота блоховских осцилляций модифицирована благодаря изгибу траекторий, вызванному магнитным полем. Отметим, что частота как квазиблоховских, так и квазициклотронных осцилляций уменьшается при приближении к сепаратрисе. Выбор того или иного

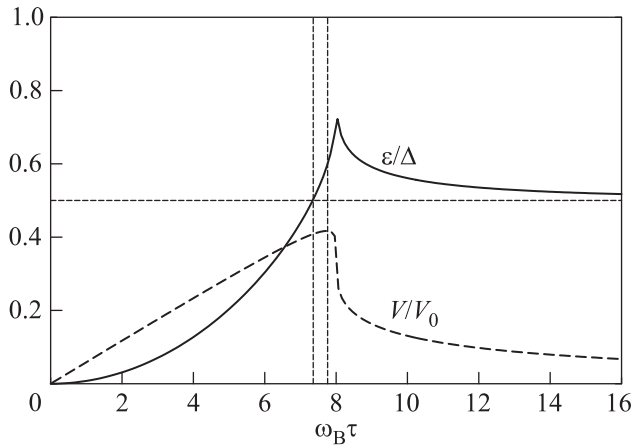


Рис. 2. Средние энергия (сплошная линия) и дрейфовая скорость (штрихпунктирная линия) электронов сверхрешетки как функции  $\omega_B \tau$  при  $\omega_c \tau = 4$ . Скорость нормирована на максимальную минизонную скорость электрона  $V_0 = \Delta d/2\hbar$ , а энергия – на  $\Delta$ . Горизонтальная штриховая прямая соответствует середине минизоны, вертикальные – блоховским частотам, при которых эффективная масса и производная от скорости по  $\omega_B$  меняют знак

типа движения электронов сильно зависит от их начального квазиимпульса. В частном случае нулевых начальных условий ( $K_x(0) = 0, K_y(0) = 0$ ) уравнение маятника имеет сепаратрису при  $2\omega_c = \omega_B$ . Нулевые начальные условия соответствуют случаю низких температур и концентраций электронов, когда в равновесии оказываются заполненными только состояния вблизи дна минизоны. Данный случай мы будем рассматривать в дальнейшем.

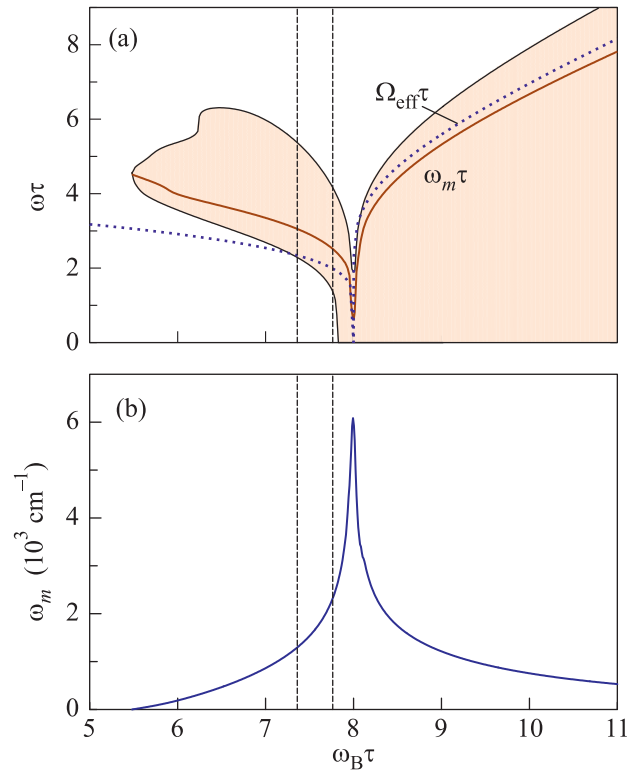


Рис. 3. (а) – Область полей и частот (выделена заливкой), соответствующих усилению слабого переменного поля в сверхрешетке. Сплошная кривая – частоты  $\omega_m \tau$ , имеющие максимальный коэффициент усиления, пунктирная – эффективные частоты  $\Omega_{\text{eff}} \tau$  осцилляций баллистических электронов. (б) – Максимально возможный коэффициент усиления как функция поля  $\omega_B \tau$ . Везде  $\omega_c \tau = 4$ . Смысл вертикальных штриховых прямых такой же, как и на рис. 2

Если учесть рассеяние электронов в приближении постоянного времени релаксации  $\tau$ , то при низких температурах сепаратриса разделяет области положительного и отрицательного наклона на ВАХ сверхрешетки [11, 22] (с учетом сдвига максимума на величину порядка  $\tau^{-1}$ , характерного для диссипативных систем). Это вполне понятно, если принять во внимание, что при квазициклотронных осцилляциях электрон не успевает достичь границы зоны Бриллюэна и совершить полное отражение. Таким образом, генерация высокочастотного излучения без ОДП принципиально возможна только в области квазициклотронных осцилляций, соответствующих колебательному, а не вращательному режиму движения маятника (4).

Физически возможность усиления излучения связана с особым поведением средней энергии и эффективной массы. Вычислим среднюю энергию электро-

нов вдоль оси  $x$ , считая, что в начальный момент времени они находились на дне минизоны:

$$\langle \varepsilon_x \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^\infty \varepsilon_x(t) e^{-t/\tau} dt. \quad (7)$$

Здесь

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta}{2} \left( 1 - \cos \frac{p_x d}{\hbar} \right) = \Delta \operatorname{sn}^2 \left( \frac{\omega_B t}{2}; \frac{2\omega_c}{\omega_B} \right), \quad (8)$$

где  $\operatorname{sn}(u; k)$  – эллиптическая функция Якоби.

Тогда при  $\omega_B/\omega_c > 2$  получим

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon_x \rangle &= \frac{2\pi^2 \Delta}{k^2 \mathbf{K}^2(k)} \sum_{n,l=0}^{\infty} \frac{q^{n+l+1}}{(1-q^{2n+1})(1-q^{2l+1})} \times \\ &\times \left\{ \frac{1}{1 + [(n-l)\pi\omega_B\tau/2\mathbf{K}(k)]^2} - \right. \\ &\left. - \frac{1}{1 + [(n+l+1)\pi\omega_B\tau/2\mathbf{K}(k)]^2} \right\}. \quad (9) \end{aligned}$$

Здесь  $k = 2\omega_c/\omega_B$ ,  $q = e^{-\pi\mathbf{K}'/\mathbf{K}}$ ,  $\mathbf{K}'$  – полный эллиптический интеграл первого рода аргумента  $\sqrt{1-k^2}$ . Как следует из (9) и рис. 2, в пределе  $\omega_B \rightarrow \infty$  средняя энергия стремится к середине зоны ( $\langle \varepsilon_x \rangle \rightarrow \Delta/2$ ), что типично для обычных блоховских осцилляций.

При  $\omega_B/\omega_c < 2$  средняя энергия будет иметь вид

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon_x \rangle &= \frac{2\pi^2 \Delta}{\mathbf{K}^2} \sum_{n,l=0}^{\infty} \frac{q^{n+l+1}}{(1-q^{2n+1})(1-q^{2l+1})} \times \\ &\times \left\{ \frac{1}{1 + [(n-l)\pi\omega_c\tau/\mathbf{K}]^2} - \right. \\ &\left. - \frac{1}{1 + [(n+l+1)\pi\omega_c\tau/\mathbf{K}]^2} \right\}, \quad (10) \end{aligned}$$

где в отличие от (9)  $k = \omega_B/2\omega_c$ .

При  $\omega_B = 2\omega_c$  получим

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon_x \rangle &= -3 + \frac{2}{\omega_B\tau} \left[ \psi \left( \frac{\omega_B\tau + 1}{2\omega_B\tau} \right) - \psi \left( \frac{1}{2\omega_B\tau} \right) \right] + \\ &+ 4 \sum_{n,s=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+s}}{1 + (n+s)\omega_B\tau}, \quad (11) \end{aligned}$$

где  $\psi(x)$  – пси-функция Эйлера.

Возможность усиления высокочастотного излучения в сверхрешетке без магнитного поля традиционно связывается с использованием режима ОДП, что соответствует условию  $\omega_B\tau > 1$  [6]. Магнитное поле не только сдвигает максимум ВАХ сверхрешетки в сторону больших полей [12], но и приводит к появлению новой области усиления слева от пика ВАХ,

а также к значительному возрастанию усиления при ОДП [22]. Мы утверждаем, что эти эффекты усиления могут быть объяснены в рамках концепции ОЭМ. Усиление будет наиболее сильным, когда средняя энергия электронов окажется больше середины минизоны, а эффективная масса станет отрицательной, как это происходит в случае NEMAG, поскольку, как видно из формулы [23]

$$m_x(\varepsilon_x) = \frac{m_0}{1 - 2\varepsilon_x/\Delta}, \quad (12)$$

переход к инверсной населенности непосредственно связан с появлением ОЭМ.

На рис. 2 изображены зависимости средней энергии электронов (9)–(11) и их дрейфовой скорости [11] от нормированного электрического поля  $\omega_B\tau$ . При разогреве электронного газа электроны накапливают энергию, которая при ОДП будет, по крайней мере для длинных сверхрешеток с омическими контактами, сбрасываться в образование доменов в результате развития зарядовых неустойчивостей [24]. При выборе рабочей точки на участке ВАХ с положительным наклоном неустойчивости отсутствуют, и накопленная энергия может непосредственно переходить в излучение. Максимум энергии совпадает с точкой перехода от вращательного к колебательному режиму ( $\omega_B = 2\omega_c$ ), тогда как максимум средней скорости сдвинут влево относительно этой точки на величину порядка  $\tau^{-1}$ . Подобное поведение энергии и скорости хорошо известно в теории колебательных систем. Амплитудный резонанс всегда сдвинут относительно энергетического на величину порядка коэффициента затухания. Из рисунка ясно видно, что область, где энергия электрона становится выше середины зоны, начинается со значений, меньших, чем максимум ВАХ. Следовательно, существует область вблизи сепаратрисы, в которой средняя энергия электрона выше середины зоны, тогда как наклон ВАХ положителен, а значит, система стабильна. Такая система работает как классический аналог квантовых генераторов излучения.

Сделанные утверждения подтверждаются численным анализом поглощения пробного поля  $E(t) = E_\omega \cos(\omega t)$ , направленного вдоль оси сверхрешетки. Амплитуда пробного поля  $E_\omega$  мала, а частота  $\omega$  меняется в довольно широких пределах. При этом предполагается, что в условиях эксперимента  $\omega$  будет фиксироваться внешним резонансным контуром. Для вычисления коэффициента поглощения применялся метод интегральных решений уравнения Больцмана для сверхрешетки [15, 22]. Для численного анализа мы использовали типичные параметры

сверхрешетки на основе GaAs:  $d = 6$  нм,  $\Delta = 60$  мэВ, концентрация свободных носителей  $n = 10^{16}$  см $^{-3}$ , диэлектрическая проницаемость  $\epsilon = 13$ .

На рис. 3а показана область в параметрическом пространстве  $(\omega_{BT}, \omega_T)$ , соответствующая усилению вынужденного излучения. Как видно из рисунка, область усиления больше, чем область ОЭМ. Это является еще одной иллюстрацией неоднократно высказывавшегося утверждения о том, что ОЭМ представляет собой только одно из условий возникновения усиления [25–27]. Очевидно, что не все частоты будут усиливаться одинаково. В частности, максимально возможному коэффициенту усиления соответствуют частоты  $\omega_m$ , показанные на том же рисунке. Как уже говорилось выше, усиление в данном случае непосредственно связано с осцилляциями электронов внутри минизоны. Действительно, из рис. 3а видно, что зависимость  $\omega_m$  от электрического поля хорошо коррелирует с соответствующей зависимостью для эффективной частоты электронных осцилляций  $\Omega_{\text{eff}}$ .

На рис. 3б изображена зависимость коэффициента усиления от  $\omega_{BT}$  для тех частот  $\omega$ , для которых он имеет максимальные значения (т.е. для  $\omega_m$ ). Видно, что максимальное усиление достигается в окрестности сепаратрисы. При этом ему соответствуют минимальные усиливаемые частоты. Как уже ранее подчеркивалось в [22], вблизи сепаратрисы коэффициент усиления имеет очень большие численные значения. Оценим диапазон возможных частот  $\omega$ . Считая, что для типичной сверхрешетки время релаксации составляет порядка 200 фс, получим, что усиливаемые частоты соответствуют диапазону от 500 ГГц до нескольких ТГц. Необходимая напряженность магнитного поля должна составлять несколько Тл.

В заключение отметим, что в минизоне сверхрешетки отрицательные эффективные массы электронов также могут возникать как под действием постоянного электрического поля при обычных блоховских осцилляциях [5, 23], так и под действием переменного поля накачки при параметрическом усилении [28] и других параметрических эффектах [29, 30]. Однако в обоих указанных случаях средние за период осцилляций значения массы остаются положительными. Это говорит о невозможности возникновения инверсии заселенностей. Приложение перпендикулярного магнитного поля делает электронные осцилляции нелинейными, а среднюю массу электронов отрицательной в режиме сильной нелинейности. В связи с этим интересным является по-прежнему нерешенный вопрос о возможной роли ОЭМ в механизме усиления ТГц-излучения в сверхрешетке с

наклонным магнитным полем [22], где минизонная динамика электронов проявляет достаточно сильную нелинейность, выражающуюся в существовании хаотической паутины [16].

Публикация выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках госзадания (проект # 2.2665.2014), EPSRC (грант # EP/I01490X/1) и Royal Society (UK-India Collaboration). Частично работа поддержана Минобрнауки РФ в рамках госконтракта 11.519.11.3023.

1. H. Krömer, Phys. Rev. **109**, 1856 (1958).
2. А. А. Андронов, А. М. Белянцев, В. И. Гавриленко, Е. П. Додин, З. Ф. Красильник, В. В. Никоноров, С. А. Павлов, Письма в ЖЭТФ **40**, 221 (1984).
3. А. А. Андронов, ФТП **21**, 1153 (1987).
4. А. А. Андронов, А. М. Белянцев, В. И. Гавриленко, Е. П. Додин, Е. Ф. Красильник, В. В. Никоноров, С. А. Павлов, М. М. Шварц, ЖЭТФ **90**, 367 (1986).
5. L. Esaki and R. Tsu, IBM J. Res. Dev. **14**, 61 (1970).
6. С. А. Ктиторов, Г. С. Симин, В. Я. Синдаловский, ФТТ **13**, 2230 (1971).
7. F. R. Jasnot, L.-A. de Vaulchier, Y. Guldner, G. Bastard, A. Vasanelli, C. Manquest, C. Sirtori, M. Beck, and J. Faist, Appl. Phys. Lett. **100**, 102103 (2012).
8. А. Я. Шик, ФТП **7**, 261 (1973).
9. T. Bauer, J. Kolb, A. V. Hummel, H. G. Roskos, Y. Kosevich, and K. Köhler, Phys. Rev. Lett. **88**, 086801 (2002).
10. В. И. Санкин, А. В. Андрианов, А. О. Захарьин, А. Г. Петров, Письма в ЖЭТФ **94**, 393 (2011).
11. В. М. Поляновский, ФТП **14**, 1215 (1980).
12. A. Sibille, J. F. Palmier, A. Celeste, J. C. Portal, and F. Mollot, Europhys. Lett. **13**, 279 (1990).
13. J. F. Palmier, A. Sibille, G. Etemadi, A. Celeste, and J. C. Portal, Semicond. Sci. Technol. **7**, B283 (1992).
14. Ф. Г. Басс, В. А. Лыхах, А. П. Терервов, ФТП **14**, 2314 (1980).
15. Ф. Г. Басс, В. В. Зорченко, В. И. Шашора, ФТП **15**, 459 (1981).
16. T. M. Fromhold, A. A. Krokhin, C. R. Tench, S. Bujkiewicz, P. B. Wilkinson, F. W. Sheard, and L. Eaves, Phys. Rev. Lett. **87**, 046803 (2001).
17. T. M. Fromhold, A. Patanè, S. Bujkiewicz, P. B. Wilkinson, D. Fowler, D. Sherwood, S. P. Stapleton, A. A. Krokhin, L. Eaves, M. Henini, N. S. Sankeshwar, and F. W. Sheard, Nature **428**, 726 (2004).
18. Yu. A. Kosevich, A. V. Hummel, H. G. Roskos, and K. Köhler, Phys. Rev. Lett. **96**, 137403 (2006).
19. T. Feil, C. Gerl, and W. Wegscheider, Phys. Rev. B **73**, 125301 (2006).

20. N. V. Demarina, E. Mohler, A. Lisauskas, H. G. Roskos, Phys. Rev. B **80**, 24530 (2009).
21. A. O. Selskii, A. A. Koronovskii, A. E. Hramov, O. I. Moskalenko, K. N. Alekseev, M. T. Greenaway, F. Wang, T. M. Fromhold, A. V. Shorokhov, N. N. Khvastunov, and A. G. Balanov, Phys. Rev. B **84**, 235311 (2011).
22. T. Hyart, J. Mattas, and K. N. Alekseev, Phys. Rev. Lett. **103**, 117401 (2009).
23. A. A. Ignatov, K. F. Renk, and E. P. Dodin, Phys. Rev. Lett. **70**, 1996 (1993).
24. N. Alexeeva, M. T. Greenaway, A. G. Balanov, O. Makarovskiy, A. Patanè, M. B. Gaifullin, F. Kusmartsev, and T. M. Fromhold, Phys. Rev. Lett. **109**, 024102 (2012).
25. P. Kaus, Phys. Rev. Lett. **3**, 20 (1959).
26. S. Rodriguez, Phys. Rev. **115**, 821 (1959).
27. C. Kittel, Proc. Nat. Acad. Sci. USA **45**, 744 (1959).
28. T. Hyart, A. Shorokhov, and K. N. Alekseev, Phys. Rev. Lett. **98**, 220404 (2007).
29. Ю. А. Романов, Ю. Ю. Романова, ЖЭТФ **118**, 1193 (2000).
30. А. В. Шорохов, Н. Н. Хвастунов, Т. Hyart, К. N. Alekseev, ЖЭТФ **138**, 930 (2010).