Сила трения при движении релятивистской малой нейтральной частицы относительно черного излучения

А. И. Волокитин[1)]

Peter Grünberg Institut, Forschungszentrum Jülich, D-52425 Jülich, Germany

Самарский государственный технический университет, 443100 Самара, Россия

Самарский государственный аэрокосмический университет, 443086 Самара, Россия

Поступила в редакцию 2 декабря 2014 г.

После переработки 9 февраля 2015 г.

Приводится расчет с использованием флуктуационной электродинамики силы трения при движении релятивистской малой нейтральной частицы относительно черного излучения. Показано, что ускорение частицы определяется силой трения в системе покоя частицы (K'-система отсчета), которая в общем случае не равна силе трения в системе отсчета, устанавливаемой черным излучением (K-система отсчета). Разница между силами трения в разных системах отсчета связана с изменением массы покоя частицы за счет поглощения и эмиссии излучения частицей. Сила трения в системе K' определяется только взаимодействием частицы с черным излучением. Поэтому она зависит лишь от температуры этого излучения и не зависит от температуры частицы. В системе K взаимодействие частицы с собственным тепловым излучением также дает вклад в силу трения. При стационарной температуре частицы силы трения в системах K' и K равны. Для атома сила трения черного излучения определяется радиационным уширением электронной линии атома, которое вычисляется путем учета взаимодействия атома со своим излучением. В ультрарелятивистском случае $(1-\beta \to 0)$ для атома сила трения расходится как $(1-\beta)^{-3}$ и (средняя) температура атома $T_2 \approx (1-\beta)^{-3/8}T_1$, где T_1 – температура черного излучения, а $\beta = V/c$. Обсуждаются разногласия в теории трения посредством черного излучения.

DOI: 10.7868/S0370274X15070024

Замечательным примером сил, обусловленных флуктуациями, является сила трения при движении тела относительно флуктуирующего электромагнитного поля, создаваемого тепловыми и квантовыми флуктуациями в другом теле. В настоящее время радиационное трение привлекает большое внимание как один из механизмов трения между телами при отсутствии между ними прямого контакта [1]. Бесконтактное трение определяет предел, до которого может быть уменьшено трение, а следовательно, и флуктуации, что является важным для ультрапрецизионной регистрации сил. Например, регистрация одиночных спинов с помощью магнитно-резонансной силовой микроскопии, которая была предложена для получения трехмерного изображения сложных молекул [2, 3], типа протеина и для создания квантового компьютера [4], требует уменьшения флуктуаций (а следовательно, и трения) до беспрецедентного уровня. Кроме того, измерения гравитационных взаимодействий на малых пространственных масштабах [5], будущие измерения сил Казимира [6] и поведение микро- и наноэлектромеханических устройств могут быть в конечном счете ограничены эффектами бесконтактного трения.

Исследование радиационного трения уходит глубокими корнями к основам квантовой механики. Сила трения при движении частицы в черном излучении, которое является предельным случаем флуктуирующего электромагнитного поля, изучалась на заре квантовой механики Эйнштейном и Хопфом [7] (см. также [8]). Трение в этом случае может быть объяснено зависящим от направления эффектом Доплера. В системе покоя атом может поглощать движущиеся ему навстречу фотоны с “голубым” сдвигом частоты и испускать фотоны во всех направлениях, что приводит к передаче импульса и трению. Трение посредством черного излучения возникает, например, при взаимодействии космических лучей с черным фоновым излучением [9–11]. Ранее изучалось индуцированное электромагнитными флуктуациями трение между плоскими поверхностями [1, 12–16], малой нейтральной частицей и плоской поверхностью [1, 17–26], малой частицей и черным излучением [1, 16, 22, 11, 27, 28]. Однако теория радиа-

[1)]e-mail: alevolokitin@yandex.ru

ционного трения до сих пор вызывает противоречивые мнения. Разные авторы, рассматривавшие силу трения при движении малой нейтральной частицы относительно черного излучения с использованием различных подходов [1, 11, 16, 19, 22, 27–30], получили результаты, которые находятся в остром противоречии друг с другом. В работах [7, 8, 1, 16, 11] при расчете силы трения учитывалось только взаимодействие с черным излучением. Поэтому сила трения зависела только от температуры этого излучения. В работах [22, 19, 27, 28] учитывалось также взаимодействие частицы с собственным тепловым излучением. При этом сила трения зависит как от температуры черного излучения, так и от температуры частицы. Противоречивость различных теорий трения черного излучения недавно обсуждалась в работе [27].

В настоящем письме разрабатывается новая релятивистская теория силы трения при движении малой нейтральной частицы относительно черного излучения, которая включает как предельные случаи прежние теории трения черного излучения из работ [1, 11, 16, 19, 22, 27–30]. В противоположность мнению авторов работы [27] полные силы трения, действующие на частицу в системе отсчета черного излучения (K-система отсчета) и в системе покоя частицы (K'-система отсчета), не равны. Это различие связано с изменением массы покоя частицы за счет поглощения и эмиссии ею излучения. Недавно в [22] была разработана полностью ковариантная теория трения черного излучения. Однако физическая природа различия сил трения в разных системах отсчета и условие стационарной температуры частицы в этой работе не были установлены.

Рассмотрим малую нейтральную частицу ($R \ll \lambda_T = \hbar c/k_{\mathrm{B}}T$), движущуюся относительно черного излучения. Введем две системы отсчета, K и K'. Тепловое излучение находится в равновесном состоянии в K-системе отсчета. Система K' движется со скоростью V вдоль оси x. В системе K' частица движется со скоростью $v' \ll V$ вдоль оси x. При движении частицы с ускорением система K' совпадает с системой покоя частицы только в момент времени $t = t_0$, когда $v'(t_0) = 0$. Однако при $v' \ll V$ разницей между силами трения в системе K' и в системе покоя частицы можно пренебречь. Поэтому в настоящей статье система K' обозначается как система покоя частицы. Связь между x-компонентами импульса в различных системах отсчета определяется формулой

$$p_x = (p'_x + \beta E'/c)\gamma, \tag{1}$$

где $\beta = V/c$, $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$, $E' = E_0/\sqrt{1-(v'/c)^2}$ – полная энергия частицы в K'-системе отсчета, $E_0 = m_0c^2$ – энергия покоя частицы, которая может меняться за счет эмиссии и поглощения частицей излучения. Из (1) получим

$$\frac{dp_x}{dt} = \frac{1}{1+(Vv'/c^2)}\left[\frac{dp'_x}{dt'} + V\frac{dm_0}{dt'}\frac{1}{\sqrt{1-(v'/c)^2}} + m_0V\frac{d}{dt'}\left(\frac{1}{\sqrt{1-(v'/c)^2}}\right)\right]. \tag{2}$$

Отсюда при $v' \ll V$ следует связь между силами в системах K и K':

$$F_x = F'_x + V\frac{dm_0}{dt'}, \tag{3}$$

где F_x и F'_x – силы трения в системах K и K' соответственно. Последнее слагаемое в уравнении (3) определяет скорость изменения импульса частицы в системе K за счет изменения ее массы, которое происходит из-за поглощения и эмиссии излучения частицей. Таким образом при взаимодействии частицы с излучением сила, связанная с этим взаимодействием, имеет разные значения в системах K и K'. Учитывая, что при $v' \ll V$

$$\frac{dp_x}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0v}{\sqrt{1-(v/c)^2}}\right) = \frac{dm_0}{dt'}V + m_0\gamma^3\frac{dv}{dt}, \tag{4}$$

из (2) получим

$$m_0\gamma^3\frac{dv}{dt} = \frac{dp'_x}{dt'} = F'_x, \tag{5}$$

где v – скорость частицы в системе K. Из уравнения (5) следует, что ускорение частицы в системе K определяется значением силы трения в системе K'. При равномерном движении частицы к ней должна быть приложена внешняя сила f_x. При $v = V = \mathrm{const}$ уравнение движения частицы имеет вид

$$\gamma\frac{dm_0}{dt}V = F_x + f_x. \tag{6}$$

Если сила f_x не связана с поглощением частицей тепла, то она не приводит к изменению массы покоя частицы и ее значение в обоих системах одинаково, т.е. $f_x = f'_x$. В этом случае

$$f_x = -F_x + \gamma\frac{dm_0}{dt}V = -F_x + \frac{dm_0}{dt'}V = -F'_x, \tag{7}$$

т.е. для равномерного движения частицы к ней должна быть приложена внешняя сила, равная взятой с противоположным знаком силе трения в системе K'.

В системе K' отсчета сила Лоренца определяется выражением [18, 31]

$$F'_x = \frac{\partial}{\partial x'} \langle \mathbf{p'_e} \cdot \mathbf{E}'^*(\mathbf{r}') \rangle_{\mathbf{r}'=\mathbf{r}'_0}, \tag{8}$$

где согласно флуктуационной электродинамике [32–34] $\mathbf{d}'_e = \mathbf{p}^{f\prime}_e + \mathbf{p}^{in\prime}_e$, $\mathbf{E}' = \mathbf{E}^{f\prime} + \mathbf{E}^{in\prime}$, $\mathbf{d}^{f\prime}_e$ и $\mathbf{E}^{f\prime}$ – флуктуирующий дипольный момент частицы и напряженность электрического поля черного излучения, $\mathbf{d}^{in\prime}_e$ и $\mathbf{E}^{in\prime}$ – индуцированный черным излучением дипольный момент частицы и индуцированная флуктуирующим дипольным моментом напряженность электрического поля. С учетом статистической независимости флуктуирующих и индуцированных величин сила Лоренца может быть записана в виде

$$F'_x = F'_{1x} + F'_{2x}, \tag{9}$$

где

$$F'_{1x} = \frac{\partial}{\partial x'} \langle \mathbf{d}^{\mathbf{in}\prime}_{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{E}^{\mathbf{f}\prime *}(\mathbf{r}') \rangle_{\mathbf{r}'=\mathbf{r}'_0}, \tag{10}$$

$$F'_{2x} = \frac{\partial}{\partial x'} \langle \mathbf{d}^{\mathbf{f}\prime}_{\mathbf{e}} \cdot \mathbf{E}^{\mathbf{in}\prime *}(\mathbf{r}') \rangle_{\mathbf{r}'=\mathbf{r}'_0}, \tag{11}$$

Для вычисления F'_{1x} воспользуемся представлением электромагнитного поля черного излучения в системе K' в виде интеграла Фурье:

$$\mathbf{E}^{f\prime}(\mathbf{r}', t') = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \int \frac{d^3k'}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{k}'\cdot\mathbf{r}' - i\omega' t'} \mathbf{E}^{f\prime}(\mathbf{k}', \omega').$$

Учитывая, что

$$\mathbf{d}^{in\prime}_e = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \int \frac{d^3k'}{(2\pi)^3} \alpha(\omega') e^{i\mathbf{k}'\ cdot \mathbf{r}' - i\omega' t'} \mathbf{E}(\mathbf{k}', \omega'),$$

где $\alpha(\omega')$ – электрическая восприимчивость частицы, получим

$$F'_{1x} = -i \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \int \frac{d^3k'}{(2\pi)^3} k'_x \alpha(\omega') \langle \mathbf{E}' \cdot \mathbf{E}'^* \rangle_{\omega'\mathbf{k}'}. \tag{12}$$

При переходе из K'-системы в K-систему отсчета $\langle \mathbf{E}' \cdot \mathbf{E}'^* \rangle_{\omega'\mathbf{k}'}$ преобразуется как плотность энергии плоской электромагнитной волны. Согласно закону преобразования плотности энергии плоской электромагнитной волны [35]

$$\langle \mathbf{E}' \cdot \mathbf{E}'^* \rangle_{\omega'\mathbf{k}'} = \langle \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^* \rangle_{\omega\mathbf{k}} \left(\frac{\omega'}{\omega} \right)^2. \tag{13}$$

Согласно теории флуктуирующего электромагнитного поля спектральная плотность флуктуаций электрического поля определяется формулой [36]

$$\langle E_i(\mathbf{r}) E^*_j(\mathbf{r}') \rangle_{\omega\mathbf{k}} = \hbar \mathrm{Im} D_{ij}(\mathbf{k}, \omega) \coth \frac{\hbar\omega}{2k_\mathrm{B} T_1}, \tag{14}$$

где функция Грина для электромагнитного поля в свободном пространстве задается выражением

$$D_{ik}(\omega, \mathbf{k}) = -\frac{4\pi\omega^2/c^2}{\omega^2/c^2 - k^2 + i0 \cdot \mathrm{sign}\,\omega} \left[\delta_{ik} - \frac{c^2 k_i k_k}{\omega} \right], \tag{15}$$

а T_1 – температура черного излучения. С учетом того, что

$$\mathrm{Im} \frac{1}{\omega^2/c^2 - k^2 + i0 \cdot \mathrm{sign}\,\omega} = = \mathrm{Im} \frac{1}{\omega'^2/c^2 - k'^2 + i0 \cdot \mathrm{sign}\,\omega'},$$

$$\langle \mathbf{E}' \cdot \mathbf{E}'^* \rangle_{\omega'\mathbf{k}'} = 4\pi^2 \hbar k' \times \times \left[\delta\left(\frac{\omega'}{c} - k' \right) - \delta\left(\frac{\omega'}{c} + k' \right) \right] \coth \frac{\hbar\omega}{2k_\mathrm{B} T_1}. \tag{16}$$

Подстановка (16) в формулу (12) и интегрирование по ω' дают

$$F'_{1x} = \frac{\hbar c}{2\pi^2} \int d^3k' k' k'_x \mathrm{Im}\alpha(ck') \coth \frac{\hbar\gamma(ck' + V k'_x)}{2k_\mathrm{B} T_1}, \tag{17}$$

где учтено, что $\omega = (\omega' + k'_x V)\gamma$. Вводя новую переменную $\omega' = ck'$, (17) можно переписать в виде

$$F'_{1x} = \frac{\hbar}{\pi c^2} \int_0^{\infty} d\omega' \omega'^2 \times \times \int_{-\omega'/c}^{\omega'/c} dk'_x k'_x \mathrm{Im}\alpha(\omega') \coth \frac{\hbar\gamma(\omega' + V k'_x)}{2k_\mathrm{B} T_1}. \tag{18}$$

При малых скоростях ($V \ll c$) $F_x = -\Gamma V$, где

$$\Gamma = \frac{\hbar^2}{3\pi c^5 k_\mathrm{B} T_1} \int_0^{\infty} d\omega \frac{\omega^5 \mathrm{Im}\alpha(\omega)}{\sinh^2(\hbar\omega/2k_\mathrm{B} T_1)}. \tag{19}$$

Впервые формула (19) была получена в работе [11] с помощью другого подхода. Скорость изменения энергии покоя частицы в системе K' за счет поглощения черного излучения определяется формулой

$$P'_1 = \frac{dm_0}{dt'} c^2 = \langle \mathbf{j}^{in\prime}_e \cdot \mathbf{E}'^* \rangle = \frac{\partial}{\partial t'} \langle \mathbf{d}^{in\prime}_e(t') \cdot \mathbf{E}'^*(t'_0) \rangle_{t'=t'_0}. \tag{20}$$

После вычислений, аналогичных проведенным при вычислении F_{1x}, получим

$$P'_1 = \frac{\hbar}{\pi c^2} \int_0^{\infty} d\omega' \omega'^2 \times \times \int_{-\omega'/c}^{\omega'/c} dk'_x \omega' \mathrm{Im}\alpha(\omega') \coth \frac{\hbar\gamma(\omega' + V k'_x)}{2k_\mathrm{B} T_1}. \tag{21}$$

С учетом формулы (3) сила трения, действующая на частицу в системе K из-за взаимодействия с черным излучением, определяется формулой

$$F_{1x} = F'_{1x} + \beta \frac{P'_1}{c} =$$

$$= \frac{\hbar}{\pi c^2}\int_0^\infty d\omega'\omega'^2\int_{-\omega'/c}^{\omega'/c}dk'_x\left(k'_x+\beta\frac{\omega'}{c}\right)\times$$
$$\times \mathrm{Im}\alpha(\omega')\coth\frac{\hbar\gamma(\omega'+Vk'_x)}{2k_\mathrm{B}T_1}. \quad (22)$$

После замены в интеграле (22) переменных: $k'_x = \gamma(k_x-\beta\omega/c)$, $\omega'=\gamma(\omega-Vk_x)$, получим

$$F_{1x}=\frac{\hbar\gamma}{\pi c^2}\int_0^\infty d\omega\int_{-\omega/c}^{\omega/c}dk_x k_x(\omega-Vk_x)^2\times$$
$$\times \mathrm{Im}\alpha[\gamma(\omega-Vk_x)]\coth\frac{\hbar\omega}{2k_\mathrm{B}T_1}, \quad (23)$$

где учтено, что $d\omega' dk'_x = d\omega dk_x$.

Для вычисления F'_{2x} в системе K' воспользуемся представлением флуктуирующего дипольного момента частицы в виде интеграла Фурье:

$$\mathbf{d}^f(t')=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\omega'}{2\pi}e^{-i\omega' t'}\mathbf{d}^f(\omega'). \quad (24)$$

Электрическое поле, создаваемое в системе K' флуктуирующим дипольным моментом частицы, определяется формулой

$$E_i^{in'}(\mathbf{r}',t')=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\omega'}{2\pi}\times$$
$$\times\int\frac{d^3k'}{(2\pi)^3}e^{i\mathbf{k}'\cdot(\mathbf{r}'-\mathbf{r}'_0)-i\omega' t'}D_{ik}(\omega',\mathbf{k}')d_k^f(\omega'). \quad (25)$$

Согласно флуктуационно-диссипативной теореме спектральная плотность флуктуаций флуктуирующего дипольного момента определяется формулой [36]

$$\langle d_i^f d_k^{f*}\rangle_{\omega'}=\hbar\mathrm{Im}\alpha(\omega')\coth\left(\frac{\hbar\omega'}{2k_\mathrm{B}T_2}\right)\delta_{ij}, \quad (26)$$

где T_2 – температура частицы. Подставляя (24) и (25) в (11), с учетом (26) получим

$$F'_{2x}=-\frac{\hbar}{\pi c^2}\int_0^\infty d\omega'\omega'^2\times$$
$$\times\int_{-\omega'/c}^{\omega'/c}dk'_x k'_x\mathrm{Im}\alpha(\omega')\coth\frac{\hbar\gamma\omega'}{2k_\mathrm{B}T_2}=0. \quad (27)$$

Таким образом, в системе покоя частицы сила трения за счет ее теплового излучения равна нулю. Дело в том, что в этой системе ввиду симметрии дипольного излучения полный излучаемый импульс равен нулю. Поэтому изменение импульса частицы в системе покоя определяется силой Лоренца F'_{1x}, действующей на частицу со стороны внешнего электромагнитного поля черного излучения. Скорость изменения энергии покоя частицы в системе K' за счет ее теплового излучения и сила трения в системе K определяются с помощью аналогичных вышеприведенным вычислений:

$$P'_2=-\frac{\hbar}{\pi c^2}\int_0^\infty d\omega'\omega'^2\int_{-\omega'/c}^{\omega'/c}dk'_x\omega'\mathrm{Im}\alpha(\omega')\coth\frac{\hbar\gamma\omega'}{2k_\mathrm{B}T_2}, \quad (28)$$

$$F_{2x}=-\frac{\hbar\gamma}{\pi c^2}\int_0^\infty d\omega\int_{-\omega/c}^{\omega/c}dk_x k_x(\omega-Vk_x)^2\times$$
$$\times\mathrm{Im}\alpha[\gamma(\omega-Vk_x)]\coth\frac{\hbar\gamma(\omega-Vk_x)}{2k_\mathrm{B}T_2}. \quad (29)$$

Полная сила трения дается формулой

$$F_x=F_{1x}+F_{2x}=$$
$$=\frac{2\hbar\gamma}{\pi c^2}\int_0^\infty d\omega\int_{-\omega/c}^{\omega/c}dk_x k_x(\omega-Vk_x)^2\times$$
$$\times\mathrm{Im}\alpha[\gamma(\omega-Vk_x)][n_1(\omega)-n_2(\omega')], \quad (30)$$

где $n_i(\omega)=[\exp(\hbar\omega/k_\mathrm{B}T_i)-1]^{-1}$. Формула (30) была впервые получена в работе [19]. Недавно она была выведена на основе полностью ковариантной теории в работе [22]. Приведенный в настоящей статье вывод является наиболее компактным и позволяет связать силы трения в различных системах отсчета. Отметим, что сила трения F_x может быть как положительной, так и отрицательной. Однако ускорение, которое определяется силой трения F'_x, всегда является отрицательным. Полное количество тепла, поглощаемое частицей в системе K', определяется формулой

$$P'=P'_1+P'_2=$$
$$=\frac{2\hbar\gamma^2}{\pi c^2}\int_0^\infty d\omega'\int_{-\omega'/c}^{\omega'/c}dk'_x\omega'(\omega-Vk_x)^2\times$$
$$\times\mathrm{Im}\alpha[\gamma(\omega-Vk_x)][n_1(\omega)-n_2(\omega')]. \quad (31)$$

В системе K полная скорость поглощения частицей энергии может быть вычислена из закона преобразования энергии частицы: $E=\gamma(E_0+p'_xV)$, где E и E_0 - полные энергии частицы в системах K и K' соответственно. Отсюда получаем

$$\frac{dE}{dt}=P=P'+F'_xV=$$
$$=\frac{2\hbar\gamma}{\pi c^2}\int_0^\infty d\omega\int_{-\omega/c}^{\omega/c}dk_x\omega(\omega-Vk_x)^2\times$$
$$\times\mathrm{Im}\alpha[\gamma(\omega-Vk_x)][n_1(\omega)-n_2(\omega')]. \quad (32)$$

Формула (32) была недавно получена с помощью другого подхода в работе [28]. Мощность излучения частицы в системе K задается уравнением

$dW_{BB}/dt = -P$. Стационарная температура частицы определяется из условия $P'(T_1, T_2) = 0$, а также для этого состояния $F_x = F'_x$ и $P = F'_x V$.

Сила трения, действующая на частицу при ее движении относительно черного излучения, определяется мнимой частью ее поляризуемости. Для атома мнимая часть поляризуемости связана с уширением электронной линии атома за счет радиационного механизма, который может рассматриваться как взаимодействие атома со своим полем излучения. С учетом этого взаимодействия дипольный момент атома, индуцированный внешним электрическим полем с напряженностью $E_x^{\text{ext}}(\omega, \mathbf{r})$, может быть записан в виде [18, 37]

$$p_x^{\text{ind}} = \alpha_0(\omega)[E_x^{ind}(\omega, \mathbf{r}_0) + E_x^{\text{ext}}(\omega, \mathbf{r}_0)], \tag{33}$$

где $E_x^{ind}(\omega, \mathbf{r}_0)$ – напряженность электрического поля, излучаемого индуцированным дипольным моментом атома. В осцилляторной модели атома без учета радиационного уширения линии электронная поляризуемость атома определяется формулой

$$\alpha_0(\omega) = \frac{\alpha_0(0)\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2}, \tag{34}$$

где $\alpha_0(0)$-статическая поляризуемость атома. В используемой в настоящей статье калибровке функция Грина электромагнитного поля совпадает с напряженностью электрического поля единичного точечного диполя. Поэтому $E_x^{\text{ind}}(\omega, \mathbf{r}_0) = \tilde{D}_{xx}(\omega, \mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0) p_x^{\text{ind}}$, где $\tilde{D}_{xx}(\omega, \mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0)$ – приведенная функция Грина электромагнитного поля в вакууме, которая учитывает вклад только от однородных электромагнитных волн, определяющих поле излучения в дальней зоне. Полная функция Грина $D_{xx}(\omega, \mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0)$ расходится при $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0$. Однако при этом вклад от однородных волн остается конечным и чисто мнимым, а расходящийся вклад от неоднородных является чисто действительным. Поэтому $\tilde{D}_{xx}(\omega, \mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0) = i\text{Im}D_{xx}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0)$. Из формул (33) и (34) получаем

$$\begin{aligned} \text{Im}\alpha(\omega) &= \text{Im}\frac{p_x^{\text{ind}}}{E_x^{\text{ext}}(\omega, \mathbf{r}_0)} = \\ &= \text{Im}\frac{\alpha(0)\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\alpha(0)\omega_0^2 \text{Im}D_{xx}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0)} = \\ &= \alpha(0)\omega_0^2 \frac{\alpha(0)\omega_0^2 \text{Im}D_{xx}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + [\alpha(0)\omega_0^2 \text{Im}D_{xx}]^2}, \end{aligned} \tag{35}$$

где

$$\begin{aligned} \text{Im}D_{xx}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0) &= \text{Im}D_{yy} = \text{Im}D_{zz} = \\ &= \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \text{Im}D_{xx}(\omega, \mathbf{k}) = \frac{2}{3}\left(\frac{\omega}{c}\right)^3 \text{sign}\,\omega. \end{aligned} \tag{36}$$

В области резонанса ($\omega^2 \approx \omega_0^2$) обычно $\alpha(0)\text{Im}D_{xx} \ll \ll 1$ (например, для атома водорода эта величина $\sim 10^{-6}$). Поэтому данная величина может быть взята в пределе $\alpha(0)D_{xx} \to i0$. В таком случае

$$\text{Im}\alpha(\omega) \approx \frac{\pi\alpha(0)\omega_0}{2}[\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)]. \tag{37}$$

В области же, далекой от резонанса ($\omega^2 \ll \omega_0^2$), имеем

$$\text{Im}\alpha(\omega) \approx \frac{2}{3}\left(\frac{\omega}{c}\right)^3 \alpha^2(0)\text{sign}\,\omega. \tag{38}$$

Недавно результат (38) был получен с использованием квантовой электродинамики [30]. Однако анализ, проведенный в настоящем письме, является значительно более простым и проясняет физический смысл членов ряда теории возмущений квантовой электродинамики. Используя (37) и (38) в формуле (18), получим резонансный и нерезонансный вклады в силу трения:

$$F_{1x}^{\text{res}} = \frac{\hbar\omega_0^5\alpha(0)}{c^4}\int_{-1}^{1} dx x \left[\exp\left(\frac{\hbar\gamma\omega_0(1+\beta x)}{k_{\text{B}}T_1}\right) - 1\right]^{-1}, \tag{39}$$

$$F_{1x}^{\text{nonres}} = -\frac{512\pi^7\hbar\alpha(0)^2\gamma^6}{945c^7}\left(\frac{k_{\text{B}}T_1}{\hbar}\right)^8 (7\beta + 14\beta^3 + 3\beta^5). \tag{40}$$

При $\beta \ll 1$ сила трения $F_{1x} = -\Gamma V$, где резонансный и нерезонансный вклады в коэффициент трения определяются формулами

$$\Gamma_{\text{res}} = \frac{\hbar^2\alpha(0)\omega_0^6}{6c^5 k_{\text{B}}T_1}\frac{1}{\sinh^2(\hbar\omega_0/2k_{\text{B}}T_1)}. \tag{41}$$

$$\Gamma_{\text{nonres}} = \frac{512\pi^7\hbar\alpha(0)^2}{135c^8}\left(\frac{k_{\text{B}}T_1}{\hbar}\right)^8. \tag{42}$$

Результаты (41) и (42) уже были получены в работах [11, 30]. В ультрарелятивистском случае ($1 - \beta \ll \ll k_{\text{B}}T_1/\hbar\omega_0 \ll 1$)

$$F_{1x}^{\text{res}} = \frac{\omega_0^4\alpha(0)}{c^4}\sqrt{2}k_{\text{B}}T_1\sqrt{1-\beta}\ln\frac{\hbar\omega_0\sqrt{1-\beta}}{\sqrt{2}k_{\text{B}}T_1}, \tag{43}$$

$$F_{1x}^{\text{nonres}} = \frac{216\pi^7\hbar\alpha(0)^2}{135c^7(1-\beta)^3}\left(\frac{k_{\text{B}}T_1}{\hbar}\right)^8. \tag{44}$$

Таким образом в ультрарелятивистском случае $F_{1x}^{\text{res}} \sim \sqrt{1-\beta}\ln\sqrt{1-\beta} \to 0$ и $F_{1x}^{\text{nonres}} \sim (1-\beta)^{-3} \to \to \infty$ при $1 - \beta \to 0$. Для малых скоростей и типичных температур максимум черного излучения лежит значительно ниже резонансной частоты ω_0, поэтому доминирует нерезонансный вклад (41), что уже было отмечено в работе [29]. Вместе с тем в ультрарелятивистском случае нерезонансный вклад доминирует при всех температурах. Согласно (31) полное количество теплоты, поглощаемой атомом в K'-системе отсчета, определяется уравнением

$$P' = \frac{128\pi^7 k_{\rm B}^8 \alpha(0)^2}{315 c^6 \hbar^7}[\gamma^6(7+35\beta^2+21\beta^4+\beta^6)T_1^8 - 7T_2^8]. \quad (45)$$

Для малых скоростей стационарная температура атома $T_2 = T_1$, а в ультрарелятивистском случае $T_2 \approx (1-\beta)^{-3/8}T_1$. Проблема вычисления мнимой части атомной поляризуемости в области, далекой от резонанса, рассматривалась в работах [29, 30]. Там же было отмечено, что в литературе имеются различные выражения для этой величины, связанные с различной калибровкой электромагнитного поля. В данном письме мнимая часть атомной поляризуемости в области, далекой от резонанса, определяется мнимой частью напряженности электрического поля единичного точечного диполя, которая является калибровочно-инвариантной величиной. В калибровке, используемой в настоящей работе, напряженность электрического поля единичного точечного диполя совпадает с функцией Грина электромагнитного поля. При другой калибровке выражение для функции Грина изменится. Однако определяемая через нее напряженность электрического поля останется неизменной. Поэтому, хотя функция Грина электромагнитного поля и зависит от калибровки, анализ, проведенный в настоящем письме, является калибровочно-инвариантным. Калибровочная инвариантность полученных результатов подтверждается прямыми расчетами в рамках квантовой электродинамики [30].

Теория силы трения при релятивистском движении малой нейтральной частицы относительно черного излучения разрабатывалась Дедковым и Кясовым (ДК) [19, 27, 28] в серии работ, в которых вычислялась сила трения в системе K . Недавно результаты ДК были подтверждены в рамках релятивистски ковариантной теории [22]. В работе [16] нами была предложена альтернативная теория (ВП), в которой вычислялась сила трения в системе K'. Эта теория подверглась критике со стороны ДК [27]. В настоящей работе предложена общая теория, которая включает предыдущие теории и устанавливает связь между ними. В рамках этой обшей теории легко опровергнуть аргументацию ДК [27] при критике теории ВП. Ключевым моментом в теории ВП является установление связи между силами трения трения в системах K и K'. Согласно теории ВП эти силы трения в общем случае не равны, а отличаются за счет изменения массы частицы при эмиссии и поглощения излучения частицей. Этот результат находится в остром противоречии с мнением ДК из работы [27], которые проглядели эффект, связанный с изменением массы покоя частицы. В результате они пришли к неверному заключению о том, что в общем случае полная сила трения, которая складывается из вкладов за счет взаимодействия частицы с черным излучением и с собственным излучением частицы, в системах K и K' равны. ДК предполагали, что в общем случае сила трения за счет собственного излучения в системе K' отлична от нуля, что также является неверным результатом. В настоящей работе равенство нулю этой силы трения доказано с помощью строго расчета. Однако этот результат очевиден из симметрии дипольного излучения в системе K'. За счет этой симметрии излучаемый частицей импульс, а, следовательно, и сила за счет собственного излучения, равны нулю. Поэтому, если следовать аргументации ДК, то полная сила трения в системе K в общем случае должна быть равна вкладу в силу трения в системе K' за счет взаимодействия частицы с черным излучением, что является неверным результатом и противоречит собственному мнению ДК. Как показано в настоящей работе, равенство полных сил трения в системах K и K' имеет место только в частном (но физически наиболее важном) случае при движении со стационарной температурой частицы. В этом случае масса покоя частицы не меняется и силы трения системах K и K' равны силе трения в системе K' за счет взаимодействия частицы с черным излучением, что также противоречит мнению ДК. Кроме того при рассмотрении релятивистской динамики ДК полагали, что ускорение частицы определяется силой трения в системе K, которая может быть как положительной, так и отрицательной. Однако, как показано в теории ВП, ускорение частицы определяется силой трения в системе K', которая всегда является отрицательной.

Итак, в настоящей работе показано, что наиболее простой способ вычисления силы трения при движении нейтральной частицы относительно черного излучения состоит в вычислении этой силы в системе покоя частицы (K'-система), в которой она определяется только взаимодействием частицы с черным излученим. В системе черного излучения (K-система) сила трения может быть получена с помощью преобразования Лоренца. Различие сил трения в системах K' и K связано с изменением массы частицы за счет поглощения и эмиссии излучения. В системе K сила трения может быть как положительной, так и отрицательной. Однако ускорение частицы, которое определяется силой трения в системе K', всегда отрицательно. При стационарном движении с постоянной температурой силы трения в системах K' и K равны. Для атома радиационное трение определяется радиационным уширением его электронной линии, которое может быть вычислено путем рассмотрения взаимодействия атома со своим излучением. Полученные результаты имеют важное значение для изучения взаимодействия космических лучей с фоновым черным излучением и бесконтактного трения. Например, предложенный в настоящем письме метод вычисления силы радиационного трения может использоваться для расчета квантового излучения Вавилова–Черенкова [38] при движении атома параллельно поверхности твердого тела.

Работа поддержана Минобранауки РФ в рамках программы повышения конкурентоспособности СГАУ на 2013–2020 гг. и РФФИ (грант # 14-02-00384-а).

---

1. A. I. Volokitin and B. N. J. Persson, Rev. Mod. Phys. **79**, 1291 (2007).
2. D. Rugar, R. Budakian, J., H. J. Mamin, and B. W. Chui, Nature **430**, 329 (2004).
3. J. A. Sidles, J. L. Garbini, K. J. Bruland, D. Rugar, O. Zuger, S. Hoen, and C. S. Yannoni, Rev. Mod. Phys. **67**, 249265 (1995).
4. G. P. Berman, G. D. Doolen, P. C. Hammel, and V. I. Tsifrinovich, Phys. Rev. B, **61**, 14694 (2000).
5. N. Arkani-Hameda, S. Dimopoulosb, and G. Dvali, Phys. Lett. B **429**, 263 (1998).
6. A. O. Sushkov, W. J. Kim, D. A. R. Dalvit, and S. K. Lamoreaux, Nat. Phys. **7**, 230 (2011).
7. A. Einstein and L. Hopf, Ann. Phys. (Leipzig) **33**, 1105 (1910).
8. A. Einstein, Phys. Z. **18**, 121 (1917).
9. K. Greiser, Phys. Rev. Lett. **16**, 748 (1966).
10. G. T. Zatsepin and V. A. Kuzmin, JETP Lett. **4**, 78 (1966).
11. V. Mkrtchian, V. A. Parsegian, R. Podgornik, and W. M. Saslow, Phys. Rev. Lett. **91**, 220801 (2003).
12. J. B. Pendry, J. Phys. C **9**, 10301 (1997).
13. A. I. Volokitin and B. N. J. Persson, J. Phys.: Cond. Mat. **11**, 345 (1999).
14. A. I. Volokitin and B. N. J. Persson, Phys. Rev. Lett. **91**, 106101 (2003).
15. A. I. Volokitin and B. N. J. Persson, Phys. Rev. B **68**, 155420 (2003).
16. A. I. Volokitin and B. N. J. Persson, Phys. Rev. B **78**, 155437 (2008).
17. M. S. Tomassone and A. Widom, Phys. Rev. B **56**, 4938 (1997).
18. A. I. Volokitin and B. N. J. Persson, Phys. Rev. B **65**, 115419 (2002).
19. G. V. Dedkov and A. A. Kyasov, Phys. Lett. A **339**, 212 (2005).
20. G. V. Dedkov and A. A. Kyasov, J. Phys.: Cond. Mat. **20**, 354006 (2008).
21. G. Barton, New J. Phys. **12**, 113045 (2010).
22. G. Pieplow and C. Henkel, New J. Phys. **15**, 023027 (2013).
23. J. S. Høye and I. Brevik, Entropy **15**, 3045 (2013).
24. M. F. Maghrebi, R. Golestanian, and M. Kardar, Phys. Rev. D **87**, 025016 (2013).
25. J. S. Høye and I. Brevik, Eur. Phys. J. D **68**, 61 (2014).
26. F. Intravaia, R. O. Behunin, and D. A. R. Dalvit, Phys. Rev. A **89**, 050101(R) (2014).
27. G. V. Dedkov and A. A. Kyasov, Nucl. Instrum. Methods Phys. Rres. B **268**, 599 (2010).
28. G. V. Dedkov and A. A. Kyasov, Phys. Scr. **89**, 105501 (2014).
29. G. Lach, M. DeKieviet, and U. D. Jentschura, Phys. Rev. Lett. **108**, 043005 (2012).
30. U. D. Jentschura, G. Lach, M. DeKieviet, and K. Pachucki, Phys. Rev. Lett. **114**, 043001 (2015).
31. G. V. Dedkov and A. A. Kyasov, Tech. Phys. **53**, 389 (2008).
32. S. M. Rytov, *Theory of Electrical Fluctuation and Thermal Radiation*, Academy of Science of USSR Publishing, M. (1953).
33. M. L. Levin and S. M. Rytov, *Theory of Eqilibrium Thermal Fluctuations in Electrodynamics*, Science Publishing, M. (1967).
34. S. M. Rytov, Yu. A. Kravtsov, and V. I. Tatarskii, *Principles of Statistical Radiophyics*, Springer, N.Y. (1989), v. 3.
35. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *The Classical Theory of Field*, Pergamon, Oxford (1975).
36. E. M. Lifshitz and L. P. Pitaevskii, *Statistical Physics, Pt.2*, Pergamon, Oxford (1980).
37. A. I. Volokitin and B. N. J. Persson, Phys. Rev. B **74**, 205413 (2006).
38. M. F. Maghrebi, R. Golestanian, and M. Kardar, Phys. Rev. A **88**, 042509 (2013).