

# Полярные жидкие кристаллы с многослойным упорядочением

П. В. Долганов<sup>1)</sup>, В. К. Долганов

Институт физики твердого тела РАН, 143432 Черноголовка, Россия

Поступила в редакцию 10 февраля 2015 г.

В рамках теории Ландау фазовых переходов с двухкомпонентным параметром порядка рассчитаны структуры многослойных фаз полярных смектических жидких кристаллов. Выход из фрустрации, возникающей в полярных смектиках из-за конкуренции взаимодействий соседних смектических слоев и через один молекулярный слой, может приводить к образованию шестислойных антисегнетоэлектрической ( $\text{SmC}_{d6/4A}^*$ ) или сегнетоэлектрической ( $\text{SmC}_{d6/4F}^*$ ) структур. Фаза  $\text{SmC}_{d6/4A}^*$  становится стабильной или в результате пространственной модуляции модуля параметра порядка, или из-за межслоевого взаимодействия через два молекулярных слоя. Показано, что для образования  $\text{SmC}_{d6/4A}^*$ - и  $\text{SmC}_{d6/4F}^*$ -фаз с постоянным модулем параметра порядка знак коэффициента при межслоевом взаимодействии через два молекулярных слоя должен быть различен. Рассчитана температурная последовательность полярных структур, включающая недавно открытую  $\text{SmC}_{d6/4F}^*$ -фазу, соответствующая экспериментально наблюдаемой.

DOI: 10.7868/S0370274X1507005X

Полярные жидкие кристаллы с многослойной периодичностью в последние годы привлекают особое внимание исследователей [1]. Смектические жидкие кристаллы образуют слоевые структуры. Упорядочение молекул в  $i$ -м смектическом слое может быть описано двумерным вектором  $\xi_i$ , модуль которого характеризует полярный угол  $\theta_i$  (рис. 1), ори-

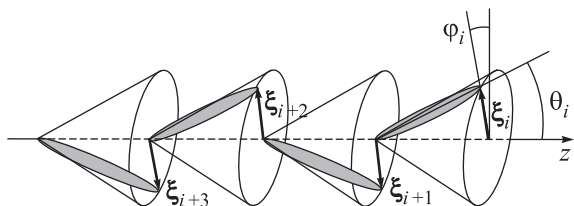


Рис. 1. Полярную (угол  $\theta_i$ ) и азимутальную (угол  $\varphi_i$ ) ориентацию молекул в  $i$ -м смектическом слое можно описать двухкомпонентным вектором  $\xi_i$ . Модуль  $\xi_i$  характеризует наклон молекул в слоях (угол  $\theta_i$ ). Многослойные полярные фазы образуются благодаря изменению от слоя к слою ориентации молекул

ентация – азимутальный угол  $\varphi_i$ . В сегнетоэлектрической ( $\text{SmC}^*$ ) и антисегнетоэлектрической ( $\text{SmC}_A^*$ ) фазах ориентации  $\xi_i$  в соседних слоях близки к параллельной ( $\Delta\varphi = \varphi_{i+1} - \varphi_i \approx 0$ ) и антипараллельной ( $\Delta\varphi \approx \pi$ ). Отклонение  $\Delta\varphi$  от 0 или  $\pi$  связано с хиральностью молекул, которая приводит к образованию длинноволновой спиральной структуры с шагом  $\sim 10^2 - 10^4$  смектических слоев [2]. На малых мас-

штабах, существенно меньших шага спирали, период  $\text{SmC}^*$  можно считать равным одному, а  $\text{SmC}_A^*$  – двум смектическим слоям (рис. 2а и б). Слойная поляр-

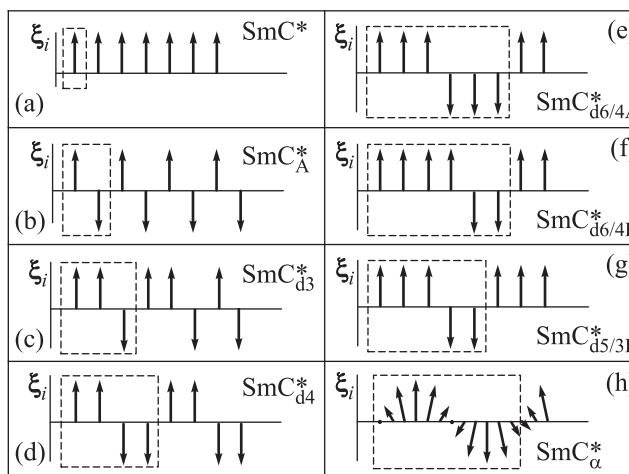


Рис. 2. Ориентация  $\xi_i$  в полярных соразмерных фазах (а–г) и несоизмерной короткошаговой спирали  $\text{SmC}_\alpha^*$  (h). Нижние индексы в шестислойных и пятислойной структурах указывают на период структуры, число синклинных пар и полярную характеристику (A – антисегнетоэлектрик, F – сегнетоэлектрик). Ориентационное упорядочение перпендикулярно плоскостям слоев. Его период выделен прямоугольником

зация перпендикулярна плоскости наклона молекул (вектору  $\xi_i$ ).

Открытие и создание теории [3–10] смектических субфаз с большим периодом ( $\text{SmC}_{d3}^*$ ,  $\text{SmC}_{d4}^*$ ,  $\text{SmC}_\alpha^*$ ,

<sup>1)</sup>e-mail: pauldol@issp.ac.ru

рис. 2с, d, h) стало важным этапом в изучении полярных жидких кристаллов. Исследование этих структур показало, что, кроме хорошо известных сегнетоэлектрической ( $\text{SmC}^*$ ) и антисегнетоэлектрической ( $\text{SmC}_A^*$ ) фаз могут образовываться существенно более сложные структуры с периодом, соизмеримым (трехслойный,  $\text{SmC}_{d3}^*$ , четырехслойный,  $\text{SmC}_{d4}^*$ ) и несоизмеримым ( $\text{SmC}_\alpha^*$ ) со слоевой периодичностью. С помощью резонансного рентгеновского рассеяния [11–13] и оптической эллипсометрии [14–17] были поняты тонкие особенности структуры, такие, как разориентация плоскостей наклона молекул в соседних слоях относительно синклинной ( $\Delta\varphi = 0$ ) и антиклинной ( $\Delta\varphi = \pi$ ) ориентации, наличие нескольких несоизмеримых  $\text{SmC}_\alpha^*$ -фаз с отличающимися структурой и температурной зависимостью периода [16, 17]. Важным результатом теории явилось описание температурной последовательности фаз. Поскольку большое количество структур, часть из которых наблюдается в эксперименте, может быть получено при различном наборе межслоевых взаимодействий, реальным критерием адекватности теории эксперименту может служить одна и та же температурная последовательность фаз. Развитие теории многослойных структур показало, что образование многообразия полярных фаз не является специфической особенностью жидких кристаллов. Используемые методы и подходы (теория Ландау фазовых переходов, фрустрационные взаимодействия) находятся в русле современных представлений о физике образования нетривиальных структур и переходов между ними в различных областях физики конденсированного состояния. Развитие к началу текущего столетия теории могли описать структуры и температурную последовательность фаз с использованием небольшого числа межслоевых взаимодействий. Можно было говорить о хорошем согласии теории и эксперимента.

Ситуация кардинально изменилась в последние годы после обнаружения многослойных сегнетоэлектрических и антисегнетоэлектрических структур с периодом  $N$ , большим 4 молекулярных слоев [18–23]. Эти структуры и последовательности их образования при изменении температуры не могли быть описаны с учетом только близкодействующих взаимодействий (взаимодействие ближайших слоев и через один слой). Наибольший интерес исследователей вызвали шестислойные структуры  $\text{SmC}_{d6}^*$  [18, 20–22]. Они были обнаружены в измерениях резонансного рентгеновского рассеяния, проведенных в Brookhaven National Laboratory в США [18, 20] и Photon Factory в Японии [21]. К настоящему вре-

мени рентгеновские данные не позволили однозначно определить ориентационную структуру, т.е. ориентацию  $\xi_i$  в различных слоях, образующих шестислойную периодичность. Однако дополнительные данные (поведение в электрическом поле, температурная последовательность фаз [18, 20, 21]) позволили авторам утверждать, что структуры фаз различаются. Согласно авторам [18, 20, 22] обнаруженная ими фаза образована трехслойными синклинными кластерами с взаимной антиклинной ориентацией (рис. 2е). Японская группа [21] идентифицировала обнаруженную структуру как шестислойный сегнетоэлектрик (рис. 2f). В дальнейшем, чтобы избежать путаницы, мы будем обозначать эти структуры как  $\text{SmC}_{d6/4A}^*$  и  $\text{SmC}_{d6/4F}^*$ . В обозначениях шестислойных фаз первые два индекса указывают период структуры, последние два – число синклинных ориентаций и полярную характеристику (антисегнетоэлектрик – А, сегнетоэлектрик – F, рис. 2). Следует отметить, что это первый случай в полярных жидких кристаллах, когда с одним и тем же периодом образуются фазы с различной структурой и полярными характеристиками. Шестислойный антисегнетоэлектрик  $\text{SmC}_{d6/4A}^*$  с высокотемпературной ( $\text{SmC}_\alpha^*$ ) и низкотемпературной ( $\text{SmC}_{d4}^*$ ) фазами, наблюдаемыми в эксперименте, был получен в расчетах, в которых фаза (угол  $\varphi_i$ ) и модуль  $|\xi_i|$  параметра порядка могли изменяться от слоя к слою [8, 24–26]. Пространственная модуляция уменьшала энергию антисегнетоэлектрика  $\text{SmC}_{d6/4A}^*$  так, что он становился стабильной структурой относительно  $\text{SmC}_\alpha^*$ ,  $\text{SmC}_{d4}^*$  и  $\text{SmC}^*$ , для которых симметрия диктует постоянство угла наклона молекул (модуля  $|\xi_i|$ ) в слоях. Структура  $\text{SmC}_{d6/4F}^*$  была получена в расчетах [27] при переходе от синклинного ( $\text{SmC}^*$ ) к антиклинному ( $\text{SmC}_A^*$ ) упорядочению через серию структур с увеличивающейся антиклинной составляющей.

Большинство выполнявшихся ранее расчетов проводилось путем численной минимизации свободной энергии, что позволяло избежать трудоемких аналитических вычислений, однако часто затрудняло понимание физических причин образования различных фаз. В настоящей работе минимизация свободной энергии соразмерных фаз проводилась аналитическими методами. Получены температурные последовательности фаз, включающие  $\text{SmC}_{d6/4A}^*$ ,  $\text{SmC}_{d6/4F}^*$ -структуры, наблюдаемые в экспериментах. В рамках существующих теоретических представлений [1, 7] взаимодействие через один смектический слой  $a_2(\xi_i\xi_{i+2})$  с  $a_2 > 0$  приводит к образованию шестислойного антисегнетоэлектрика с пространственно модулированным модулем

параметра порядка [8, 28]. Образование  $\text{SmC}_{d6/4A}^*$  с постоянным  $|\xi_i|$  в слоях требует антиклинного взаимодействия через два молекулярных слоя,  $a_3(\xi_i \xi_{i+3})$  с  $a_3 > 0$ . Показано, что образование сегнетоэлектрической  $\text{SmC}_{d6/4F}^*$ -структуры возможно при межслоевом взаимодействии через три смектических слоя,  $a_4(\xi_i \xi_{i+4})$  с  $a_4 > 0$ . Расчет вновь открытых структур позволяет понять природу образования многослойных фаз, сделать заключение о межслоевых взаимодействиях в полярных жидких кристаллах.

В теории Ландау фазовых переходов параметром порядка при расчете структур полярных фаз может служить двухкомпонентный вектор  $\xi_i$ . Свободная энергия записывается в виде  $F = F_0 + F_1 + F_2$ , где  $F_0$  описывает ориентационное упорядочение в невзаимодействующих смектических слоях:

$$F_0 = \sum_i \left[ \frac{1}{2} \alpha (T - T^*) \xi_i^2 + \frac{1}{4} b_0 \xi_i^4 \right], \quad (1)$$

$T^*$  – температура перехода в неполярную  $\text{SmA}$ -фазу при отсутствии межслоевых взаимодействий,  $F_1$  – взаимодействия между соседними слоями:

$$F_1 = \frac{1}{2} a_1 \sum_i \xi_i \cdot \xi_{i+1} + b_1 \sum_i \xi_i^2 (\xi_{i-1} \cdot \xi_i + \xi_i \cdot \xi_{i+1}) + \sum_i b [\xi_i \times \xi_{i+1}]^2, \quad (2)$$

$F_2$  – дальнедействующие взаимодействия через один, два и три слоя:

$$F_2 = \frac{1}{8} a_2 \sum_i \xi_i \cdot \xi_{i+2} + a_3 \sum_i \xi_i \cdot \xi_{i+3} + a_4 \sum_i \xi_i \cdot \xi_{i+4}. \quad (3)$$

Квадратичное и биквадратичное по  $\xi$  взаимодействия ближайших слоев (первые два члена в (2)) способствуют синклинной ориентации молекул при  $a_1$ ,  $b_1 < 0$  и антиклинной при  $a_1$ ,  $b_1 > 0$ . Последний член в (2) – энергетический барьер между синклинной и антиклинной ориентациями молекул. Электрическая поляризация и флексоэлектричество в полярных жидких кристаллах приводят к эффективному дальнедействующему взаимодействию между структурными параметрами порядка  $\xi_i$  различных слоев [1, 7]. Флексоэлектричество способствует антиклинной ориентации молекул через один молекулярный слой ( $a_2 > 0$ ) и синклинной ориентации через два слоя ( $a_3 < 0$ ). Положительный знак  $a_2$  приводит к фрустрации, поскольку антиклинная ориентация через слой несовместима с ориентациями молекул как в сегнетоэлектрической ( $\text{SmC}^*$ ), так и в

антисегнетоэлектрической ( $\text{SmC}_A^*$ ) фазах. Теория не дает однозначного ответа на вопрос относительно характера взаимодействия через три смектических слоя [7]. В соразмерных структурах хиральное взаимодействие между соседними слоями  $f[\xi_i \times \xi_{i+1}]$  приводит к образованию длинноволновой спиральной структуры. При расчете температурных областей стабильности различных фаз это взаимодействие, намного меньшее взаимодействий, ответственных за синклинную или антиклинную ориентацию молекул ( $f \ll |a_1|$ ), можно не учитывать. В дальнейшем будем считать соразмерные структуры плоскими. Неплоская несоразмерная  $\text{SmC}_\alpha^*$ -структура (короткошаговая спираль) образуется в результате конкуренции нехиральных взаимодействий между соседними слоями и фрустрационного взаимодействия.

Температурные области стабильности соразмерных и несоразмерной структур получались путем минимизации свободной энергии  $F$  по модулю параметра порядка и последующего сравнения энергии различных фаз. Минимизация проводилась для соразмерных структур с периодом  $N \leq 6$ , наблюдавшихся в экспериментах [18, 20–22], и несоразмерной структуры с произвольным периодом. Модуль параметра порядка в проведенных расчетах изменялся с температурой, но был постоянен в различных слоях. Рассмотрим, какие взаимодействия приводят к образованию экспериментально наблюдаемых фаз и их температурных последовательностей. Начнем рассмотрение с антисегнетоэлектрической  $\text{SmC}_{d6/4A}^*$ -фазы и минимально возможного числа дальнедействующих взаимодействий, достаточного для ее образования. Если ограничиться взаимодействием ближайших слоев  $a_1(\xi_i \xi_{i+1})$  и фрустрационным взаимодействием  $a_2(\xi_i \xi_{i+2})$ , то в пространстве параметров модели  $(a_1, a_2)$  при  $a_1 < 0$ ,  $a_2 > 0$  будет существовать линия глобального вырождения ( $a_1/a_2 = -0.5$ ), на которой  $\text{SmC}_{d6/4A}^*$  наряду с множеством других структур (в том числе  $\text{SmC}^*$ ,  $\text{SmC}_{d4}^*$ ) имеет одну и ту же энергию. Вырождение снимается при учете более дальнедействующих взаимодействий. Следующее по дальнедействию взаимодействие (через два смектических слоя,  $a_3(\xi_i \xi_{i+3})$ ) наиболее значительно изменяет энергию у  $\text{SmC}_{d6/4A}^*$ -фазы по сравнению с энергиями других структур. Таким образом, при  $a_3 > 0$   $\text{SmC}_{d6/4A}^*$  становится стабильной фазой вблизи  $a_1/a_2 = -0.5$ . Область стабильности в пространстве параметров  $(a_1, a_2)$  зависит от величины  $a_3$ . Вне линии глобального вырождения энергии фаз ( $\text{SmC}^*$ ,  $\text{SmC}_{d4}^*$  и т.д.) различаются. Поэтому  $\text{SmC}_{d6/4A}^*$ -структура может не образовываться или

быть энергетически выгодной в ограниченной области температур.

Приведенное выше качественное описание согласуется с результатами расчетов. На рис. 3 показана

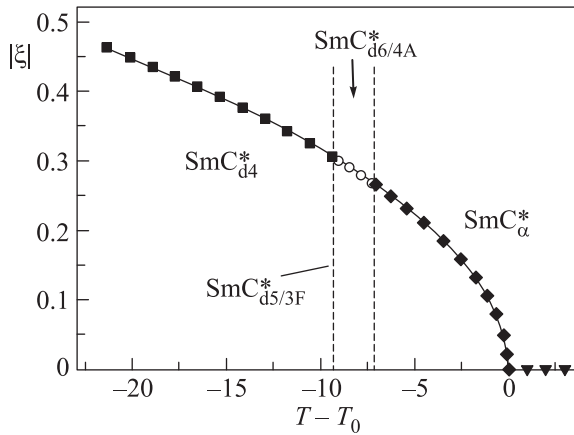


Рис. 3. Температурная зависимость модуля параметра порядка  $|\xi_i|$  в соразмерных и несоизмерной  $\text{SmC}^*_\alpha$ -фазах. Температурная последовательность фаз включает шестислойный антисегнетоэлектрик  $\text{SmC}^*_{d6/4A}$ . Последний образуется между фазами  $\text{SmC}^*_\alpha$  и  $\text{SmC}^*_{d4}$ . Модельные параметры:  $\alpha = 0.01 \text{ K}^{-1}$ ,  $b_0 = 1$ ,  $a_1 = -0.00525$ ,  $a_2 = 0.01$ ,  $a_3 = 2 \cdot 10^{-5}$ ,  $b = 0.015$ ,  $b_1 = 0.001$ ;  $T_0$  – температура перехода в  $\text{SmA}$  фазу

рассчитанная путем минимизации свободной энергии температурная последовательность фаз ( $\text{SmC}^*_\alpha$ ,  $\text{SmC}^*_{d6/4A}$ ,  $\text{SmC}^*_{d4}$ ), соответствующая экспериментально наблюдаемой [18, 20]. На линии глобального вырождения при одной и той же температуре модуль параметра порядка у различных структур одинаков. Вне этой линии, в частности для приведенной на рис. 3 последовательности фаз, имеются небольшие скачки модуля параметра порядка при переходах. При использованном наборе межслоевых взаимодействий  $\text{SmC}^*_{d6/4A}$ -структура образуется между  $\text{SmC}^*_\alpha$  и  $\text{SmC}^*_{d4}$ -фазами. Вместе с тем имеется несоответствие между теоретическим предсказанием [1, 7, 29] и требующимся в расчетах знаком энергии взаимодействия через два смектических слоя. Флексоэлектричество, с которым согласно теории в основном связано взаимодействие через два молекулярных слоя, способствует синклинной ориентации молекул в слоях  $i$  и  $i+3$ . Теория предсказывает  $a_3 < 0$ . Однако при отрицательном  $a_3$  и постоянном модуле параметра порядка  $|\xi_i|$  антисегнетоэлектрик  $\text{SmC}^*_{d6/4A}$  не образуется. Структура  $\text{SmC}^*_{d6/4A}$  получается в расчетах при положительном  $a_3$  (рис. 3). Таким образом, проведенные расчеты показывают две возможные причины образования антисегнетоэлектрика  $\text{SmC}^*_{d6/4A}$ :

1) пространственная (от слоя к слою) модуляция  $|\xi_i|$ , т.е. угла наклона молекул [8, 28]; 2) взаимодействие через два смектических слоя иного знака, чем предсказывает теория [1, 7, 29]. Если образование  $\text{SmC}^*_{d6/4A}$  связано с тем, что  $a_3 > 0$ , то должен существовать механизм межслоевого взаимодействия, отличающийся от известного в настоящее время (флексоэлектричество [1, 7]). Получение ответа на поставленные вопросы важно для понимания природы образования различных полярных фаз. Поэтому необходимы проведение тщательных измерений поляризованного резонансного и нерезонансного рентгеновского рассеяния и дальнейшее развитие микроскопической теории межслоевых взаимодействий [9, 27].

На линии сосуществования  $\text{SmC}^*_{d6/4A}$ ,  $\text{SmC}^*_{d4}$  в фазовой диаграмме  $T-(a_1/a_2)$  энергии ряда фаз вырождены. Энергия пятислойного сегнетоэлектрика  $\text{SmC}^*_{d5/3F}$  (рис. 2g и 3) такая же, как у  $\text{SmC}^*_{d6/4A}$ ,  $\text{SmC}^*_{d4}$ . По-видимому, с наличием вырождения связана широкополосная рентгеновская дифракция (*noisy region* [18, 20]) между областями фаз  $\text{SmC}^*_{d6/4A}$ ,  $\text{SmC}^*_{d4}$  [18, 20].

Рассмотрим теперь другую шестислойную структуру – сегнетоэлектрик  $\text{SmC}^*_{d6/4F}$  (рис. 2f). Как мы видели ранее, взаимодействие через два молекулярных слоя может приводить к образованию шестислойной  $\text{SmC}^*_{d6/4A}$ -фазы. Энергии  $\text{SmC}^*_{d6/4A}$ - и  $\text{SmC}^*_{d6/4F}$ -структур, связанные с взаимодействием соседних слоев, через один и три молекулярных слоя, одинаковы. Однако взаимодействие через два молекулярных слоя при  $a_3 < 0$  делает более предпочтительным образование сегнетоэлектрической  $\text{SmC}^*_{d6/4F}$  фазы по сравнению с  $\text{SmC}^*_{d6/4A}$ . На рис. 4 показана рассчитанная последовательность фаз, аналогичная наблюдаемой в эксперименте [21]:  $\text{SmA}-\text{SmC}^*_\alpha-\text{SmC}^*-\text{SmC}^*_{d6/4F}-\text{SmC}^*_{d4}-\text{SmC}^*_{d3}-\text{SmC}^*_A$ . Получение в расчете большого числа структур в строгом соответствии с их экспериментальной температурной последовательностью говорит о корректном наборе межслоевых взаимодействий. Следует также отметить, что отрицательная величина  $a_3$  и положительная  $a_2$ , используемые в расчете последовательности фаз (рис. 4), коррелируют с теоретическими представлениями о природе дальнедействующих взаимодействий [1, 7, 29].

Таким образом, наблюдаемые в эксперименте многослойные структуры и их температурные последовательности могут быть описаны с использованием теории Ландау фазовых переходов с двухкомпонентным параметром порядка. Наличие многослойных структур, включающих четырехслойные кластеры с однородной (синклинной) ориентацией молекул

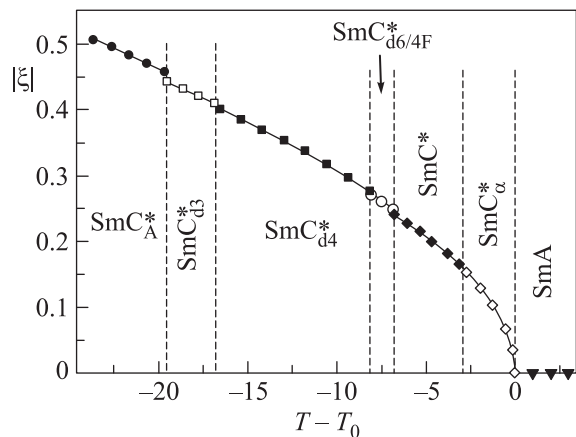


Рис. 4. Температурная зависимость модуля параметра порядка  $|\xi_i|$  в полярных фазах. Рассчитанная последовательность фаз ( $\text{SmA}$ ,  $\text{SmC}_\alpha^*$ ,  $\text{SmC}^*$ ,  $\text{SmC}_{d6/4F}^*$ ,  $\text{SmC}_{d4}^*$ ,  $\text{SmC}_{d3}^*$ ,  $\text{SmC}_A^*$ ), содержащая шестислойный сегнетоэлектрик  $\text{SmC}_{d6/4F}^*$ , соответствует экспериментально наблюдаемой [21]. Модельные параметры:  $\alpha = 0.01 \text{ K}^{-1}$ ,  $b_0 = 1$ ,  $a_1 = -0.01$ ,  $a_2 = 0.01$ ,  $a_3 = -0.0001$ ,  $a_4 = 0.00015$ ,  $b_1 = 0.02$ ,  $b = 0.05$

кул (рис. 2f), говорит о существовании дальнедействующих взаимодействий в полярных жидких кристаллах. Использование теории Ландау для описания вновь открываемых многослойных структур позволяет понять природу их образования, определить межслойные взаимодействия, ответственные за образование различных фаз.

Исследования выполнены при частичной финансовой поддержке РФФИ (гранты # 15-02-05706, 14-02-00130).

1. H. Takezoe, E. Gorecka, and M. Čepič, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 897 (2010).
2. P. G. de Gennes and J. Prost, *The Physics of Liquid Crystals*, 2<sup>nd</sup> ed., Clarendon Press, Oxford (1994).
3. A. Fukuda, Y. Takanishi, T. Isozaki, K. Ishikawa, and H. Takezoe, *J. Mater. Chem.* **4**, 997 (1994).
4. M. Čepič and B. Žekš, *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **231**, 61 (1995).
5. A. Roy and N. V. Madhusudana, *Europhys. Lett.* **36**, 221 (1996).
6. M. Gorkunov, S. Pikin, and W. Haase, *Письма в ЖЭТФ* **72**, 81 (2000).
7. M. Čepič and B. Žekš, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 085501 (2001).
8. P. V. Dolganov, V. M. Zhilin, V. K. Dolganov, and E. I. Kats, *Phys. Rev. E* **67**, 041716 (2003).

9. A. V. Emelyanenko and M. A. Osipov, *Phys. Rev. E* **68**, 051703 (2003).
10. M. B. Hamaneh and P. L. Taylor, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 167801 (2004).
11. P. Mach, R. Pindak, A.-M. Levelut, P. Barois, H. T. Nguyen, C. C. Huang, and L. Furenid, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 1015 (1998).
12. P. Mach, R. Pindak, A.-M. Levelut, P. Barois, H. T. Nguyen, H. Baltès, M. Hird, R. Toyne, A. Seed, J. W. Goodby, C. C. Huang, and L. Furenid, *Phys. Rev. E* **60**, 6793 (1999).
13. L. S. Hirst, S. J. Watson, H. F. Glesson, P. Cluzeau, P. Barois, R. Pindak, J. Pitney, A. Cady, P. M. Johnson, C. C. Huang, A.-M. Levelut, G. Srajer, J. Pollmann, W. Caliebe, A. Seed, M. R. Herbert, J. W. Goodby, and M. Hird, *Phys. Rev. E* **65**, 041705 (2002).
14. D. Konovalov, H. T. Nguyen, M. Čepič, and S. Sprunt, *Phys. Rev. E* **64**, 010704(R) (2001).
15. M. Conradi, M. Čepič, M. Čopič, and I. Mušević, *Phys. Rev. E* **72**, 051711 (2005).
16. V. P. Panov, B. K. McCoy, Z. Q. Liu, J. K. Vij, J. W. Goodby, and C. C. Huang, *Phys. Rev. E* **74**, 011701 (2006).
17. Z. Q. Liu, B. K. McCoy, S. T. Wang, R. Pindak, W. Caliebe, P. Barois, P. Fernandes, H. T. Nguyen, C. S. Hsu, S. Wang, and C. C. Huang, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 077802 (2007).
18. S. Wang, L. Pan, R. Pindak, Z. Q. Liu, H. T. Nguyen, and C. C. Huang, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 027801 (2010).
19. A. D. L. Chandani, A. Fukuda, S. Kumar, and J. K. Vij, *Liq. Cryst.* **38**, 663 (2011).
20. L. Pan, P. Barois, R. Pindak, Z. Q. Liu, B. K. McCoy, and C. C. Huang, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 037801 (2012).
21. Y. Takanishi, I. Nishiyama, J. Yamamoto, Y. Ohtsuka, and A. Iida, *Phys. Rev. E* **87**, 050503(R) (2013).
22. L. Pan, R. Pindak, and C. C. Huang, *Phys. Rev. E* **89**, 022501 (2014).
23. A. Iida, I. Nishiyama, and Y. Takanishi, *Phys. Rev. E* **89**, 032503 (2014).
24. P. V. Dolganov, V. M. Zhilin, V. K. Dolganov, and E. I. Kats, *Phys. Rev. E* **82**, 040701(R) (2010).
25. P. V. Dolganov, V. M. Zhilin, V. K. Dolganov, and E. I. Kats, *Phys. Rev. E* **83**, 061705 (2011).
26. P. V. Dolganov, V. M. Zhilin, and E. I. Kats, *ЖЭТФ* **142**, 1297 (2012).
27. A. V. Emelyanenko and K. Ishikawa, *Soft Matter* **9**, 3497 (2013).
28. P. V. Dolganov, *Ferroelectrics* **431**, 21 (2012).
29. M. Čepič, E. Gorecka, D. Pocięcha, B. Žekš, and H. T. Nguyen, *J. Chem. Phys.* **117**, 1817 (2002).