Письма в ЖЭТФ, том 101, вып. 8, с. 602 – 605 © 2015 г. 25 апреля

Эффекты запаздывания в плазменных колебаниях двухслойной структуры

А. В. Чаплик[1)]

Институт физики полупроводников им. Ржанова СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия

Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 13 марта 2015 г.

Исследованы дисперсионные зависимости плазменных мод в двухслойной системе и в структуре с полевым электродом вне рамок квазистатического приближения. Показано, что существование слабозатухающей моды в режиме сильных столкновений обеспечивается высокой проводимостью 2D плазмы. Однако это условие не носит порогового характера, как в случае одиночного неэкранированного слоя. Экранирование полевым электродом существенно подавляет проявление эффектов запаздывания.

DOI: 10.7868/S0370274X1508007X

В работах [1, 2] обсуждались свойства двумерной электронной системы, проводимость которой (имеющая размерность скорости) порядка или больше скорости света. В [1] было показано, что характер максвелловской релаксации качественно меняется при $\sigma \to c$, а в [2] была найдена особая слабозатухающая мода плазменных колебаний, существующая лишь при $2\pi\sigma > c$. В длинноволновом пределе закон дисперсии данной моды линеен: $\omega = sk$ (k – волновой вектор). При этом реализуется весьма нетривиальная ситуация: $s > c$, $\omega\tau \ll 1$, где τ – время релаксации электронов двумерной системы, определяющее друдевскую проводимость. Затухание плазмона в данном случае пропорционально τk^2 и при малых k много меньше реальной части частоты.

Что касается более сложных ситуаций (структуры с полевым электродом, двойные квантовые ямы, многослойные сверхрешетки), то, насколько известно автору, теория плазменных колебаний в них до сих пор строилась в квазистатическом приближении, т.е. без учета эффектов запаздывания. Между тем условие $2\pi\sigma > c$ и даже $\sigma \gg c$ легко реализуется в существующих структурах с полевым электродом (см., например, недавнюю работу [3]). В настоящем сообщении исследуется двухслойная система, в том числе и ее предельный случай – 2D-газ плюс затвор из идеального металла. Показано, что экранировка полевым электродом качественно меняет картину плазменных колебаний в длинноволновом пределе и точка $2\pi\sigma = c$ перестает играть особую роль. Найдены законы дисперсии двух плазменных мод в двойной квантовой яме вне рамок электростатического приближения.

Рассмотрим два параллельных плазменных слоя, разделенных промежутком Δ и перпендикулярных оси z. Продольные плазменные волны в направлении оси x сопровождаются электрическим полем, в котором отличны от нуля компоненты E_x и E_z, и магнитным полем с единственной ненулевой компонентой H_y. Все величины пропорциональны $\exp(ikx - p|z| - i\omega t)$ и не зависят от координаты y. Уравнения Максвелла в этом случае приобретают вид

$$\frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{i\omega}{c}E_x, \quad \frac{\partial H_y}{\partial x} = -\frac{i\omega}{c}E_x, \quad \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{i\omega}{c}H_y. \tag{1}$$

Граничные условия при $z = 0$ и $z = \Delta$ требуют непрерывности E_x и выражают скачки магнитного поля через поверхностные токи:

$$j_1 = \tilde{\sigma}_1(\omega)E_x(0), \quad j_2 = \tilde{\sigma}_2(\omega)E_x(\Delta), \tag{2}$$

где

$$\tilde{\sigma}_{1,2}(\omega) = \frac{e^2 N_{1,2}\tau_{1,2}}{m_{1,2}(1 - i\omega\tau_{1,2})} \equiv \frac{\sigma_{1,2}}{1 - i\omega_{1,2}}, \tag{3}$$

$N_{1,2}$ – поверхностные плотности, $m_{1,2}$ – эффективные массы электронов. В выражении для динамической проводимости не учитывается пространственная дисперсия, так как в дальнейшем будет существенна лишь длинноволновая область, в которой $\omega \gg kv_{1,2}$, где $v_{1,2}$ – фермиевские скорости в слоях. Из системы (1) находим пространственный декремент затухания полей при $z \to \pm\infty$: $p^2 = k^2 - \omega^2/c^2$, причем годятся лишь решения с $\mathrm{Re}\, p > 0$. В промежутке $0 < z < \Delta$ поля задаются суперпозицией вкла-

[1)]e-mail: chaplik@isp.nsc.ru

дов с e^{pz} и e^{-pz}. После несложных выкладок приходим к дисперсионному уравнению:

$$(\Lambda_1 - 1)(\Lambda_2 - 1) = \Lambda_1 \Lambda_2 \exp(-2\Delta \sqrt{k^2 - \omega^2/c^2}),$$

$$\Lambda_{1,2} = \frac{2\pi e^2 N_{1,2} \tau_{1,2} \sqrt{k^2 - \omega^2/c^2}}{i\omega(1 - i\omega\tau_{1,2}) m_{1,2}}. \quad (4)$$

Рассмотрим сначала случай структуры с идеальным полевым электродом. Формально он получается из (4) при $\Lambda_2 \to \infty$. Введем обозначения $z = \omega/ck$, $x = 2\pi\sigma/c$. Разлагая в пределе $k\Delta \ll 1$ экспоненту, получаем дисперсионное уравнение:

$$1 + \frac{2ixk\Delta(1 - z^2)}{x(1 - ick\tau z)} = 0 \quad (5)$$

(считаем, что отношение $\omega/ck \equiv z$ не слишком велико, хотя и может быть заметно больше единицы).

В бесстолкновительном пределе ($ck\tau \gg 1$) из (5) следует закон дисперсии длинноволнового экранированного плазмона с учетом запаздывания:

$$\omega = \left(\frac{2\alpha\Delta}{1 + 2\alpha\Delta/c^2} \right)^{1/2} k; \ \alpha \equiv \frac{2\pi e^2 N}{m}. \quad (6)$$

Эта формула отличается от аналогичной, полученной в квазистатическом приближении [4], наличием второго члена в знаменателе. По порядку величины $\alpha\Delta/c^2 \sim v_{\mathrm{F}}^2 \Delta / a^* c^2$, где a^* – эффективный боровский радиус. При численной оценке надо иметь в виду, что c – это скорость света в материале структуры, а e^2 в выражении для α нужно разделить на диэлектрическую постоянную. Видно, что фазовая и групповая скорости плазмона всегда меньше c. Они становятся порядка c, например, для структуры на основе GaAs при $N \sim 10^{13}\,\text{см}^{-2}$, $\Delta \sim 5 \cdot 10^{-3}\,\text{см}$. Размер структуры должен быть много больше $5 \cdot 10^{-3}\,\text{см}$, чтобы выполнялось условие $k\Delta \ll 1$. Структуры с такими параметрами вряд ли могут быть реализованы в эксперименте. Таким образом, экранировка полевым электродом существенно затрудняет наблюдение эффектов запаздывания.

Учтем теперь конечность τ. Как показано в [2], в пределе $ck\tau \ll 1$, в неэкранированном двумерном электронном газе существует слабозатухающая мода с линейной дисперсией при малых k, причем фазовая скорость волны оказывается больше c. Существенно, что указанная мода реализуется лишь при $x > 1$, т.е. $2\pi\sigma > c$. В этом решении величина $p = \sqrt{k^2 - \omega^2/c^2}$ (декремент пространственного затухания) при вещественной частоте ω оказывается чисто мнимой, но тем не менее поля затухают при $|z| \to \infty$ благодаря отрицательной мнимой части ω. В нашем же случае решение дисперсионного уравнения (5) находится при любой величине $ck\tau$, а точка $x = 1$ не играет никакой выделенной роли. Итак, имеем

$$z_{1,2} = \frac{\omega_{1,2}}{ck} = \frac{-i \pm i\sqrt{1 - 8xk^2\Delta(c\tau + 2x\Delta)}}{2k(c\tau + 2x\Delta)}. \quad (7)$$

Для достаточно малых k, пока подкоренное выражение в (7) положительно, спектр – чисто релаксационный (апериодическое затухание) с двумя декрементами затухания, как обычно в одномерном осцилляторе с трением (см. [5], § 25). Один из них при $k \to 0$ стремится к $1/\tau$, а второй – к величине $4\pi\sigma\Delta k^2(1 + 2\alpha\Delta/c^2)$. Множитель в круглых скобках учитывает эффекты запаздывания и в реальных структурах весьма близок к единице, а $4\pi\sigma\Delta k^2$ есть эффективный коэффициент диффузии, вызванной максвелловской релаксацией (в [6] показано, что кинетика растекания неравновесного заряда в 2D-системе становится диффузионной, т.е. $\rho \sim \sqrt{Dt}$, вследствие экранирующего влияния затвора).

Вещественная часть частоты отлична от нуля при превышении k некоторого порогового значения

$$k_c = \frac{1}{4} \left[\pi\sigma\tau\Delta(1 + 2\alpha\Delta/c^2) \right]^{-1/2}.$$

По порядку величины $k_c \sim \sqrt{a^*/\Delta l^2}$, где $l = v_{\mathrm{F}}\tau$ – длина свободного пробега электрона по импульсу. Слабозатухающей описываемая мода станет при $k \gg k_c$, что можно также выразить как условие на двумерную проводимость, точнее на длину свободного пробега: при заданном k затухание относительно мало, если $kl \gg \sqrt{a^*/\Delta}$. Таким образом, высокая проводимость обеспечивает существование слабозатухающей плазменной волны с линейным законом дисперсии при малых волновых векторах. Однако порогового характера условие $2\pi\sigma > c$ в экранированных структурах не имеет. Кроме того, затухание волны равно $[2\tau(1 + 2\alpha\Delta/c^2)]^{-1}$, тогда как в неэкранированной структуре затухание пропорционально τ [2].

Перейдем к случаю двухслойной системы, в которой следует ожидать две ветви плазмонов: оптическую и акустическую. Из уравнения (4) в случае $k\Delta \ll 1$ следует

$$\frac{2x_1 x_2 (1 - z^2)^{3/2} k\Delta}{(1 - ick\tau_1 z)(1 - ick\tau_2 z) z^2} +$$

$$+ \frac{\sqrt{1 - z^2}}{iz} \left(\frac{x_1}{1 - ick\tau_1 z} + \frac{x_2}{1 - ick\tau_2 z} \right) - 1 = 0. \quad (8)$$

В пределе сильных столкновений $ck\tau_{1,2} \ll 1$ и при $k\Delta \to 0$ первым членом в (8) можно пренебречь. В результате получаем естественное обобщение результата [2]: если $x_1 + x_2 > 1$, то существует решение

$$\mathrm{Re}\,\omega = ck\frac{x_1 + x_2}{\sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 1}}. \qquad (9)$$

Фактически это результат для одиночного плазменного слоя с двумя типами носителей. Данная ветвь соответствует оптическому плазмону (синфазные колебания в слоях).

Новая необычная ситуация возникает с затуханием этой ветви. В однослойной системе затухание пропорционально k^2 и мало в сравнении с $\mathrm{Re}\,\omega$ по параметру $ck\tau$ [2]. Рассматриваемый здесь случай характеризуется двумя малыми параметрами: $ck\tau_{1,2}$ и $k\Delta$. Решая последовательными приближениями уравнение (8) в области $\mathrm{Re}\,z > 1$, видим, что источником мнимых вкладов в частоту наряду со столкновительными поправками $ck\tau_{1,2}$ является также и первое слагаемое в (8), которое пропорционально $k\Delta$ и вносит в частоту мнимую часть *противоположного знака*. Собирая в затухании все члены, квадратичные по k, получим

$$\mathrm{Im}\,\omega = \frac{ck^2(x_1 + x_2)}{[(x_1 + x_2)^2 - 1]^2}\left[\frac{2\Delta x_1 x_2}{(x_1 + x_2)^2} - c(x_1\tau_1 + x_2\tau_2)\right]. \qquad (10)$$

Отрицательность $\mathrm{Im}\,\omega$ необходима для существования решений, затухающих при $|z| \to \infty$, которые в рассматриваемой моде пропорциональны $\exp(-i\sqrt{\omega^2/c^2 - k^2}|z|)$. Таким образом, в двухслойной системе в режиме сильных столкновений длинноволновая слабозатухающая мода существует лишь при выполнении условия $\Delta\sigma_1\sigma_2 < \pi(\sigma_1 + \sigma_2)^2(\sigma_1\tau_1 + \sigma_2\tau_2)$ (в случае двух одинаковых слоев это условие превращается в $\Delta < 8\pi\sigma\tau$).

Второе решение уравнения (8) по способу его формального получения соответствует акустической ветви: следует пренебречь последним членом (единицей) в левой части (8). Кроме того, предел сильных столкновений ($\omega\tau \ll 1$) означает пренебрежение членами $ick\tau_{1,2}z$ во всех знаменателях. Полученное в результате дисперсионное уравнение удобно записать, вернувшись к исходным обозначениям:

$$2\Delta\sigma_1\sigma_2(k^2 - \omega^2/c^2) - i\omega(\sigma_1 + \sigma_2) = 0. \qquad (11)$$

Спектр, следующий из уравнения (11), является чисто релаксационным при $k < k_0 = \Omega/c$, где

$$\Omega \equiv \frac{c^2(\sigma_1 + \sigma_2)}{4\Delta\sigma_1\sigma_2}. \qquad (12)$$

Декременты затухания равны $\Omega \pm \sqrt{\Omega^2 - c^2k^2}$. При $k > k_0$ вещественная часть ω отлична от нуля, а при $k \gg k_0$ асимптотически $\mathrm{Re}\,\omega \to k$: $\omega = \sqrt{c^2k^2 - \Omega^2} - i\Omega$.

Чтобы эти решения существовали при использованном уже условии $k\Delta \ll 1$, необходимо потребовать выполнения неравенства $\Omega\Delta \ll c$, что по порядку величины эквивалентно $c < \bar{\sigma}$, где $\bar{\sigma}$ – среднее гармоническое проводимостей. Затухание данной моды равно $-i\Omega$ и становится относительно малым при $\Omega \ll ck$, т.е. $c \ll \bar{\sigma}k\Delta$. Таким образом, в режиме сильных столкновений "акустическая" ветвь плазменных колебаний в двухслойной системе качественно отличается законом дисперсии от обычных акустических плазмонов. Эффекты запаздывания играют определяющую роль в свойствах этой моды, скорость света явно входит во все результаты, а условие слабого затухания $\bar{\sigma} \gg c/k\Delta$ требует очень высокой проводимости обоих слоев ($k\Delta \ll 1$!).

Рассмотрим теперь режим слабых столкновений ($ck\tau_{1,2} \gg 1$) в области волновых векторов и частот, где существенны эффекты запаздывания, $\omega \sim ck$. В этом случае в уравнении (8) мнимые слагаемые в знаменателях становятся основными. Оптическая мода при $k\Delta \ll 1$ снова получается, если пренебречь первым слагаемым:

$$\sqrt{k^2 - \omega^2/c^2} = c^2k^2\frac{(1 + i/ck\tau_1)(1 + i/ck\tau_2)}{\alpha_1(1 + i/ck\tau_2) + \alpha_2(1 + i/ck\tau_1)}. \qquad (13)$$

Отсюда следует

$$\omega = ck\left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{c^2k}{\alpha_1 + \alpha_2}\right)^2\right] - i\Gamma,$$
$$\Gamma = \frac{1}{2}\frac{c^4k^2}{(\alpha_1 + \alpha_2)^3}\left(\frac{\alpha_1}{\tau_1} + \frac{\alpha_2}{\tau_2}\right). \qquad (14)$$

Критерий применимости формул (14) фактически представляет собой условие малости k: $c^2k/(\alpha_1 + \alpha_2) \sim c^2ka^*/v_{\mathrm{F}}^2 \ll 1$. Напомним [7], что в электростатическом приближении дисперсия оптического плазмона в двухслойной системе остается корневой ($\omega \sim \sqrt{k}$), а коэффициент перед $\sqrt{k}$ соответствует суммарной плотности электронов в слоях. Ясно, что при учете запаздывания наличие дополнительного слоя плазмы не может изменить коэффициент в законе $\omega \approx ck$ при $k \to 0$. Вместе с тем размер области, в которой осуществляется эта асимптотика, "чувствует" наличие второго слоя: $k \leq (\alpha_1 + \alpha_2)/c^2$. Видно также, что затухание оптической ветви обратно пропорционально τ_1, τ_2, но мало по сравнению с друдевской частотой соударений все по тому же параметру $c^2k/(\alpha_1 + \alpha_2)$.

Исследуем, наконец, акустическую ветвь в случае слабого рассеяния электронов. При полном пренебрежении рассеянием ($\tau_{1,2} \to \infty$ в уравнении (8)) получаем, как и следовало ожидать, линейный закон дисперсии:

$$\omega = \frac{uk}{\sqrt{1+u^2/c^2}}, \quad u \equiv \frac{2\Delta\alpha_1\alpha_2}{\alpha_1+\alpha_2}. \qquad (15)$$

Как и в системе с полевым электродом (см. (6)), этот результат отличается от квазистатического поправкой u^2/c^2 в знаменателе. При $u \gg c$ имеем $\omega \approx ck$, т.е. в этом пределе акустическая и оптическая ветви совпадают. Учитывая на следующем шаге члены, пропорциональные $1/\tau_{1,2}$, находим затухание акустического плазмона:

$$\mathrm{Im}\,\omega = -\frac{1}{2}\frac{\alpha_1/\tau_2+\alpha_2/\tau_1}{(\alpha_1+\alpha_2)(1+u^2/c^2)}. \qquad (16)$$

Эта величина имеет "нормальный" (друдевский) порядок, если $u \le c$, и становится много меньше $1/\tau$ при $u \gg c$.

Таким образом, эффекты запаздывания в плазменных колебаниях двухслойных и экранированных полевым электродом структур наиболее существенны в режиме сильных столкновений, $\omega\tau \ll 1$. Слабозатухающая мода существует при достаточно высокой проводимости. Однако условие $2\pi\sigma > c$ (см. [2]) не имеет порогового характера, как в случае одного слоя. Оптическая и акустическая ветви в двухслойных системах сливаются при $k \to 0$ в световую дисперсию $\omega = ck$. Слабозатухающая длинноволновая мода при $ck\tau \ll 1$ реализуется лишь при выполнении некоторого порогового условия на параметры структуры Δ, σ, τ (см. уравнение (10)).

1. А. О. Говоров, А. В. Чаплик, ЖЭТФ **95**, 1976 (1989).
2. В. И. Фалько, Д. Е. Хмельницкий, ЖЭТФ **95**, 1988 (1989).
3. П. А. Гусихин, В. М. Муравьев, И. В. Кукушкин, Письма в ЖЭТФ **100**, 732 (2014).
4. А. В. Чаплик, ЖЭТФ **62**, 746 (1972).
5. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Механика*, ГИФМЛ, М. (1959).
6. А. О. Говоров, А. В. Чаплик, Поверхность **12**, 5 (1987).
7. Р. З. Витлина, А. В. Чаплик, ЖЭТФ **81**, 1011 (1981).