Письма в ЖЭТФ, том 48, вып. 4, стр. 206–208 25 августа 1988 г.

ФЛУКТУАЦИИ ДИАМАГНИТНОЙ ВОСПРИИМЧИВОСТИ НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ МЕТАЛЛОВ

О.Д. Чеишвили

Исследованы флуктуации диамагнитной восприимчивости неупорядоченных металлов, возникающие из-за случайного расположения примесей в них. Показано, что эти флуктуации существенно превышают усредненную по реализациям случайного потенциала восприимчивость

Для вычисления диамагнитной восприимчивости металлов обычно пользуются формулой терминамического потенциала электронов проводимости в постоянном магнитном поле. Однако для того, чтобы учесть влияние столкновения электронов проводимости с примесными центрами, на диамагнетизм Ландау и для того, чтобы исследовать флуктуации восприимчивости связанный со случайным расположением примесей, нам представляется более удобным другой метод. А именно: исследование отклика системы на внешнее статическое магнитное возмущение. Если к системе электронов проводимости в металле приложено поле, вектор-потенциал которого имеет вид $\mathbf{A} = \mathbf{a}\exp(i\mathbf{kr})$ и удовлетворяет условию калибровки $(\mathbf{kA}) = 0$, диамагнитный ток в первом порядке по $\mathbf{A}$ имеет вид [1]

$$\mathbf{j} = -i\frac{e^2}{m^2}\int\frac{d\mathbf{p}\,d\epsilon}{(2\pi)^4}\left(1-\mathrm{th}\,\frac{\epsilon}{2T}\right)\{\,\mathbf{p}(\mathbf{pA})[G^R_\epsilon(\mathbf{p}_+)G^R_\epsilon(\mathbf{p}_-) - G^A_\epsilon(\mathbf{p}_+)\,G^A_\epsilon(\mathbf{p}_-)] +$$

$$+\; m\,\mathbf{A}\,[\,G^R_\epsilon(\mathbf{p}) - G^A_\epsilon(\mathbf{p})\,]\,\}\,, \tag{1}$$

где $\mathbf{p}_\pm = \mathbf{p} \pm \mathbf{k}/2$. Усредненные по случайному расположению примесей, запаздывающие и опережающие гриновские функции электрона в (1) имеют вид

$$G^{R(A)}_\epsilon(\mathbf{p}) = (\epsilon - \mathbf{p}^2/2m + \mu \pm i/2\tau)^{-1}$$

μ – химический потенциал, τ – время релаксации электронов по импульсам (здесь и в дальнейшем будем пользоваться системой единиц $\hbar = c = k_B = 1$). Легко показать, что разложение (1) по степеням вектора – $\mathbf{k}$ начинается с квадратичного члена. Производя разложение и ограничиваясь квадратичным по волновому вектору членом, получим

$$\mathbf{j} = -\frac{ie^2}{4m^3}\int\frac{d\mathbf{p}\,d\epsilon}{(2\pi)^4}\left(1-\mathrm{th}\frac{\epsilon}{2T}\right)\mathbf{p}(\mathbf{p}A)\,\{\,([\,G^R_\epsilon(\mathbf{p})\,]^{-3} - [\,G^A_\epsilon(\mathbf{p})]^3\,)\mathbf{k}^2 +$$

$$+\,([G^R_\epsilon(\mathbf{p})\,]^4 - [\,G^A_\epsilon(\mathbf{p})]^4\,)\frac{(\mathbf{pk})^2}{m}\,\}\;. \tag{2}$$

Из этого выражения непосредственно следует, что результат Ландау для диамагнитной восприимчивости

$$\mathbf{j} = \chi_{\text{л}}\,\mathbf{k}^2\mathbf{A} = -\frac{e^2 p_F}{12\pi^2 m}\,\mathbf{k}^2\mathbf{A}\,, \tag{3}$$

справедлив в широкой области температур и плотностей примесных центров. Единственным ограничением на плотность примесей является условие $\epsilon_F\tau \gg 1$ (ϵ_F – энергия Ферми, p_F – импульс Ферми). По поводу этого утверждения смотрите также в книге [2].

В последние годы выяснилось, что проводимость конкретного образца с данным случайным расположением примесей может существенно отличаться от проводимости, усредненной по реализациям случайного потенциала [3-5]. Это утверждение относится и к некоторым другим характеристикам неупорядоченного металла [6-8].

Особенно большими являются флуктуации диамагнитной восприиимчивости в неупорядоченных проводниках. Для вычисления флуктуаций диамагнитной восприимчивости следует усреднить квадрат плотности тока (2) по примесям. Нетрудно показать, что в усредненное выражение квадрата тока основной вклад вносят члены, содержащие функции Грина в четвертой степени. После проведения процедуры усреднения и интегрирования по импульсам электронов получим для усредненного значения квадрата тока в пределе грязного металла $T\tau \ll 1$,

$$\langle \mathbf{j}^2 \rangle = \frac{16 e^4 v_F^8}{27} (\pi \nu \tau^2)^5 \tau \iint \frac{d\epsilon\, d\epsilon'}{(2\pi)^2} \left(1 - \operatorname{th} \frac{\epsilon}{2T}\right)\left(1 - \operatorname{th} \frac{\epsilon'}{2T}\right) \times$$

$$\times \operatorname{Re} \int (dq) \left[C^4_{\epsilon - \epsilon'}(\mathbf{q}) + D^4_{\epsilon - \epsilon'}(\mathbf{q}) \right] \mathbf{k}^4 \mathbf{A}^2 , \qquad (4)$$

где v_F – скорость Ферми, $\nu = m p_F / 2\pi^2$ – плотность состояний электронов вблизи энергии Ферми. Куперон $C_\omega(\mathbf{q})$ и диффузон $D_\omega(\mathbf{q})$ в отсутствие магнитного поля и магнитных примесей равны между собой

$$C_\omega(\mathbf{q}) = D_\omega(\mathbf{q}) = \frac{1}{2\pi \nu \tau^2} (D\mathbf{q}^2 - i\omega)^{-1} , \qquad (5)$$

где $D = v_F^2 \tau / 3 = l^2 / 3\tau$ – коэффициент диффузии, l – длина свободного пробега электронов.

В формуле (4) $(dq) = d^d q / (2\pi)^d L^{3-d}$, d – размерность образца. Когда образец является тонкой пленкой толщиной $L \ll \sqrt{D/T} \sim l / \sqrt{T\tau}$, тогда $d = 2$. В случае тонкой нити радиусом меньше, чем $l/\sqrt{T\tau}$, $d = 1$.

После интегрирования в (4) по энергиям ϵ и ϵ' получим

$$\langle \mathbf{j}^2 \rangle = \langle \chi^2 \rangle \mathbf{k}^4 \mathbf{A}^2 = \frac{4 p_F^2 v_F^5 \tau^3}{3\pi T^2} \chi_{\text{л}}^2 \int (dq) \sum_{n, n_1 = 0}^{\infty} (n + n_1 + 1 + D\mathbf{q}^2 / 2\pi T)^{-4} \mathbf{k}^4 \mathbf{A}^2 \qquad (6)$$

После проведения интегрирования и суммирования в (6), для усредненного значения квадрата восприимчивости получим

$$\langle \chi^2 \rangle = C_d\, \zeta(3 - d/2) (p_F l)^2 (l/L)^{3-d} (T\tau)^{d/2 - 2} \chi_{\text{л}}^2 , \qquad (7)$$

где $\zeta(x)$ – дзета функция Римана. Численные коэффициенты в (7) равны: $C_3 = (1/4)\sqrt{3/2\pi}$, $C_2 = 2/3\pi$, $C_1 = 5/4\sqrt{6\pi}$. В случае мелких частиц, когда линейный размер частицы меньше чем $l/\sqrt{T\tau}$, $C_0 = 4/3\pi$.

В случае низкой размерности $d < 3$, предполагается, что длина свободного пробега l гораздо меньше, чем все линейные размеры образца. В противном случае следовало бы учитывать столкновения электронов с границей образца. Таким образом для образцов низкой размерности должно выполняться условие $l \ll L \ll l/\sqrt{T\tau}$. Из конечного результата (7) видно, что даже в случае трехмерного неупорядоченного металла флуктуации восприимчивости от образца к образцу нестолько велики, что $\langle \chi^2 \rangle \gg \langle \chi \rangle^2 = \chi_{\text{л}}^2$.

Литература

1. *Чеишвили О.Л.* ЖЭТФ, 1979, **76**, 588.
2. *Пайерлс Р.* Квантовая теория твердых тел, 1956, М.: Мир.

3. *Stone A.D.* Phys. Rev. Lett., 1985, **54**, 2692.

4. *Альтшулер Б.Л.* Письма в ЖЭТФ, 1985, 41, 530.

5. *Альтшулер Б.Л., Хмельницкий Д.Е.* Письма в ЖЭТФ, 1985, 42, 291.

6. *Альтшулер Б.Л., Шкловский Б.И.* ЖЭТФ, 1986, 91, 220.

7. *Альтшулер Б.Л., Спивак Б.З.* ЖЭТФ, 1987, 92, 607.

8. *Спивак Б.З., Зюзин А.Ю.* Письма в ЖЭТФ, 1988, 47, 221.

Институт физики
Академии наук Грузинской ССР

Поступила в редакцию
26 июня 1988 г.