

Мультиплицирование фантомного изображения с помощью многомодовых запутанных квантовых состояний

А. С. Чиркин¹⁾

МГУ им. Ломоносова, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 23 июля 2015 г.

Показано, что применение многомодовых (многочастотных) запутанных квантовых состояний световых полей дает возможность одновременно восстановить несколько фантомных изображений объекта из измерения пространственной корреляционной функции между фотонами зондирующего канала и воспроизводящих каналов, в каждом из которых распространяется излучение одной частоты. При этом детектирование излучения в объектном канале не дает информации об объекте. Расчеты выполнены на примере четырехчастотных запутанных квантовых световых полей.

DOI: 10.7868/S0370274X15180162

Неклассические состояния оптических полей позволили реализовать так называемые фантомные изображения (ФИ), когда информацию об объекте не получают из зондирующего его светового пучка, а ее извлекают при наличии другого, воспроизводящего пучка, находящегося в запутанном состоянии с зондирующим. Впервые на эту возможность обратил внимание Клышко [1, 2]. Он показал, что применяя запутанные световые пучки, порождаемые в процессе спонтанного параметрического рассеяния, и измеряя пространственную корреляцию фотонов из двух каналов, можно восстановить информацию об объекте. В изученных к настоящему времени схемах ФИ обычно используются двухмодовые (двухкомпонентные) запутанные состояния (см., например, [3–5] и цитируемую там литературу). В последнее время исследования ФИ направлены в основном на улучшение отношения изображение/фон [6–9].

Цель настоящего письма – показать, что применение многомодовых запутанных квантовых состояний света позволяет создать одновременно несколько ФИ (мультиплицировать ФИ), т.е. поступать с ФИ, как с классическим изображением.

Существует ряд возможностей по генерации многомодовых запутанных световых состояний (в контексте статьи многомодовость означает многочастотность, многокомпонентность). Такие состояния можно сформировать, например, в последовательных связанных параметрических взаимодействиях в нелинейных кристаллах, расположенных как вне [10, 11], так и внутри [12] оптического резонатора, в нелинейных волноводных структурах [13, 14], связь

мод между которыми осуществляется через эванесцентные моды, в пространственно-модулированном пучке накачки [15].

Ниже рассмотрен пример мультиплицирования ФИ с использованием четырехмодовых запутанных квантовых состояний, которые обстоятельно изучены нами в последние годы [16–21]. Процесс формирования этих состояний включает параметрический распад фотонов накачки на два фотона с разными частотами с последующим их смешением в том же кристалле с фотонами накачки. Таким образом генерируются фотоны на суммарных частотах [16, 17]. Для этого процесса разработаны квантовая теория [18, 19], квантовая теория усиления и преобразования оптического изображения [20], а также исследовано его применение в голографической телепортации запутанных оптических изображений [21].

Итак, четырехчастотные запутанные поля, с которыми мы будем иметь дело, формируются в процессе спонтанного параметрического рассеяния фотонов накачки частоты ω_p на фотоны с частотами ω_1 и ω_2 с последующим их преобразованием на частоты ω_3 и ω_4 , т.е. речь идет о связанных параметрических процессах следующего вида:

$$\omega_p = \omega_1 + \omega_2, \quad \omega_p + \omega_1 = \omega_3, \quad \omega_p + \omega_2 = \omega_4. \quad (1)$$

Рассматриваемые взаимодействия можно осуществить в аperiодических нелинейных фотонных кристаллах [16, 17]. При этом эффективный энергообмен между взаимодействующими световыми волнами осуществляется при выполнении так называемого условия квазисинхронизма, при котором фазовые расстройки Δk между взаимодействующи-

¹⁾e-mail: aschirkin@rambler.ru

ми волнами компенсируются векторами обратной нелинейной решетки.

Будем описывать взаимодействие генерируемых волн в квазиоптическом приближении. При квантовом описании операторы для медленно меняющихся амплитуд $\hat{A}_m(\boldsymbol{\rho}; z)$ волн (их индекс совпадает с индексом частоты) подчиняются коммутационным соотношениям

$$[\hat{A}_m(\boldsymbol{\rho}'; z), \hat{A}_n^\dagger(\boldsymbol{\rho}''; z)] = \delta(\boldsymbol{\rho}' - \boldsymbol{\rho}'') \delta_{mn} \quad (m, n = 1, \dots, 4). \quad (2)$$

Здесь ось z выбрана вдоль направления распространения накачки, вектор $\boldsymbol{\rho}$ лежит в плоскости, перпендикулярной оси z , $\delta(x)$ – дельта-функция, δ_{mn} – символ Кронекера. Для простоты мы считаем волны монохроматическими, что не имеет принципиального значения для рассматриваемой проблемы.

Оператор импульса поля, включающий процессы (1) и учитывающий дифракцию, в заданном поле классической плоской накачки имеет вид (ср. с [18])

$$\begin{aligned} \hat{G}_{\text{int}} = & \hbar \int \left[\beta \hat{A}_1^\dagger(\boldsymbol{\rho}; z) \hat{A}_2^\dagger(\boldsymbol{\rho}; z) + \gamma_1 \hat{A}_1(\boldsymbol{\rho}; z) \hat{A}_3^\dagger(\boldsymbol{\rho}; z) + \right. \\ & \left. + \gamma_2 \hat{A}_2(\boldsymbol{\rho}; z) \hat{A}_4^\dagger(\boldsymbol{\rho}; z) \right] d\boldsymbol{\rho} + \text{h.c.} - \\ & - \sum_{j=1}^4 \int \frac{\hbar}{2k_j} \frac{\partial \hat{A}_j^\dagger(\boldsymbol{\rho}; z)}{\partial \boldsymbol{\rho}} \frac{\partial \hat{A}_j(\boldsymbol{\rho}; z)}{\partial \boldsymbol{\rho}} d\boldsymbol{\rho}. \end{aligned} \quad (3)$$

Первое слагаемое под интегралом (коэффициент β) ответственно за параметрическое преобразование частоты вниз, а второе и третье (коэффициент γ_j) – за процесс преобразования частоты вверх. Слагаемые под знаком суммы учитывают явление дифракции.

Эволюция операторов $\hat{A}_j(\boldsymbol{\rho}; z)$ в пространстве описывается уравнением Гейзенберга вида

$$i\hbar \frac{\partial \hat{A}_j(\boldsymbol{\rho}; z)}{\partial z} = [\hat{G}_{\text{int}}, \hat{A}_j(\boldsymbol{\rho}; z)] \quad (j = 1, \dots, 4). \quad (4)$$

Подстановка (3) в (4) дает конкретный вид связанных уравнений динамики операторов [18]. Их решение находим с помощью перехода к фурье-преобразованию:

$$\hat{a}_j(\mathbf{q}; z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{A}_j(\boldsymbol{\rho}; z) e^{-i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho}} d\boldsymbol{\rho}. \quad (5)$$

Операторы $\hat{a}_j(\mathbf{q}; z)$ ($\hat{a}_j^\dagger(\mathbf{q}; z)$) имеют смысл операторов уничтожения (рождения) фотона с частотой ω_j и поперечным волновым вектором (пространственной частотой) \mathbf{q} . Решение уравнений (4) удобно представить в матричной форме:

$$\hat{\mathbf{a}}(\mathbf{q}; l) = M(\mathbf{q}; l) \hat{\mathbf{a}}_0(\mathbf{q}). \quad (6)$$

Здесь $\hat{\mathbf{a}} = (\hat{a}_1, \hat{a}_2^\dagger, \hat{a}_3, \hat{a}_4^\dagger)^T$ – столбец операторов уничтожения и рождения, причем $\hat{a}_{1,3} = \hat{a}_{1,3}(\mathbf{q}; z)$ и $\hat{a}_{2,4}^\dagger = \hat{a}_{2,4}^\dagger(-\mathbf{q}; z)$ (символ “Т” означает транспонирование), $\hat{\mathbf{a}}_0(\mathbf{q}) = \hat{\mathbf{a}}(\mathbf{q}, z = 0)$ и $\hat{\mathbf{a}}(\mathbf{q}, l) = \hat{\mathbf{a}}(\mathbf{q}, z = l)$ – столбец значений операторов на входе и выходе нелинейного кристалла длиной l , M – 4×4 -матрица, состоящая из коэффициентов передачи $Q_{mn} = Q_{mn}(\mathbf{q}; l)$. Коэффициент Q_{mn} в случае $m = n$ описывает преобразование оператора поля на частоте ω_m . При $m \neq n$ коэффициент Q_{mn} описывает преобразование поля с несущей частоты ω_n на частоту ω_m . Элементы матрицы M приведены в [18], где выполнен анализ запутанности квантовых состояний мод в рассматриваемом процессе.

Существуют две принципиально различные схемы наблюдения фантомного изображения, восстанавливающие изображение либо его дифракционную картину. Здесь мы ограничимся анализом схемы, в которой восстанавливается изображение (см. рис. 1). Пусть объект O , характеризуемый коэффициентом

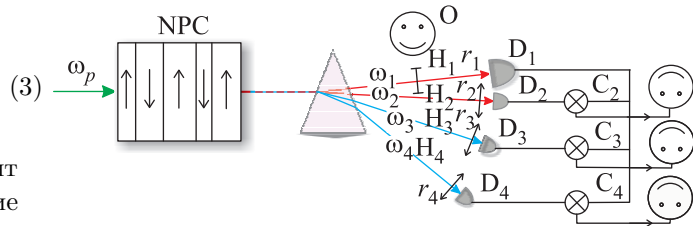


Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема мультиплицирования фантомного изображения с помощью четырехчастотных запутанных квантовых состояний света: NPC – нелинейный фотонный кристалл, ω_p – частота волны накачки, в поле которой генерируются запутанные состояния с частотами $\omega_1, \dots, \omega_4$, O – объект, H_1 – объектный канал, H_j ($j = 2, 3, 4$) – воспроизводящий канал, D_n – фотодетекторы, C_j – корреляторы интенсивности. На выходе корреляторов представлены ФИ, перевернутые по отношению к исходному изображению

пропускания $T(\mathbf{r})$, освещается излучением частоты ω_1 из рассматриваемого четырехчастотного состояния и детектор D_1 в объектном плече H_1 не дает никакой информации об объекте. Излучение на частотах ω_j ($j = 2, 3, 4$) посылается в так называемые воспроизводящие каналы H_j и регистрируется детекторами D_j . Информация об объекте извлекается при помощи измерения корреляционной функции интенсивностей, регистрируемых детекторами D_1 и D_j при сканировании положения последнего.

В плоскости детектора D_m (поперечный вектор \mathbf{r}_m) оператор амплитуды поля с частотой ω_m записывается в виде

$$\hat{B}_m(\mathbf{r}_m) = \int H_m(\mathbf{r}_m, \boldsymbol{\rho}) \hat{A}_m(\boldsymbol{\rho}; l) d\boldsymbol{\rho}. \quad (7)$$

Здесь $\hat{A}_m(\boldsymbol{\rho}; l)$ – значение оператора амплитуды поля на выходе нелинейного кристалла, $H_m(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho})$ – функция отклика среды, связанная с распространением излучения до детектора.

Интенсивность, регистрируемая детектором (для простоты идеальным), равна

$$\langle \hat{I}_m(\mathbf{r}) \rangle = \langle \hat{B}_m^\dagger(\mathbf{r}_m) \hat{B}_m(\mathbf{r}_m) \rangle. \quad (8)$$

Пространственная корреляционная функция флуктуаций интенсивности, изучаемая в этой работе, определяется выражением

$$G_{1j}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_j) = \langle \hat{I}_1(\mathbf{r}_1) \hat{I}_j(\mathbf{r}_j) \rangle - \langle \hat{I}_1(\mathbf{r}_1) \rangle \langle \hat{I}_j(\mathbf{r}_j) \rangle. \quad (9)$$

В (8), (9) усреднение производится по вакуумному состоянию полей на входе нелинейного кристалла. В параметрических процессах при малой эффективности преобразования (приближение заданного поля) генерируемые поля подчиняются гауссовской статистике. Принимая во внимание это обстоятельство, подставим (7) в (9) и, учитывая (6), получим

$$G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_j) = \left| \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint H_1(\mathbf{r}_1, \boldsymbol{\rho}_1) H_j(\mathbf{r}_j, \boldsymbol{\rho}_j) \times \right. \\ \left. \times Q^{(1j)}(\mathbf{q}) e^{-i\mathbf{q}(\boldsymbol{\rho}_j - \boldsymbol{\rho}_1)} d\boldsymbol{\rho}_j d\boldsymbol{\rho}_1 d\mathbf{q} \right|^2. \quad (10)$$

Здесь введено обозначение

$$Q^{(1j)}(\mathbf{q}) = Q_{(11)}(\mathbf{q}) Q_{(j1)}^*(\mathbf{q}) + \\ + Q_{(13)}(\mathbf{q}) Q_{(j3)}^*(\mathbf{q}) \quad (j = 2, 3, 4). \quad (11)$$

Конкретизируем функции $H_1(\mathbf{r}_1, \boldsymbol{\rho}_1)$, $H_j(\mathbf{r}_j, \boldsymbol{\rho}_j)$. Для объекта и детектора D_1 , расположенных в фокальных областях линзы с фокусным расстоянием f , имеем

$$H_1(\mathbf{r}_1, \boldsymbol{\rho}_1) = -\frac{ik_1}{2\pi f} e^{-i(k_1/f)(\mathbf{r}_1 \boldsymbol{\rho}_1)} T(\boldsymbol{\rho}_1). \quad (12)$$

В воспроизводящих каналах в случае линзы, расположенной на двойном фокусном расстоянии, имеем

$$H_j(\mathbf{r}_j, \boldsymbol{\rho}_j) = \delta(\mathbf{r}_j + \boldsymbol{\rho}_j) e^{-i(k_j/f)\mathbf{r}_j^2}. \quad (13)$$

В указанных условиях выражение (10) принимает вид

$$G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_j) = \left| \frac{k_1}{(2\pi)^3 f} \int \tilde{Q}^{(1j)}(\mathbf{r}_j + \boldsymbol{\rho}_1) T(\boldsymbol{\rho}_1) e^{-i\frac{k_1}{f}(\mathbf{r}_1 \boldsymbol{\rho}_1)} d\boldsymbol{\rho}_1 \right|^2, \quad (14)$$

где

$$\tilde{Q}^{(1j)}(\mathbf{R}) = \int Q^{(1j)}(\mathbf{q}) e^{i\mathbf{q}\mathbf{R}} d\mathbf{q}. \quad (15)$$

Согласно (14) корреляционная функция флуктуаций интенсивности определяется сверткой коэффициента пропускания объекта и фурье-образами произведения пространственно-частотных коэффициентов нелинейного преобразования. Если характерный масштаб изменения $\tilde{Q}^{(1j)}(\mathbf{R})$, радиус корреляции r_{cor} , значительно меньше наименьшего масштаба r_0 изменения $T(\boldsymbol{\rho}_1)$ ($r_{\text{cor}} \ll r_0$), или, другими словами, полоса усиления поперечных волновых чисел параметрического преобразователя больше ширины волнового спектра объекта, выражение (14) можно преобразовать к виду

$$G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_j) = \left(\frac{k_1}{2\pi f} \right)^2 \left| Q^{(1j)} \left(\frac{k_1}{f} \mathbf{r}_1 \right) \right|^2 |T(-\mathbf{r}_j)|^2. \quad (16)$$

Видно, что в рассмотренных условиях пространственная корреляционная функция флуктуаций интенсивности при изменении положения детектора в восстанавливающем канале (вектор \mathbf{r}_j) дает информацию об объекте. При этом одновременно можно восстановить три разночастотных фантомных изображения. Вывод выражения (16) относится к случаю “точечного” детектора в объектном канале. В другом предельном случае, когда детектор D_1 регистрирует излучение по всей апертуре объекта, из (16) получаем

$$G(\mathbf{r}_j) = \left(\frac{k_1}{2\pi f} \right)^2 \left| \int Q^{(1j)} \left(\frac{k_1}{f} \mathbf{r}_1 \right) d\mathbf{r}_1 \right|^2 \times \\ \times |T(-\mathbf{r}_j)|^2 \sim |T(-\mathbf{r}_j)|^2. \quad (17)$$

Таким образом, мы показали, что применение в схеме формирования ФИ многомодовых запутанных состояний световых полей позволяет получить несколько ФИ одновременно. Изменение условия регистрации излучения в одном из восстанавливающих каналов допускает получение дифракционной картины объекта, т.е. можно одновременно иметь ФИ и фантомную дифракционную картину объекта. В рассмотренном варианте мультиплицирования ФИ излучение в воспроизводящих каналах имеет разные частоты, что может быть важным для исключения флуктуаций параметров среды при восстановлении изображения объекта. В этом отношении мультиплицирование ФИ с помощью многомодовых запутанных квантовых состояний отличается от применения

двухмодовых запутанных состояний и квазитепловых источников.

Автор благодарит за полезные обсуждения результатов работы А.В.Белинского и М.Ю.Сайгина. Проведенные исследования поддержаны РФФИ (гранты # 13-07-00938, 14-02-00458).

1. Д. Н. Клышко, *ЖЭТФ* **94**, 82 (1988).
2. А. В. Белинский, Д. Н. Клышко, *ЖЭТФ* **105**, 1574 (1994).
3. E. Brambilla, A. Gatti, M. Bache, and L. A. Lugiato, *Phys. Rev. A* **69**, 023802 (2004).
4. A. Shih, arXiv: 0707.0268v [quant-ph] (2007).
5. A. Gatti, E. Brambilla, M. Bache, and L. A. Lugiato, *Ghost Imaging*, in *Quantum Imaging*, ed. by M. I. Kolobov, Springer (2007), p. 79. [*Квантовое изображение*, Физматлит, М. (2009)].
6. F. Ferri, D. Magatti, L. A. Lugiato, and A. Gatti, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 253603 (2010).
7. K. W. C. Chan, M. N. O'Sullivan, and R. W. Boyd, *Opt. Lett.* **34**, 3343 (2009).
8. T. S. Tascia, R. S. Aspden, P. A. Morris, G. Anderson, R. W. Boyd, and M. J. Padgett, *Opt. Exp.* **21**, 30460 (2013).
9. P. A. Morris, R. S. Aspden, J. E. C. Bell, R. W. Boyd, and M. J. Padgett, *Nat. Comm.* **6**, 1 (2015).
10. А. В. Родионов, А. С. Чиркин, *Письма в ЖЭТФ* **79**, 311 (2004).
11. A. Ferraro, M. G. A. Paris, M. Bondani, A. Allevi, E. Puddu, and A. Andreoni, *J. Opt. Soc. Am. B* **21**, 1241 (2004).
12. M. K. Olsen and P. D. Drummond, *Phys. Rev. A* **71**, 053803 (2005).
13. A. S. Solntsev, A. A. Shukhorukov, D. N. Neshev, and Yu. S. Kivshar, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 023601 (2012).
14. R. Kruse, F. Katzschmann, A. Krist, A. Schreiber, S. Wilhelm, K. Laiho, A. Gabris, C. S. Hamilton, I. Jex, and C. Silberhorn, *New J. Phys.* **15**, 083046 (2013).
15. D. Daems, F. Bernard, N. J. Cerf, and M. I. Kolobov, *J. Opt. Soc. Am. B* **27**, 447 (2010).
16. А. С. Чиркин, И. В. Шутов, *Письма в ЖЭТФ* **86**, 803 (2007).
17. А. С. Чиркин, И. В. Шутов, *ЖЭТФ* **136**, 639 (2009).
18. М. Ю. Сайгин, А. С. Чиркин, *ЖЭТФ* **138**, 16 (2010).
19. T. V. Tlyachev, A. M. Chebotarev, and A. S. Chirkin, *Phys. Scr. T* **160**, 014041 (2014).
20. М. Ю. Сайгин, А. С. Чиркин, *Опт. спектр.* **110**, 102 (2011).
21. M. Yu. Saygin, A. S. Chirkin, and M. I. Kolobov, *J. Opt. Soc. Am. B* **29**, 2090 (2012).