Письма в ЖЭТФ, том 48, вып. 5, стр. 287 – 289 *10 сентября 1988 г.*

О ВОЗНИКНОВЕНИИ ПЛОТНЫХ СВЕТЯЩИХСЯ СГУСТКОВ ПЛАЗМЫ MARFE

С.И.Крашенинников

Рассмотрено двухмерное уравнение энергобаланса плазмы в токамаке с учетом излучательных потерь. Показано, что возникновение *marfe* можно рассматривать как бифуркацию решений уравнения энергобаланса.

На многих токамаках при концентрациях плазмы близких к критическим, когда велика роль радиационных потерь энергии, экспериментально обнаружено образование плотных относительно холодных и сильно излучающих сгустков плазмы – *marfe* [1], локализованных как правило на внутреннем обводе плазменного шнура. Время существования *marfe* на установках *TFTR* и *JET* достигает нескольких секунд [2], что показывает устойчивость таких пароидально-асимметричных структур. В [1] было сделано предположение о том, что причиной возникновения *marfe* может являться немонотонная зависимость мощности излучательных потерь, обусловленных примесью, от температуры электронов T, аналогичная той, которая

имеет место в корональном приближении [3]. Анализ линейной стадии развития излучательной неустойчивости [4, 5] показал, что полоидально-асимметричные моды могут развиваться с большим инкрементом, чем полоидально-симметричная. Здесь мы, оставаясь в рамках излучательной модели, рассмотрим нелинейную стадию возникновения *marfe* исходя из двух.-мерного нелинейного уравнения энергобаланса плазмы.

Пусть теплопроводность плазмы поперек магнитного поля определяется зависимостью $\kappa_\perp = \hat{\kappa}_\perp T^{(\beta^{-1})}/\beta$, а теплопроводность плазмы вдоль магнитного поля описывается классическим выражением $\kappa_\parallel = (2/7)\hat{\kappa}_\parallel T^{5/2}$, где: β – свободный параметр, $\hat{\kappa}_\perp$, $\hat{\kappa}_\parallel$ – нормировочные константы. Пренебрегая конвективными членами, уравнение энергобаланса плазмы на периферии шнура $r \sim a$ (a – малый радиус токамака) где обычно возникает *marfe*, будет иметь вид:

$$\hat{\kappa}_\perp \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\hat{\kappa}_\parallel}{(qR)^2} \frac{\partial^2 \theta^\alpha}{\partial \varphi^2} - Q(\theta) = 0 . \qquad (1)$$

Здесь: $\theta = T^\beta$, $x = a - r$, φ – полоидальный угол, q – коэффициент запаса устойчивости, R – большой радиус токамака, $Q(\theta)$ – функция, моделирующая зависимость излучательных потерь от T.

Нас будут интересовать асимметричные решения (1), не стимулированные асимметрией граничных условий при $x = 0$ или $x \to \infty$ (центр плазменного шнура). Поэтому, ограничиваясь двухмодовым приближением: $\theta(x, \varphi) = \theta_0(x) + \theta_1(x)\sin\varphi$, в качестве граничных условий (1) мы примем следующие соотношения:

$$\hat{\kappa}_\perp (d\theta_0/dx)|_{x=0} = W_L \equiv G(\theta_0(0)), \qquad (2)$$

$$\hat{\kappa}_\perp (d\theta_0/dx)|_{x\to\infty} = W_\infty , \qquad (3)$$

$$\theta_1(x=0) = \theta_1(x\to\infty) = 0 . \qquad (4)$$

Здесь: W_∞ – плотность потока энергии, поступающего из центральной части шнура на периферию; W_L – плотность потока энергии поступающего в лимитерный слой; $G(\theta)$ – зависимость W_L от $\theta_0(0)$, которая может быть найдена из решения уравнения энергобаланса для лимитерного слоя. Конкретный вид $G(\theta)$ нам не понадобится и мы ограничимся качественным представлением, считая, что $G(\theta)$ – монотонновозрастающая функция θ.

Рассмотрим полоидально-симметричные решения (1). Из (1) – (3) находим уравнение для $\theta_L = \theta_0(x = 0)$:

$$G(\theta_L) = [W_\infty^2 - 2\hat{\kappa}_\perp \int_{\theta_L}^{\infty} Q(\theta)\, d\theta]^{1/2} , \qquad (5)$$

считая, что $Q(\theta)$ – достаточно быстро спадает с ростом θ.

Из (5) нетрудно видеть, что для немонотонной зависимости $Q(\theta)$, типа: $Q(\theta) = Q_*(1 - (1 - \theta/\theta_*)^2)$, где: Q_* и θ_* – характерные параметры функции $Q(\theta)$; при небольшой концентрации примеси n_I, $Q \sim n_I$, $f_0 = 2\hat{\kappa}_\perp \int_0^\infty Q(\theta)\, d\theta / W_\infty^2 < 1$ может существовать два устойчивых решения (5), соответствующих "слабым" и "сильным" радиационным потерям. Переход между этими состояниями при увеличении n_I может иметь скачкообразный характер, что согласуется с результатами линейного анализа устойчивости энергобаланса периферии плазменного шнура, проведенного в [6]. В случае $f_0 > 1$ возможно не более одного устойчивого решения (5); оно соответствует слабым радиационным потерям.

Рассмотрим теперь полоидально-асимметричные решения (1). Усредняя (1) по полоидальному углу с весом 1 и $\sin\varphi$ при $\alpha = 1$ и 2, полагая $Q(\theta) = Q_*\delta(\theta - \theta_*)$ ($\delta(y)$ – дельта-функ-

ция), получаем:

$$\frac{d^2 t_0}{d\xi^2} = \frac{f_0}{2\pi (t_1^2 - t_0^2)^{1/2}} \hat{\theta}(t_1 - t_0),$$

$$\frac{d^2 t_1}{d\xi^2} = \kappa^2 t_1 t_0^{(\alpha-1)} - \frac{f_0 (t_0/t_1)}{\pi (t_1^2 - t_0^2)^{1/2}} \hat{\theta}(t_1 - t_0), \tag{6}$$

где: $\hat{\theta}(y) = 1$ $(y > 0)$, $0 (y < 0)$; $t_0 = (\theta_0 - \theta_*)/\theta_*$, $t_1 = \theta_1/\theta_*$, $\xi = x/r_*$, $r_* = \hat{\kappa}_\perp \theta_*/W_\infty$, $f_0 = 2\hat{\kappa}_\perp Q_*/W_\infty^2$, $\kappa^2 = \hat{\kappa}_\parallel \hat{\kappa}_\perp \theta_*^2 (2\theta_*)^{\alpha-1}/(qRW_\infty)^2$.

Решению (6) типа *marfe*, когда излучающая зона сосредоточена в небольшом растворе полоидального угла $\Delta\varphi \lesssim 1$, соответствует условие небольшого относительного изменения t_1 и t_0 при $t_1 \gtrsim t_0 \approx t_* > 0$, т.е. при наличии излучательных потерь в (6). В этом случае, интегрируя (6) раздельно в областях ξ: $t_1 < t_0$ и $t_1 > t_0 \approx t_*$, с учетом (2) – (4), получаем следующую систему уравнений для t_* и $t_L = \theta_L/\theta_* - 1$: $(\alpha = 1)$

$$\frac{3}{2} \frac{1 - g(t_L)}{1 + \kappa t_*} = \frac{1}{2} \frac{f_0}{f_{min}} \ln\left(\frac{f_0 + f_{min}}{f_0 - f_{min}}\right) \geqslant 1, \tag{7}$$

$$\mathrm{th}^{-1}\left[\frac{\kappa (t_* - t_L)}{g(t_L)}\right] - 1 = \frac{1 + g(t_L)}{\kappa t_*}, \tag{8}$$

где: $g = G/W_\infty$, $f_{min} = 2\pi (1 + \kappa t_*) \kappa t_* / 3$.

Как следует из (7) необходимым условием существования решения (7), (8) является $g < 1/3$. Условие $\Delta\varphi \lesssim 1$ выполняется при $f_0 \gtrsim 1$, т.е. когда, как было показано выше, не существует полоидально-симметричного устойчивого решения (1) с сильными радиационными потерями. Сами величины t_*, t_L находятся из конкретной зависимости $g(t)$ и их определение выходит за рамки данной работы. Для $\alpha = 2$ решение (6), (7) также приводит к уравнениям типа (7), (8), которые из-за громоздкости мы не приводим; отметим лишь, что существование решений типа *marfe* и в этом случае ограничено условиями $g < 1/3, f_0 \gtrsim 1$.

Таким образом, рассмотренная в данной работе модель показывает, что возникновение *marfe* можно рассматривать как бифуркацию решения уравнения энергобаланса, приводящую к появлению полоидально-асимметричных решений, характеризуемых большими радиационными потерями, сравнимыми с мощностью нагрева плазмы.

Литература

1. *Lipschultz B. et al.* Nucl. Fusion, 1984, **24**, 977.
2. *Lipschultz B.* J. Nucl. Mater., 1987, **145 – 147**, 15.
3. *Post D.E. et al.* At Data and Nucl. Data Tables, 1977, **20**, 397.
4. *Neuhauser J. et al.* Nucl. Fusion, 1986, **26**, 1679.
5. *Drake J.F.* Phys. Fluids, 1987, **30**, 2429.
6. *Ohyabu N.* Nucl. Fusion, 1979, **9**, 1491.

Поступила в редакцию
29 июля 1988 г.