Письма в ЖЭТФ, том 103, вып. 1, с. 16 – 19 © 2016 г. 10 января

Частота Раби как несущая частота излучения

А. М. Башаров[1)]

Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", 123182 Москва, Россия

Московский физико-технический институт, 141700 Долгопрудный, Россия

Поступила в редакцию 22 октября 2015 г.

Показано, что в оптически тонких ансамблях частиц с постоянным дипольным моментом резонансное взаимодействие частиц с электромагнитной волной порождает низкочастотное излучение (терагерцовое или субтерагерцовое) с несущей частотой, равной частоте нутационных колебаний возбуждающей волны.

DOI: 10.7868/S0370274X16010033

1. Введение. В теории резонансного взаимодействия когерентного излучения с веществом частоту колебаний интенсивности излучения, прошедшего через оптически тонкую резонансную среду, вблизи переднего фронта прямоугольного импульса часто называют частотой Раби. Данное явление известно как оптическая нутация. При этом интенсивность излучения считается усредненной за период быстрых колебаний электромагнитного поля. Частота Раби, умноженная на постоянную Планка, дает представление об энергии взаимодействия электромагнитного излучения с резонансной частицей. Таким образом, у проходящего через оптически тонкую резонансную среду когерентного поля есть две частотные характеристики: несущая частота излучения и частота переизлучения квантов в поле этого излучения. При этом несущая частота излучения много больше частоты Раби.

В последнее время внимание исследователей привлекают резонансные среды, частицы которых обладают постоянным дипольным моментом. Исследованы точно интегрируемые модели резонансного прохождения излучения через оптически плотные среды [1–3], модели генерации излучения с низкими (терагерцовыми) несущими частотами в оптически плотных средах [4–6]. При этом важный случай, относящийся к фундаментальным нелинейно-оптическим явлениям [7, 8], а именно нутационные колебания волны при ступенчатом возбуждении резонансной среды, остался без внимания. Между тем в этом случае ярко проявляется характерная особенность сред с постоянным дипольным моментом – генерация излучения на частоте Раби, т.е. волны, несущая частота которой определяется энергией резонансного взаимодействия в среде.

Кроме того, в [1–6] и других работах использовались модельные представления о резонансной среде как о системе двухуровневых частиц. Между тем последовательно развиваемая теория резонансного взаимодействия на основе алгебраической теории возмущений [7] позволяет не только корректно обосновать приближение двухуровневых частиц, но и получить выражения для параметров теории, в которые наряду с характеристиками резонансных уровней входят также и характеристики всех нерезонансных уровней частиц резонансной среды.

В настоящей статье показано, как при определенных условиях в средах с постоянным дипольным моментом формируется излучение с несущей частотой Раби. Построена последовательная теория резонансного взаимодействия когерентного излучения со средой частиц, обладающих постоянным дипольным моментом, с учетом нерезонансных состояний частиц. Получены общие выражения для операторов штарковских сдвигов уровней и эффективных операторов дипольного момента частиц среды, из которых следует обоснование ранее использованных моделей. При этом рассматривалась модельная ситуация, в которой пренебрегается взаимодействием между частицами. К данному случаю относятся и предыдущие теории. Приложением развитой теории является новая возможность управления несущей частотой генерируемого излучения посредством изменения интенсивности возбуждающей волны. В частности, рассматриваемый механизм может оказаться полезным для генерации квазимонохроматического терагерцового (или субтерагерцового) излучения.

2. Алгебраическая теория возмущений для сред с постоянным дипольным моментом. Пусть в направлении оси Z распространяется когерентная электромагнитная волна, напряженность E электрического поля которой задается медленно ме-

[1)]e-mail: basharov@gmail.com

няющейся амплитудой $\mathcal{E}$ и быстро меняющейся фазой, определяемой волновым вектором $\mathbf{k} \parallel Z$ и несущей частотой ω:

$$E = \mathcal{E}\exp[i(kz - \omega t)] + \text{c.c.} \equiv \mathcal{E}\exp[-i\Phi] + \text{c.c.}$$

Поляризационными эффектами будем пренебрегать, полагая, что вектор напряженности электрического поля параллелен оси X. Буквами “c.c.” обозначены слагаемые, комплексно сопряженные с предыдущими, $\Phi = \omega t - kz$ – фаза когерентной волны.

Область полупространства $Z \geq 0$ заполнена средой, состоящей из частиц с постоянным дипольным моментом. Основное состояние частиц $|g\rangle$ связано с некоторым возбужденным состоянием $|e\rangle$ переходом, частота которого ω_{eg} близка к частоте ω, так что функции $\exp[\pm i(\omega_{eg} - \omega)t]$ являются медленно меняющимися по сравнению с $\exp(\pm i\omega t)$.

Если пренебречь взаимодействием между частицами, то дипольный момент единицы объема среды P можно представить как

$$P = n\mathrm{Sp}\,\rho d,$$

где n – плотность резонансных частиц в единице объема, $d = \sum\limits_{kj} d_{kj}|E_k\rangle\langle E_j|$ – оператор дипольного момента резонансной частицы, а ρ – ее матрица плотности. Поляризация среды входит в уравнение Максвелла:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)E = \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}P.$$

Если пренебречь релаксацией и спонтанным излучением частицы, а ее взаимодействие с когерентным полем взять в электродипольном приближении, то уравнение для матрицы плотности примет стандартный вид:

$$i\hbar\frac{\partial\rho}{\partial t} = [H_0 - Ed, \rho].$$

Следуя общей схеме [7], преобразуем матрицу плотности:

$$\tilde{\rho} = U\rho U^+,\ U = e^{-iS},\ S^+ = S.$$

Преобразованная матрица плотности будет удовлетворять кинетическому уравнению

$$i\hbar\frac{\partial\tilde{\rho}}{\partial t} = [\tilde{H}, \tilde{\rho}]$$

с преобразованным гамильтонианом

$$\tilde{H} = U(H_0 - Ed)U^+ - i\hbar U\frac{\partial}{\partial t}U^+.$$

Раскладывая $\tilde{H}$ и S в ряд по взаимодействию с когерентным полем:

$$S = S^{(1)} + S^{(2)} + \ldots,\ \tilde{H} = \tilde{H}^{(0)} + \tilde{H}^{(1)} + \tilde{H}^{(2)} + \ldots,$$

получаем (с учетом формулы Бейкера–Хаусдорфа [7])

$$\tilde{H}^{(0)} = H_0,\ \tilde{H}^{(1)} = -Ed - i[S^{(1)}, \tilde{H}^{(0)}] + \hbar\partial S^{(1)}/\partial t,$$

$$\tilde{H}^{(2)} = \frac{i}{2}[S^{(1)}, Ed] - \frac{i}{2}[S^{(1)}, \tilde{H}^{(1)}] - i[S^{(2)}, \tilde{H}^{(0)}] + \hbar\frac{\partial S^{(2)}}{\partial t}.$$

Ведущей идеей для нахождения слагаемых $S^{(i)}$ и эффективного гамильтониана $H^{\text{eff}} = \tilde{H}^{(0)} + \tilde{H}^{(1)} + \tilde{H}^{(2)}$ служит отсутствие быстро меняющихся во времени слагаемых в представлении взаимодействия. Это приводит к следующим выражениям:

$$\tilde{H}^{(1)} = -\mathcal{E}\exp(-i\Phi)d_{ge}|E_g\rangle\langle E_e| + \text{h.c.},$$

$$S^{(1)} = \sum_{jk}{}' \frac{d_{jk}}{i\hbar}\left[\frac{\mathcal{E}\exp(-i\Phi)}{\omega_{jk} - \omega} + \frac{\mathcal{E}^*\exp(i\Phi)}{\omega_{jk} + \omega}\right]|E_j\rangle\langle E_k|,$$

$$\tilde{H}^{(2)} = -|\mathcal{E}|^2\sum_k \Pi_{kk}(\omega)|E_k\rangle\langle E_k|,$$

где введены стандартные параметры теории оптических резонансных процессов [7]:

$$\Pi_{kj}(\omega) =$$

$$= \sum_j{}' \frac{d_{kn}d_{nj}}{\hbar}\left(\frac{1}{\omega_{nk} + \omega} + \frac{1}{\omega_{nj} - \omega}\right) = \Pi^*_{jk}(-\omega).$$

Буквами “h.c.” обозначены слагаемые, эрмитово сопряженные с предыдущими. Штрих у знака суммы означает, что из суммирования исключены резонансные слагаемые $\omega_{jk} \mp \omega \approx 0$.

Поляризация среды, выраженная через преобразованную матрицу плотности $P = n\mathrm{Sp}\,\tilde{\rho}\tilde{d}$, определяется эффективным оператором дипольного момента

$$\tilde{d} = e^{-iS}de^{iS} = d - i[S, d] - \frac{1}{2}[S, [S, d]] + \ldots =$$

$$= \sum_{kj} \tilde{d}_{kj}|E_k\rangle\langle E_j|,$$

$$\tilde{d}_{kj} \approx d_{kj} + \mathcal{E}\Pi_{kj}(\omega)e^{-i\Phi} + \mathcal{E}^*\Pi_{kj}(-\omega)e^{i\Phi}.$$

3. Генерация излучения на частоте Раби резонансным импульсом прямоугольной формы. Пусть входящий в резонансную среду когерентный импульс имеет прямоугольную форму ($a = a^*$):

$$\mathcal{E}(z = 0, t) = \begin{cases} a, & t \geq 0, \\ 0, & t < 0. \end{cases}$$

Тогда для оптически тонких сред длины L, в случае которых обратным влиянием среды на проходящий импульс можно пренебречь, в средах с постоянным дипольным моментом появляется поляризация P_Λ на частоте Раби

$$\Lambda = 2|ad_{eg}/\hbar|.$$

Выражение для P_Λ следует из общего выражения для поляризации среды на нулевых несущих частотах:

$$P = n[a\Pi_{ge}(-\omega)e^{i\Phi}\tilde{\rho}_{eg} + \text{c.c.} + \tilde{\rho}_{gg}d_{gg} + \tilde{\rho}_{ee}d_{ee}].$$

Полагая, что

$$|d_{gg} - d_{ee}| \gg a|\Pi_{eg}(-\omega)|,$$

чтобы поляризация на частоте Раби определялась только диагональными элементами матрицы плотности, и пренебрегая разбросом частот атомов и величин их дипольных моментов, получаем

$$P_\Lambda = \frac{n(d_{gg} - d_{ee})}{2}\cos\Lambda t.$$

Таким образом, периодическая динамика квантовых населенностей на частоте Раби приводит за счет постоянного дипольного момента перехода к возникновению составляющей поляризационного отклика среды, осциллирующей на данной частоте.

Излучение на частоте Раби находим в приближении однонаправленных волн [9]. Тогда уравнение Максвелла сводится к следующему [9]:

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\right)E = -\frac{2\pi}{c}\frac{\partial}{\partial t}P.$$

Для оптически тонких сред протяженности L получаем, что за пределами резонансной среды напряженность электрического поля излучения, генерируемого на частоте Раби, имеет простой вид:

$$E_\Lambda(t,z) = \frac{\pi n\Lambda L(d_{gg} - d_{ee})}{c}\sin\Lambda\left(t - \frac{z}{c}\right).$$

Отсюда явно следует равенство несущей частоты излучения частоте Раби Λ.

В реальных средах частоты резонансных переходов разбросаны вблизи некоторой средней частоты перехода ω_0. В таком случае полученный результат несколько видоизменяется:

$$E_\Lambda(t,z) = \frac{\pi nL(d_{gg} - d_{ee})}{c}\left\langle\frac{\Lambda}{\Omega}\sin\Omega\left(t - \frac{z}{c}\right)\right\rangle.$$

Здесь угловыми скобками обозначено усреднение по указанным частотам с некоторой функцией распределения $F(\Delta)$, $\Omega = \sqrt{\Delta^2 + \Lambda^2}$.

Несущая частота генерируемого излучения в общем случае уже не будет строго равняться частоте Раби. Однако ее значение будет вполне однозначно ею определяться. Более того, в случае симметричного разброса (точного резонанса) несущая частота низкочастотной генерации по-прежнему с хорошей точностью будет равняться частоте Раби. Например, для гауссовского разброса частот нетрудно вычислить среднее и получить, что

$$E_\Lambda(t,z) = -\frac{\pi^{3/2}nL(d_{gg} - d_{ee})\Lambda^2 T_0}{c}\times$$

$$\times\left\{J_0\left[\Lambda\left(t - \frac{z}{c}\right)\right] + \Phi_{\text{error}}\left[\left(t - \frac{z}{c}\right)\Big/T_0\right] - 1\right\}.$$

Здесь $1/T_0$ – частотная ширина разброса, которая предполагается много большей частоты Раби, $\Phi_{\text{error}}(t)$ – интеграл ошибок, $J_0(t)$ – функция Бесселя.

Частотный разброс частиц с постоянным дипольным моментом приводит к затуханию низкочастотного излучения, несмотря на то что возбуждающее его излучение продолжает воздействовать на резонансную среду. Важным обстоятельством для практического применения изученного низкочастотного излучения служит возможность перестройки его несущей частоты за счет изменения интенсивности накачки. Чтобы обеспечить эффективное резонансное взаимодействие среды с возбуждающим полем как бы прямоугольной формы, подойдет техника перестройки частоты возбуждающего излучения [10]. Поскольку несущая частота возбуждающего излучения находится в оптической или инфракрасной областях спектра, такую перестройку нетрудно обеспечить методами электрооптической модуляции частоты света.

Чтобы частота обсуждаемого низкочастотного излучения лежала в терагерцовом диапазоне, $\Lambda \sim \sim 10^{12}\,\text{с}^{-1}$ (востребовано в различных задачах), необходимы возбуждающие резонансные поля интенсивности порядка $I \sim 10^8\,\text{Вт/см}^2$ (при оценке этой величины считалось, что $d_{eg} \sim 10^{-18}$ СГСЕ и учитывалось выражение $\Lambda = (8\pi Ic^{-1}\hbar^{-2})^{1/2}d_{eg}$).

Автор выражает благодарность С.В. Сазонову за полезные обсуждения. Работа частично поддержана грантом РФФИ # 13-02-00199-а.

1. M. Agrotis, N. M. Ercolani, S. A. Glasgow, and J. V. Moloney, Physica D **138**, 134 (2000).
2. S. A. Glasgow, M. A. Agrotis, and N. M. Ercolani, Physica D **212**, 82 (2005).
3. А. А. Заболотский, ЖЭТФ **133**, 970 (2008).

4. А. Н. Бугай, С. В. Сазонов, Письма в ЖЭТФ **92**, 260 (2010).
5. С. В. Сазонов, Письма в ЖЭТФ **96**, 281 (2012).
6. А. Н. Бугай, С. В. Сазонов, Письма в ЖЭТФ **98**, 713 (2013).
7. A. I. Maimistov and A. M. Basharov, *Nonlinear Optical Waves*, Kluwer Academic, Dordrecht (1999).
8. Л. Аллен, Дж. Эберли, *Оптический резонанс и двухуровневые атомы*, Мир, М. (1978).
9. Э. М. Беленов, А. В. Назаркин, Письма в ЖЭТФ **51**, 252 (1990).
10. A. I. Alekseev and A. M. Basharov, J. Phys. B **15**(22), 4269 (1982).