

Разделение ионов на фронте ударной волны в многокомпонентной плазме

С. И. Глазырин^{1)+**×}, А. С. Куратов⁺, В. Ю. Быченков^{°+}

⁺“Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Духова”, 127473 Москва, Россия

^{*}Институт теоретической и экспериментальной физики им. Алиханова, Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, 117218 Москва, Россия

[×]Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, 115409 Москва, Россия

[°]Физический институт им. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 23 декабря 2015 г.

С использованием модели многожидкостной гидродинамики, основанной на 13-моментной системе уравнений Грэда, изучена структура ударной волны, распространяющейся в плазме с двумя сортами ионов. Хотя усредненная динамика фронта ударной волны совпадает с однокомпонентным вариантом по модели среднего иона, его структура отличается при заметной разнице отношений заряда к массе различных ионов, демонстрируя их разделение на фронте ударной волны. Для проблемы лазерного термоядерного синтеза (ЛТС) установлены область параметров, для которой такое разделение важно, а также физические процессы, определяющие двухкомпонентную структуру ударного фронта.

DOI: 10.7868/S0370274X16040056

Ударные волны (УВ) возникают во многих высокоэнергетических явлениях, в том числе плазменных. Структура ударных волн в столкновительной плазме изучается довольно давно [1–6]. Она изложена в монографиях [7]. Такие исследования ограничивались в основном двухтемпературной гидродинамикой однокомпонентной плазмы. Большой интерес представляет структура ударной волны в плазме с разными сортами ионов. Из-за больших градиентов гидродинамических величин, в частности электронного давления p_e , на фронте волны возникает большое амбиполярное электрическое поле E . Динамика частиц в этом поле зависит от отношения Z/A их заряда к массе. Если это отношение у ионов, составляющих плазму, различается, то можно ожидать появления эффектов, приводящих к изменению структуры ударной волны: разделения сортов ионов на фронте, изменения (по сравнению с однокомпонентным случаем) темпов нарастания энтропии, генерации магнитного поля и, как следствие, возникновения анизотропии характеристик плазмы и изменения динамики ударных неустойчивостей (например, Рихтмайера–Мешкова). Вполне ожидаемо, что эффекты сепарации ионов важны для плазмы лазерного термоядерного синтеза (ЛТС), при котором сжатие и разогрев мишени производятся ударными

волнами. При этом обоснование экспериментов обычно проводится в гидродинамическом приближении со средним ионом [8]. Различие в динамике ионов на фронтах ударных волн может приводить к отклонению от предсказаний такой модели и объяснять несоответствие предсказаний и результатов экспериментов в установках ЛТС [9].

В дальнейшем будем различать следующие подходы. Одножидкостная модель плазмы – случай, когда электроны и ионы имеют одинаковую динамику и одинаковые температуры. Тепловой поток является суммарным тепловым потоком электронов и ионов. Аналогично обстоит дело и для вязкости среды. Случай, когда динамика каждого типа частиц в плазме описывается своими гидродинамическими уравнениями (и своими потоками тепла, вязкостью и т.д.), будем называть многожидкостной моделью. Такие модели делятся по количеству типов ионов на однокомпонентные (плазма с одним сортом ионов или в приближении среднего иона) и многокомпонентные.

Важным вопросом для ЛТС-плазмы является выяснение роли разделения сортов ионов на ударной волне. Так, в работах [10, 11] на основе гибридных расчетов (в которых ионы рассматриваются как кинетические, а электроны – в виде жидкости или нейтрализующего фона) показано, что разделение может объяснять аномалию в нейтронном выходе в D^3 Ne-мишенях. В работе [12] обсуждался коэффици-

¹⁾e-mail: glazyrin@itep.ru

ент электродиффузии для многокомпонентной плазмы, показывающий различие динамики ионов разных сортов в электрическом поле. В [13] в гибридном моделировании демонстрировалось разделение компонент ДТ-смеси в ЛТС-мишени, растущее со временем при сферическом сжатии волны. В [14–16] на основе результатов гибридных расчетов указывалось на влияние эффекта разделения ионов на выход нейтронов. В [17] роль этого эффекта обсуждалась для аблятора термоядерной мишени. Перечисленные работы однозначно указывают на необходимость разработки многожидкостных моделей плазмы, эффективных для ЛТС-расчетов [18]. Сам эффект разделения компонент смеси на ударных волнах хорошо известен в газах, где он наблюдался экспериментально [19].

Качественно эффект разделения можно объяснить следующим образом. Если пренебречь прямыми столкновениями в плазме, то различные сорта частиц будут взаимодействовать посредством электрического поля, влияние которого определяется отношениями Z/A . Столкновения влияют на взаимодействие частиц через другие эффекты ударной волны, например, через трение, уменьшающее различие в динамике частиц. Комбинацию всех процессов можно учесть только в численном расчете, разрешающем структуру волны.

Наиболее полноценная модель плазмы – кинетическое уравнение с интегралами столкновений, учитывающими обмен энергией и импульсом всех сортов частиц. Такой подход хотя и позволяет наиболее точным образом описывать плазму, требует очень ресурсоемких вычислений и в настоящее время неприменим для полномасштабного моделирования реальных экспериментов. Гидродинамический подход, используемый в таком случае, опускает многие плазменные эффекты. В первую очередь это происходит из-за того, что функция распределения частиц по скоростям считается близкой к максвелловской. Для реальных приложений необходимо использовать модель, которая объединяла бы преимущества обоих подходов. Определенным продвижением в этом направлении является метод Грэда [20], который уточняет гидродинамику, так как учитывает поправки более высоких порядков к максвелловской функции распределения. Грэдовская система применялась для изучения ударных волн в однокомпонентных газах в работах [21–23]. В данной статье метод Грэда используется как последовательный подход для моделирования динамики плазмы с несколькими сортами ионов. Такого типа модели необходимы для полномасштабного моделирования процес-

сов в плазме ЛТС. Ниже мы концентрируемся на наиболее обсуждаемом в последнее время эффекте: изменении структуры ударных волн в многокомпонентной плазме и соответствующем разделении сортов ионов. С определенными ограничениями этот эффект исследуется с использованием ионной кинетики [10, 11, 13–16]. Однако его физическая трактовка сдерживается из-за неполной ясности роли различных процессов. Дело в том, что кинетический подход учитывает все процессы в совокупности, не позволяя очевидным образом выделить среди них доминирующие. Как будет показано ниже, предлагаемая многомоментная двухжидкостная модель позволяет обойти эту трудность.

В методе Грэда [20] функция распределения частиц заданного сорта описывается с помощью удержания определенного числа ее моментов по скоростям. В настоящей статье мы используем 13-моментное приближение, когда динамика плазмы описывается величинами концентрации частиц n_α , средней скоростью \mathbf{v}_α , температурой T_α , тензором вязких напряжений σ_{ij}^α , тепловым потоком \mathbf{q}_α , где α обозначает сорт частиц (e, i_1, i_2, \dots). Рассматриваемый нами случай осложняется присутствием ионов с произвольным отношением масс, что сильно усложняет вычисление интегралов столкновений. При формулировке соответствующей модели за основу были взяты результаты работ [24, 25].

Итоговая 13-моментная система Грэда содержит в себе гидродинамические уравнения:

$$\partial_t \rho_\alpha + \partial_x (\rho_\alpha v_{\alpha,x}) = 0, \quad (1)$$

$$\partial_t (\rho_\alpha v_{\alpha,x}) + \partial_x (\rho_\alpha v_{\alpha,x}^2 + p_\alpha - \sigma_{xx}^\alpha) = Z_\alpha e n_\alpha E + R_\alpha + R_\alpha^T, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \partial_t (\rho_\alpha e_\alpha) + \partial_x (\rho_\alpha v_{\alpha,x} e_\alpha) + p_\alpha \partial_x v_{\alpha,x} = \\ = -\partial_x q_{\alpha,x} + Q_\alpha + Q_{R,\alpha} + \sigma_{xx}^\alpha \partial_x v_{\alpha,x}, \end{aligned} \quad (3)$$

составляющие законы сохранения массы, импульса и энергии каждой из компонент ($\rho_\alpha = m_\alpha n_\alpha$). К этим уравнениям добавляются дифференциальные уравнения на динамические величины \mathbf{q} и σ_{ij} . Система описывает движение всех частиц как жидкостей с кинетическими эффектами: силой трения R_α , термсилой R_α^T , столкновительной передачей энергии между частицами Q_α , выделением энергии за счет трения частиц Q_R , теплопереносом q , вязкостью σ . Для простоты мы ограничиваемся одномерным приближением $\partial_{y,z} = 0$ в предположении отсутствия (малости) магнитного поля.

Как будет показано ниже, теплопроводность играет существенную роль в формировании фронта

Таблица 1. Варианты и результаты расчетов структуры ударной волны по 13-моментной системе Грэда*)

#		T_2 , эВ	n_e , см ⁻³	Δx_{separ} , мкм	λ_1 , мкм	λ_2 , мкм
1			$2 \cdot 10^{19}$	55	~ 8	~ 12
2	$A_1 = 1$	100	$2 \cdot 10^{20}$	6	~ 0.8	~ 1.3
3	$A_2 = 10$		$2 \cdot 10^{21}$	0.8	~ 0.1	~ 0.15
4		200	$2 \cdot 10^{19}$	180	~ 20	~ 30
5	$A_1 = 2$		$2 \cdot 10^{19}$	9	~ 10	~ 10
6	$A_2 = 3$	100	$2 \cdot 10^{20}$	1	~ 1	~ 1
7			$2 \cdot 10^{21}$	0.12	~ 0.1	~ 0.1

*) Обозначения: A_1, A_2 – атомарные массы ионов, T_2 – температура после фронта ($T_1 = 10$ эВ), n_e – концентрация электронов перед фронтом. Результаты расчетов: Δx_{separ} – величина сепарации (определение см. в тексте статьи), $\lambda_{1,2}$ – длины свободного пробега ионов 1 и 2 соответственно.

ударной волны в плазме. Важно, что тепловой поток нельзя описывать в квазистационарном приближении (закон Фурье), поскольку характерные времена гидродинамических процессов и процессов теплопроводности в УВ сравнимы между собой. Подход Грэда позволяет это учесть. При этом в УВ вклады от нестационарности теплопереноса $\partial_t q^\alpha$, его адвекции $v \partial_x q_x$ и другие динамические эффекты сравнимы с вкладом от $nT \partial_x T$, являющимся основным для приближения Спитцера–Харма.

Так как ударная волна определяется динамикой ионов, будем пренебрегать инерцией электронов (из-за большой разницы характерных времен). Это позволяет избавиться от необходимости разрешать плазменные колебания. Такое приближение приводит к амбиполярному электрическому полю (см. (2)): $E_i = (-\partial_i p_e + R_{e,i} + \partial_j \sigma_{ij}^e) / (en_e)$. При этом электроны мгновенно подстраиваются под распределения ионов: $n_e = \sum_{i \in \text{ions}} Z_i n_i$, и $j = \sum_{\alpha} Z_{\alpha} n_{\alpha} v_{\alpha} = 0$. Таким образом, динамика электронов не рассчитывается явно, но у них сохраняются свои температура, тепловой поток и тензор вязких напряжений, для которых решаются динамические уравнения. Такая 13-моментная система уравнений Грэда была реализована в нашем коде FRONT3D.

В стандартной одножидкостной гидродинамике сплошной среды или плазмы плоская ударная волна представляет собой стационарное решение – скачок, на котором удовлетворяются соотношения Гюгонио. Следует подчеркнуть, что физически этот скачок всегда имеет конечную толщину, а указанные соотношения связывают состояния среды на большом отдалении по обе стороны от фронта. В нашем исследовании мы отталкиваемся от схожей классической картины, задавая начальный разрыв в плазме, удовлетворяющий соотношениям Гюгонио. В многокомпонентной плазме он эволюционирует в соответствии с решением системы (1)–(3) (и уравнениями

на \mathbf{q}, σ) и через некоторое время трансформируется в стационарную УВ-структуру, характеризующуюся установившимися профилями температуры и концентрации частиц, представленными на рис. 1–3. В таком случае задача задается набором несколь-

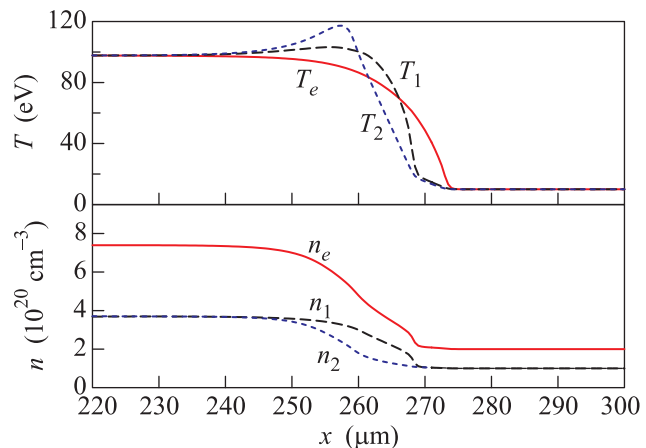


Рис. 1. (Цветной онлайн) Структура ударной волны – профили температуры и концентрации всех сортов ионов в варианте 2 (см. табл. 1). Волна распространяется слева направо

ких независимых параметров, определяющих состояние среды на отдалении от фронта: концентрациями ионов и температурой перед фронтом, температурой за фронтом. Для определенности во всех расчетах задавались одинаковые заряды ионов: $Z_1 = Z_2 = 1$. Массы же A_1, A_2 различались (считалось, что $A_1 < A_2$). Перед фронтом УВ были выбраны температура $T_1 = 10$ эВ и одинаковые концентрации ионов, $n_1 = n_2$. Варианты расчетов приведены в табл. 1.

На рис. 1 показаны установившиеся профили температуры и концентрации частиц стационарной волны для расчета с большой разницей масс ионов, $A_2/A_1 = 10$. Полученная структура качественно совпадает с классической картиной ударной волны в

плазме [7]: подъем температуры ионов связан с подъемом плотности ионов. Электроны получают энергию от горячих ионов. Температуры тех и других постепенно выравниваются по течению. Разогретые электроны за счет более высокой теплопроводности передают тепло вперед, за скачок плотности. Ионы разделены пространственно: возрастание плотности более легких из них начинается раньше, хотя профили ионов похожи друг на друга. Будем называть величину этого смещения Δx_{separ} сепарацией. В табл. 1 представлены величины сепарации, полученные при различных начальных данных и различных массах ионов. Исследовались два случая: сильная и слабая разницы в массах (при одинаковом заряде). Поскольку величину разделения нужно сравнивать с длиной пробега ионов в области фронта, последняя также приведена в таблице. Видно, что величина разделения ожидаемо зависит от разницы отношений Z/A для двух сортов ионов: чем больше так называемый кинематический параметр $\mathcal{R} \equiv (Z_1/A_1)(A_2/Z_2) > 1$, тем больше различия в их динамике. Кроме масс, в расчетах менялись плотности среды, а также величина скачка температуры. Изменение этих параметров позволяло варьировать длины пробега частиц. При заданном R сепарация ионов масштабируется с длиной пробега частиц.

При $\mathcal{R} = 3/2$, что соответствует ДТ-смеси, величина разделения равна длине пробега ионов. Для такого интересного во многих приложениях случая величина разделения близка к естественному пределу и ее можно сопоставить реально идентифицируемой малой, но конечной ширине фронта УВ. При отношении, на порядок большем, $\mathcal{R} = 10$, величина разделения превышает пробеги частиц примерно в 5–7 раз. В таком случае эффект сепарации ионов хорошо выражен. Подобная величина \mathcal{R} характерна в том числе для СН (пластик) плазмы аблятора ЛТС-мишени или для плазмы хольраума, состоящей, например, из ионов гелия и золота, где кинематический параметр может быть еще больше.

Для того чтобы понять, к чему приводит учет эффекта многокомпонентности, приведем сравнение наших результатов с результатом расчета по одножидкостной 13-моментной модели в приближении среднего иона ($\bar{A} = (A_1 + A_2)/2$). Сравнение со случаем $\mathcal{R} = 10$ приведено на рис. 2. Видно, что средняя динамика фронта в обеих моделях совпадает, а разница заключается в строении фронта: в двухкомпонентном варианте он шире. Концентрации электронов (и температура) на некотором отдалении от фронта в двух вариантах расчета немного различаются. На самом деле дальше по течению (за грани-

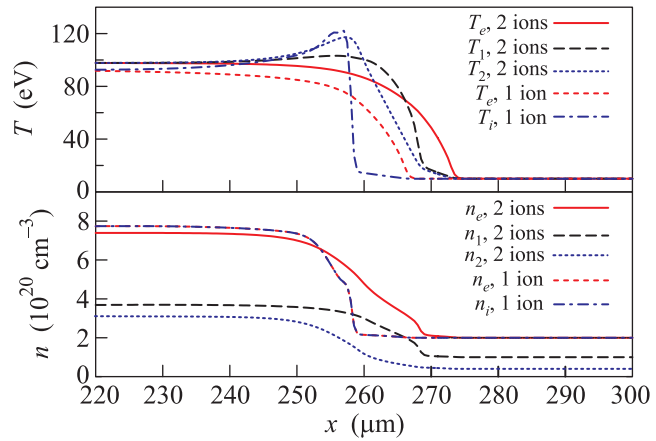


Рис. 2. (Цветной онлайн) Сравнение двухжидкостного расчета с одножидкостным со средним ионом. Параметры соответствуют варианту 2 из табл. 1

цами показанной на рисунке области) они полностью выравниваются. Последнее лишний раз доказывает, что состояния вдали от фронта по обе его стороны связаны только соотношениями Гюгонио и не зависят от внутренней структуры фронта.

В ЛТС-мишени сферическая ударная волна, распространяющаяся по ДТ-смеси, сходится в центре и создает горячую область. Параметры этой горячей области (размеры которой по порядку величины сопоставимы с длиной пробега ионов) определяются профилем температуры и структурой фронта ударной волны. Последние зависят от того, насколько корректно проводится моделирование термоядерной плазмы (например, с использованием одножидкостного или многожидкостного подходов). В указанных подходах физические процессы, отвечающие за структуру фронта ударной волны, либо проявляются по-разному, либо вообще частично игнорируются, хотя средняя динамика ударной волны описывается одинаково. Так, в одножидкостном случае (в стандартной гидродинамике) не учитывается, что тепловая волна в электронах обгоняет ионный фронт. В многожидкостном описании со средним ионом невозможно учесть разницу в динамике ионов и, соответственно, процессы трения, перераспределения энергии между компонентами плазмы. В обоих случаях неучет указанных эффектов сказывается на структуре фронта ударной волны. Если ограничиться моделями сплошной среды для плазмы, то многокомпонентный многожидкостной подход является наиболее полным. Вместе с тем в плане количественного описания разделение сортов ионов в сферической УВ отличается от рассматриваемого плоского случая. Тем не менее анализ последнего позволяет по-

нять роль отдельных физических эффектов в формировании структуры фронта УВ. Переходя к такому обсуждению, для большей наглядности введем среднюю температуру ионов для двухкомпонентной плазмы: $T_{av} = (n_1 T_1 + n_2 T_2)/(n_1 + n_2)$. Разница в ее поведении для одножидкостной и многожидкостной моделей показана на рис. 3. Там же приведены

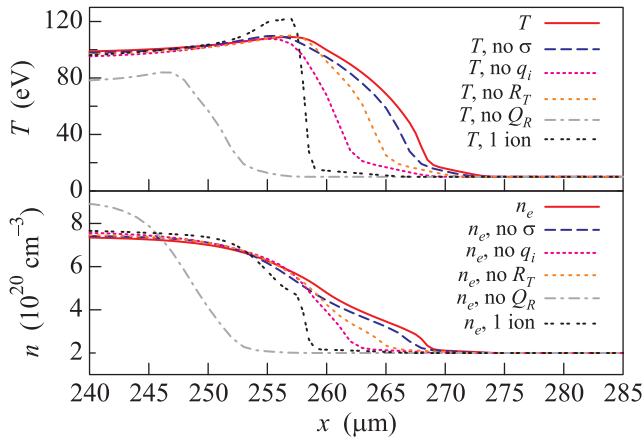


Рис. 3. (Цветной онлайн) Сравнение средней температуры T_{av} и концентрации электронов n_e для двухкомпонентного и однокомпонентного расчетов. Показаны также профили T_{av} для двухкомпонентных расчетов с различными отключенными эффектами: “по q_i ” – отключена ионная теплопроводность, “по σ ” – отключена вязкость, “по R_T ” – отключена термосила, “по Q_R ” – отключен нагрев за счет трения разных сортов частиц, “1 ion” – профили температуры для одноионного расчета

профили средней температуры в расчетах, в которых был отключен тот или иной физический процесс. В возможности этого проявляется преимущество многожидкостного описания над кинетическим: различные процессы представлены в уравнениях явно, и их можно “включать–отключать”, чтобы изучить их роль.

Из рис. 3 видно, что в однокомпонентном расчете температура ионов нарастает на масштабе, малом по сравнению с масштабом изменения средней температуры для двухкомпонентного расчета. Для двухкомпонентного расчета этот масштаб определяется именно разделением ионов. Из вариантов с отключенными эффектами (“по σ ”, “по q_i ”, “по R_T ” на рис. 3) следует, что ионная теплопроводность и термосила значительно влияют на ширину фронта УВ, увеличивая ее, а вязкость, наоборот, играет малую роль. Проведенные расчеты укладываются в следующую картину. Амбиполярное электрическое поле на фронте ударной волны по-разному действует на ионы с различным отношением Z/A . Более легкие

ионы уходят вперед. Вместе с собой из-за электронейтральности они забирают часть электронов (что видно из рис. 2). Поэтому профили электронной температуры и концентрации в двухкомпонентном варианте немного сдвинуты вперед по сравнению с однокомпонентным. Подъем плотности легких ионов приводит к увеличению их температуры (за счет сжатия вещества) в то время, когда тяжелые ионы еще практически не возмущены. Эта высокая температура усиливает роль ионной теплопроводности в области разделения (это проявляется в том, что без ионной теплопроводности – вариант “по q_i ” на рис. 3 – величина разделения значительно меньше). На рис. 3 представлен также расчет с отключенным энерговыделением от трения различных сортов частиц Q_R , пренебрежение которым приводит к неправильному балансу энергии и нарушению соотношений Гюгонио. Это показывает, что в двухсортном случае при сжатии на фронте ударной волны ионы приобретают сильно различающиеся скорости, которые в дальнейшем выравниваются, а разница в энергии вносит значительный вклад в тепловой баланс системы.

Таким образом, на основе 13-моментного приближения Грэда была изучена структура ударной волны в многокомпонентной плазме. При этом основной акцент делался на выявлении роли различия в динамике сортов ионов с отличающимся отношением заряда к массе Z/A . Показано, что эффект пространственного разделения сортов хорошо выражен на фронте ударной волны, если ионы имеют существенно различающиеся отношения Z/A . Для интересного с точки зрения приложений случая ДТ-плазмы разделение незначительно: оно сравнимо с длиной пробега частиц. Данная величина разделения совпадает с предсказанием статьи [15]. При этом согласно нашим расчетам формируется несколько иная структура: электронная тепловая волна лидирует, как следует из классической теории, что не выполняется для результатов работы [15]. По-видимому, последнее связано с тем, что в [15] рассматривается динамика кинетически описываемых ионов на фоне гидродинамической жидкости электронов.

Существенное разделение ионов наблюдается при отношении $Z_1/A_1 A_2/Z_2 = 10$: оно в 5–7 раз превышает длину пробега ионов (такая смесь ионов возникает в абляторе и в плазме холраума). Во всех случаях эффект разделения приводит к изменению структуры фронта ударной волны по сравнению с моделью со средним ионом, но не меняет параметры плазмы за фронтом на отдалении. Разделение приводит к размытию профилей температуры и концентрации ионов. Значительный вклад в такое раз-

мытие вносят ионная теплопроводность и термосила (эти процессы часто не учитываются в гидродинамических работах). Это не позволяет использовать простую оценку, приведенную в работе [15], для величины разделения $\Delta_{\text{separ}} = v_s/\nu_{12}$, учитывающую только роль трения. Особенности структуры фронта ударной волны важны для ряда практических задач, например для определения условия зажигания в задачах ЛТС, исследования развития неустойчивостей в плазме, таких, как неустойчивость Рихтмайера–Мешкова, и распространения ударных волн в астрофизических объектах (в том числе в сверхновых и их остатках), где плазма всегда многокомпонентна. Полученные результаты хотя и отражают существенное продвижение по пути учета кинетических эффектов, опираются на упрощенную функцию распределения частиц, предполагающуюся не сильно отличной от максвелловской. В связи с этим интересно провести сравнение с результатами кинетического моделирования УВ в многокомпонентной плазме, что и планируется сделать в дальнейшей работе.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант # 16-02-00088). Один из авторов (С.И.Г.) выражает благодарность фонду “Династия” за поддержку его работы.

1. Ya. B. Zeldovich, *Sov. Phys. JETP* **5**, 919 (1957).
2. V. D. Shafranov, *Sov. Phys. JETP* **5**, 1183 (1957).
3. В. С. Имшенник, *Журнал вычислительной математики и математической физики* **2**, 206 (1962).
4. M. Y. Jaffrin and R. F. Probst, *Phys. Fluids* **7**, 1658 (1964).
5. Y. M. Kazhdan, R. N. Antonova, and V. S. Imshennik, *Plasma Phys. Rep.* **32**, 301 (2006).
6. T. O. Masser, J. G. Wohlbiel, and R. B. Lowrie, *Shock Waves* **21**, 367 (2011).
7. Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер, *Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений*, Наука, М. (1966).
8. S. W. Haan, J. D. Lindl, D. A. Callahan, D. S. Clark, J. D. Salmonson, B. A. Hammel, L. J. Atherton, R. C. Cook, M. J. Edwards, S. Glenzer, A. V. Hamza, S. P. Hatchett, M. C. Herrmann, D. E. Hinkel, D. D. Ho, H. Huang, O. S. Jones, J. Kline, G. Kyrala, O. L. Landen, B. J. MacGowan, M. M. Marinak, D. D. Meyerhofer, J. L. Milovich, K. A. Moreno, E. I. Moses, D. H. Munro, A. Nikroo, R. E. Olson, K. Peterson, S. M. Pollaine, J. E. Ralph, H. F. Robey, B. K. Spears, P. T. Springer, L. J. Suter, C. A. Thomas, R. P. Town, R. Vesey, S. V. Weber, H. L. Wilkens, and D. C. Wilson, *Phys. Plasmas* **18**, 1001 (2011).
9. J. Lindl, O. Landen, J. Edwards, and E. Moses, *Phys. Plasmas* **21**, 020501 (2014).
10. P. Amendt, S. C. Wilks, C. Bellei, C. K. Li, and R. D. Petrasso, *Phys. Plasmas* **18**, 056308 (2011).
11. O. Larroche, *Phys. Plasmas* **19**, 122706 (2012).
12. G. Kagan and X. Tang, *Phys. Plasmas* **19**, 082709 (2012).
13. C. Bellei, P. A. Amendt, S. C. Wilks, M. G. Haines, D. T. Casey, C. K. Li, R. Petrasso, and D. R. Welch *Phys. Plasmas* **20**, 012701 (2013).
14. A. Inglebert, B. Canaud, and O. Larroche, *EPL* **107**, 65003 (2014).
15. C. Bellei and P. A. Amendt, *Phys. Rev. E* **90**, 013101 (2014).
16. C. Bellei, H. Rinderknecht, A. Zylstra, M. Rosenberg, H. Sio, C. K. Li, R. Petrasso, S. C. Wilks, and P. A. Amendt *Phys. Plasmas* **21**, 056310 (2014).
17. P. Amendt, C. Bellei, J. S. Ross, and J. Salmonson, *PRE* **91**, 023103 (2015).
18. N. M. Hoffman, G. B. Zimmerman, K. Molvig, H. G. Rinderknecht, M. J. Rosenberg, B. J. Albright, A. N. Simakov, H. Sio, A. B. Zylstra, M. G. Johnson, F. H. Seguin, J. A. Frenje, C. K. Li, R. D. Petrasso, D. M. Higdon, G. Srinivasan, V. Yu. Glebov, C. Stoeckl, W. Seka, and T. C. Sangster, *Phys. Plasmas* **22**, 052707 (2015).
19. R. Center, *Phys. Fluids* **10**, 1777 (1967).
20. H. Grad, *Comm. Pure Appl. Phys.* **2**, 331 (1949).
21. Y. Ohr, *Phys. Fluids* **13**, 2105 (2001).
22. M. Torrilhon and H. Struchtrup, *J. Fluid Mech.* **513**, 171 (2004).
23. M. Y. Timokhin, Y. A. Bondar, A. A. Kokhanchik, M. S. Ivanov, I. E. Ivanov, and I. A. Kryukov, *Phys. Fluids* **27**, 037101 (2015).
24. J. M. Burgers, *Flow Equations for Composite Gases*, Academic Press (1969).
25. R. W. Schunk, *Space Sci.* **23**, 437 (1975).