

# Фантомные изображения с подавленным фоном на основе состояний Белла

А. С. Чиркин<sup>1)</sup>

МГУ им. Ломоносова, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 19 ноября 2015 г.

После переработки 18 декабря 2015 г.

При наблюдении фантомного изображения (ФИ) информацию об объекте получают из измерения пространственной корреляции между фотонами, распространяющимися в объектном и восстанавливающем каналах. В традиционных схемах, использующих двухмодовые запутанные квантовые состояния или квазитепловые световые источники, корреляционная функция фотонов имеет фон, связанный со средним числом фотонов в каналах. В работе на примере состояний Белла показано, что применение поляризационно-запутанных состояний позволяет избавиться от этого фона и получить, таким образом, более качественное восстановленное изображение.

DOI: 10.7868/S0370274X16040135

Цель настоящего письма – обратить внимание на возможность подавления фона при формировании фантомного изображения (ФИ). Фантомные изображения впервые были предложены в [1] и экспериментально наблюдались в [2]. Традиционные схемы регистрации ФИ включают процесс освещения объекта и его восстановление из измерения пространственной корреляционной функции зондирующего излучения, прошедшего или отраженного от объекта, и вспомогательного, восстанавливающего излучения, поскольку в объектном канале изображение пространственно не разрешено.

К настоящему моменту в схемах ФИ используют двухмодовые запутанные состояния или некогерентное, квазитепловое излучение [2–10] (см. также [11] и цитируемую там литературу). Недавно предложена схема получения одновременно нескольких ФИ, с использованием многомодовых запутанных квантовых состояний [12] при освещении объекта излучением только одной моды. В последнее время в ряде работ [13–15] рассматривалось применение для получения ФИ многочастотных некогерентных источников излучения. Цель таких исследований – улучшение качества восстановленных изображений.

Другой подход в данном направлении исследований ФИ основан на измерении корреляционных функций интенсивности третьего и более высокого порядков [16–19]. Характерным для всех предложенных и реализованных схем формирования ФИ является наличие фона, связанного со средними ин-

тенсивностями пучков. При восстановлении объекта приходится вычитать их значения из измеренных пространственных корреляций.

В данной работе показана возможность получения ФИ с подавленным фоном при использовании многомодовых запутанных состояний. В основе рассмотренной схемы лежат хорошо изученные белловские состояния, т.е. поляризационно-запутанные фотоны (фотонные пары Эйнштейна–Подольского–Розена). Белловские состояния получают различными способами: при неколлинеарном параметрическом рассеянии в одном кристалле [20, 21], при коллинеарном рассеянии в двух последовательно или отдельно расположенных кристаллах [22, 23], а также в неоднородном нелинейном кристалле при квазисинхронном взаимодействии [24] (см. также [25] и цитируемую там литературу). В случае процесса спонтанного параметрического рассеяния, который часто реализуют для получения запутанных фотонных состояний, имеют дело с одиночными фотонами. Мы же будем рассматривать стимулированное параметрическое рассеяние и, следовательно, генерацию большого числа фотонов (яркий источник).

При формировании белловских состояний должны быть реализованы два процесса параметрического рассеяния. Для интерпретации поляризационного запутывания при параметрическом рассеянии второго типа (взаимодействия вида  $eoe$  и  $e eo$ ) используют гамильтониан взаимодействия

$$H_{\text{int}} = ik(a_h^\dagger b_v^\dagger - a_v^\dagger b_h^\dagger) + \text{h.c.} \quad (1)$$

<sup>1)</sup>e-mail: aschirkin@rambler.ru

Здесь  $k$  – нелинейный коэффициент связи (волна накачки с частотой  $\omega_p$  считается классической плоской), операторы рождения  $a^\dagger$  и  $b^\dagger$  относятся, соответственно, к частотам  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , причем  $\omega_1 + \omega_2 = \omega_p$ , индексы “ $h$ ” и “ $v$ ” означают горизонтальную и вертикальную поляризации, а h.c. – эрмитово сопряжение. Гамильтониан взаимодействия (1) записан при выполнении условия фазового синхронизма в однородном нелинейном кристалле или квазисинхронизма в апероидических нелинейных фотонных кристаллах.

В экспериментах по ФИ освещение объекта осуществляется пространственно-многомодовым излучением. Пространственную ограниченность освещающего объект излучения будем учитывать в квазиоптическом приближении. Чтобы упростить анализ формирования ярких “белловских” состояний, рассмотрим квазисинхронные коллинеарные взаимодействия волн. При описании параметрического взаимодействия волн в пространстве исходим из оператора импульса поля [26, 27], который в рассматриваемой задаче можно представить в виде (ср. с (1))

$$\hat{G}_{\text{int}} = \hat{G}_{\text{int}}^{(hv)} - \hat{G}_{\text{int}}^{(vh)}, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \hat{G}_{\text{int}}^{(hv)} = & \hbar \int \left[ \beta \hat{A}_h^\dagger(\boldsymbol{\rho}; z) \hat{B}_v^\dagger(\boldsymbol{\rho}; z) d\boldsymbol{\rho} + \text{h.c.} \right] - \\ & - \int \frac{\hbar}{2k_1} \frac{\partial \hat{A}_h^\dagger(\boldsymbol{\rho}; z)}{\partial \boldsymbol{\rho}} \frac{\partial \hat{A}_h(\boldsymbol{\rho}; z)}{\partial \boldsymbol{\rho}} d\boldsymbol{\rho} - \\ & - \int \frac{\hbar}{2k_2} \frac{\partial \hat{B}_v^\dagger(\boldsymbol{\rho}; z)}{\partial \boldsymbol{\rho}} \frac{\partial \hat{B}_v(\boldsymbol{\rho}; z)}{\partial \boldsymbol{\rho}} d\boldsymbol{\rho}. \end{aligned} \quad (3)$$

Выражение для оператора  $\hat{G}_{\text{int}}^{(vh)}$  получается заменой в  $\hat{G}_{\text{int}}^{(hv)}$  индексов  $h \rightarrow v$ ,  $v \rightarrow h$ . Здесь  $\hat{A}_j(\boldsymbol{\rho}; z)$  и  $\hat{B}_j(\boldsymbol{\rho}; z)$  – операторы медленно меняющихся амплитуд волн с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$  соответственно;  $k_j = k(\omega_j)$  – волновое число. Ось  $z$  выбрана вдоль направления распространения накачки, вектор  $\boldsymbol{\rho}$  лежит в плоскости, перпендикулярной оси  $z$ . Слагаемые во второй строке выражения (3) учитывают дифракцию. При  $k_j \rightarrow \infty$  для плоских волн выражение (2) преобразуется к виду (1).

Отметим, что описываемое оператором (2) взаимодействие отличается от четырехмодового взаимодействия, рассмотренного в [12], которое содержит три процесса: процесс параметрического рассеяния сопровождается процессами генерации суммарных частот в поле той же волны накачки. Иначе говоря, в [12] речь идет о связанных параметрических взаимодействиях.

Операторы  $\hat{G}_{\text{int}}^{(hv)}$ ,  $\hat{G}_{\text{int}}^{(vh)}$  коммутируют. Не коммутируют между собой только эрмитово сопряженные операторы, относящиеся к одной моде:

$$[\hat{C}_j(\boldsymbol{\rho}'; z), \hat{C}_j^\dagger(\boldsymbol{\rho}''; z)] = \delta(\boldsymbol{\rho}' - \boldsymbol{\rho}'') (\hat{C} = \hat{A}, \hat{B}; j = h, v). \quad (4)$$

Эволюция операторов  $\hat{A}_j$ ,  $\hat{B}_j$  описывается уравнением Гейзенберга:

$$i\hbar \frac{\partial \hat{C}_j(\boldsymbol{\rho}; z)}{\partial z} = [\hat{G}_{\text{int}}, \hat{C}_j(\boldsymbol{\rho}; z)]. \quad (5)$$

Решение (5) находим, используя фурье-преобразование:

$$\hat{c}_j(\mathbf{q}; z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{C}_j(\boldsymbol{\rho}; z) e^{-i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho}} d\boldsymbol{\rho}, \quad (6)$$

где  $\mathbf{q}$  – поперечное волновое число.

Для фурье-компонент операторов  $A_h(\mathbf{r}, l)$ ,  $B_v(\mathbf{r}, l)$  на выходе нелинейного кристалла получаем (см. также [11])

$$\begin{aligned} \hat{a}_h(\mathbf{q}; l) &= M_{11} \hat{a}_h(\mathbf{q}; 0) + M_{12} \hat{b}_v^\dagger(-\mathbf{q}; 0) \\ \hat{b}_v^\dagger(-\mathbf{q}; l) &= M_{21} \hat{a}_h(\mathbf{q}; 0) + M_{22} \hat{b}_v^\dagger(-\mathbf{q}; 0). \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь  $l$  – длина кристалла, аргумент  $z = 0$  соответствует входу кристалла. Коэффициенты преобразования имеют вид

$$\begin{aligned} M_{11} = M_{11}(\mathbf{q}; l) = M_{22}^*(\mathbf{q}; l) = \\ = \left( \cosh \Gamma l + \frac{i\Delta}{2\Gamma} \sinh \Gamma l \right) e^{i\delta l}, \end{aligned}$$

$$M_{12} = M_{12}(\mathbf{q}; l) = M_{21}^* = \frac{i\beta}{\Gamma} \sinh \Gamma l e^{i\delta l},$$

$$\Gamma = \sqrt{\beta^2 - \frac{1}{4}\Delta^2}, \quad \Delta = \frac{k_1 + k_2}{2k_1 k_2} q^2, \quad \delta = \frac{k_1 - k_2}{4k_1 k_2} q^2. \quad (8)$$

При замене в (8) коэффициента  $\beta$  на  $-\beta$ , а  $h$  – на  $v$ , и наоборот, получим уравнения для фурье-компонент операторов амплитуд  $\hat{A}_v$ ,  $\hat{B}_h$ .

Излучение с выхода нелинейного кристалла направляется на объект и в восстанавливающий канал. Как отмечалось выше, регистрация излучения в зондирующем канале не позволяет получить информацию о изображении. Ее извлекают из измерений корреляции фотонов между объектным и восстанавливающим каналами. Имеется два варианта схемного решения для получения ФИ с подавленным фоном. Они связаны с первоначальным делением излучения с выхода нелинейного кристалла по частоте или по поляризации. Здесь мы проанализируем первый вариант.

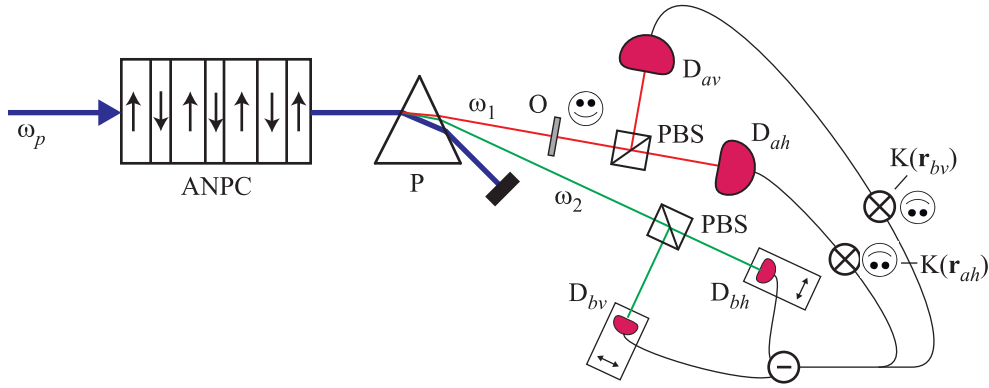


Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема формирования фантомного изображения с использованием состояний Белла: ANPC – аперриодический нелинейный фотонный кристалл для получения поляризационно-запутанных состояний,  $P$  – призма, разделяющая излучение с разными частотами, PBS – поляризационный светоделитель,  $D_{c,j}$  – фотодетектор,  $\ominus$  – схема вычитания токов,  $K(r)$  – коррелятор токов

В схеме, приведенной на рис. 1, четырехмодовое излучение после нелинейного кристалла сначала поступает на призму, где оно разделяется по частотам. Пусть, например, излучение частоты  $\omega_1$  направляется на объект  $O$ , а излучение с частотой  $\omega_2$  поступает в восстанавливающий канал. При этом после объекта помещается поляризационный светоделитель PBS. В восстанавливающем канале устанавливается такой же светоделитель PBS (см. рис. 1). После светоделителей PBS излучения регистрируются фотодетекторами  $D_{c,j}$ . Нижние индексы в обозначении детекторов указывают, с каким бозе-оператором связано регистрируемое излучение (включая канал и состояние поляризации). В восстанавливающем канале сигналы с фотодетекторов поступают на схему вычитания токов. Разностный ток и ток фотодетектора зондирующего канала подаются на коррелятор  $K$ , измеряющий корреляционные функции интенсивности. При этом в восстанавливающем канале детектор сканирует в поперечном направлении.

Обратимся теперь к математическому описанию схемы рис. 1. В плоскости детекторов  $D_{c,j}$  (поперечный вектор  $\mathbf{r}_{c,j}$ ) оператор амплитуды поля определяется сверткой:

$$\hat{C}_{c,j}^{(\text{det})}(\mathbf{r}_{c,j}) = \int H(\mathbf{r}_{c,j}, \boldsymbol{\rho}) \hat{C}_j(\boldsymbol{\rho}; l) d\boldsymbol{\rho}, \quad (9)$$

где  $\hat{C}_j(\boldsymbol{\rho}; l)$  – значение оператора амплитуды поля на выходе нелинейного кристалла,  $H(\mathbf{r}_{c,j}, \boldsymbol{\rho})$  – функция отклика среды, учитывающая распространение излучения от выхода кристалла до поверхности детектора. Мы полагаем, что функция  $H(\mathbf{r}_{c,h}, \boldsymbol{\rho}) = H(\mathbf{r}_{c,v}, \boldsymbol{\rho})$  ( $c = a, b$ ).

Оператор плотности потока фотонов в плоскости детекторов равен

$$\hat{n}_{c,j}(\mathbf{r}_{c,j}) = \hat{C}_{c,j}^{(\text{det})\dagger}(\mathbf{r}_{c,j}) \hat{C}_{c,j}^{(\text{det})}(\mathbf{r}_{c,j}). \quad (10)$$

Для простоты мы считаем детекторы идеальными, т.е. обладающими единичной квантовой эффективностью.

Для оператора разностного тока в восстанавливающем канале имеем

$$\begin{aligned} \hat{I}(\mathbf{r}_{b,v}, \mathbf{r}_{b,h}) &= \hat{I}_{b,v}(\mathbf{r}_{b,v}) - \hat{I}_{b,h}(\mathbf{r}_{b,h}), \\ \hat{I}_{b,j}(\mathbf{r}_{b,j}) &= \int_{S_p} \hat{n}_{b,j}(\mathbf{r}'_{b,j}) d\mathbf{r}'_{b,j}. \end{aligned} \quad (11)$$

Интегрирование в (11) (в восстанавливающем канале) производится по площади пикселя  $S_p$  в окрестности вектора  $\mathbf{r}_{b,j}$ . В зондирующем канале, напротив, интегрирование осуществляется по апертуре всего пучка. Пусть в нем регистрируется излучение с горизонтальной поляризацией. Тогда оператор тока равен

$$\hat{I}_{a,h} = \int_{S_o} \hat{n}_{a,h}(\mathbf{r}_{a,h}) d\mathbf{r}_{a,h}. \quad (12)$$

Введем произведение операторов (11) и (12):

$$\hat{K}(\mathbf{r}_{b,v}, \mathbf{r}_{b,h}) = \hat{I}_{a,h} \hat{I}(\mathbf{r}_{b,v}, \mathbf{r}_{b,h}). \quad (13)$$

Расчет статистических параметров, связанных с оператором (13), производится для вакуумного состояния рассматриваемых мод на входе нелинейного кристалла (вектор состояния  $|0\rangle = (|0\rangle_{a,h} |0\rangle_{a,v} |0\rangle_{b,h} |0\rangle_{b,v})$ ). Среднее значение  $\langle 0 | \hat{I}(\mathbf{r}_{b,v}, \mathbf{r}_{b,h}) | 0 \rangle$  оператора (11) разностного тока при  $\mathbf{r}_{b,v} = \mathbf{r}_{b,h}$  равно нулю, т.е.  $\langle \hat{I}_{b,v}(\mathbf{r}_{b,v}) \rangle = \langle \hat{I}_{b,h}(\mathbf{r}_{b,h}) \rangle$ . В

этом случае среднее от оператора (13) представляет собой корреляционную функцию между токами зондирующего и восстанавливающего каналов:

$$\langle K(\mathbf{r}_{b,v}) \rangle = \langle \hat{I}_{a,h} \hat{I}_{b,v}(\mathbf{r}_{b,v}) \rangle - \langle \hat{I}_{a,h} \rangle \langle \hat{I}_{b,h}(\mathbf{r}_{b,h}) \rangle. \quad (14)$$

Расчет корреляционной функции (14) для связанных между собой ортогональных поляризаций дает

$$\langle K(\mathbf{r}_{b,v}) \rangle = \int_{S_o} \int_{S_p} G^{(2)}(\mathbf{r}_{a,h}, \mathbf{r}'_{b,v}) d\mathbf{r}'_{b,v} d\mathbf{r}_{a,h}, \quad (15)$$

$$G^{(2)}(\mathbf{r}_{a,h}, \mathbf{r}_{b,v}) = \left| \int H(\mathbf{r}_{a,h}, \boldsymbol{\rho}_2) H(\mathbf{r}_{b,v}, \boldsymbol{\rho}_1) \tilde{M}(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2) d\boldsymbol{\rho}_1 d\boldsymbol{\rho}_2 \right|^2, \quad (16)$$

$$\tilde{M}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi^2} \int M_{11}(\mathbf{q}) M_{12}(\mathbf{q}) e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} d\mathbf{q}. \quad (17)$$

Выражение, аналогичное (16), имеет место при регистрации в зондирующем канале излучения с вертикальной поляризацией.

Корреляционная функция (15) зависит от произведения коэффициентов передачи (17). В случае мультиплицирования ФИ [12] пространственные корреляционные функции интенсивности зависят от суммы произведений коэффициентов передачи на частотах ниже и выше частоты накачки (см. формулы (9)–(11) в [12]).

Пусть в зондирующем канале объект  $O$  с амплитудным коэффициентом пропускания  $T(\boldsymbol{\rho})$  и детектор  $D_{a,h}$  расположены в фокальных областях линзы с фокусным расстоянием  $f$  (на рисунке не показаны). В этом случае функция

$$H(\mathbf{r}_{a,h}, \boldsymbol{\rho}) = -\frac{ik_1}{2\pi f} e^{-i(k_1/f)\boldsymbol{\rho}\mathbf{r}_{a,h}} T(\boldsymbol{\rho}). \quad (18)$$

Будем считать, что в восстанавливающем канале линза расположена на двойных фокусных расстояниях. Тогда

$$H(\mathbf{r}_{b,v}, \boldsymbol{\rho}) = \delta(\mathbf{r}_{b,v} + \boldsymbol{\rho}) e^{-i(k_2/2f)\mathbf{r}_{b,v}^2}. \quad (19)$$

В рассматриваемой ситуации выражение (16) принимает вид

$$G^{(2)}(\mathbf{r}_{a,h}, \mathbf{r}_{b,v}) = \left| \frac{k_1}{(2\pi)f} \int \tilde{M}(\mathbf{r}_{b,v} + \boldsymbol{\rho}) T(\boldsymbol{\rho}) e^{-i\frac{k_1}{f}(\boldsymbol{\rho}\mathbf{r}_{a,h})} d\boldsymbol{\rho} \right|^2. \quad (20)$$

Если масштаб изменения  $T(\boldsymbol{\rho})$  гораздо больше изменения  $\tilde{M}(\mathbf{r}_{b,v} + \boldsymbol{\rho})$ , определяемого пространственно-частотной полосой параметрического захвата (иначе говоря, полосой усиления

углового спектра), и, конечно, гораздо больше размера пикселя (“точечные детекторы” в восстанавливающем канале), то выражение (15) можно привести к виду (ср. с [11, 12])

$$K(\mathbf{r}_{a,v}) = \left( \frac{k_1}{2\pi f} \right)^2 \int_{S_o} \left| M\left( \frac{k_1}{f} \mathbf{r}_{a,h} \right) \right|^2 d\mathbf{r}_{a,h} |T(-\mathbf{r}_{a,v})|^2, \quad (21)$$

$$|M(\mathbf{q})| = \left( \frac{\beta}{\Gamma} \sinh \Gamma l \right) \left[ 1 + \left( \frac{\beta}{\Gamma} \sinh \Gamma l \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (22)$$

Согласно (21) корреляционная функция токов зондирующего канала и разностного тока восстанавливающего канала непосредственно связана с модулем коэффициента пропускания объекта. Таким образом, в предложенной схеме формирования ФИ нет необходимости производить измерение средних интенсивностей зондирующих и восстанавливающих пучков. Бесфоновая корреляционная функция изображения в нашем случае получается “автоматически” благодаря поляризационно-запутанным квантовым состояниям. Это обстоятельство сокращает время обработки измерений для восстановления изображения. В данном отношении интерес представляют также многофотонные запутанные состояния Гринбергера–Хорна–Цайлингера.

В заключение заметим, что, как показывают результаты настоящей работы и работы [12], применение многомодовых запутанных состояний в квантовых изображениях позволяют создать новые схемы формирования фантомных изображений с улучшенным качеством, что может расширить область их применения.

Автор благодарит за обсуждение работы А.В. Белинского, С.А. Магницкого и Д.Н. Фроловцева. Работа частично поддержана грантом РФФИ # 14-02-00458.

1. А.В. Белинский, Д.Н. Клышко, ЖЭТФ **105**, 487 (1994).
2. T. B. Pittman, Y. Shih, D. V. Strelkov, and A. V. Sergienko, Phys. Rev. A **52**, R3429 (1995).
3. A. Gatti, E. Brambilla, M. Bache, and L. A. Lugiato, Phys. Rev. A **70**, 013802 (2004).
4. G. Scarcelli, V. Berardi, and Y. Shih, Phys. Rev. Lett. **96**, 063602 (2006).
5. R. Meyers, K. S. Deacon, and Y. Shih, Phys. Rev. A **77**, 041801R (2008).
6. Y. Bromberg, O. Katz, and Y. Silberberg, Phys. Rev. A **79**, 053840 (2009).
7. B. I. Erkmen and J. H. Shapiro, Phys. Rev. A **79**, 023833 (2009).

8. F. Ferri, D. Magatti, L. A. Lugiato, and A. Gatti, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 253603 (2010).
9. T. S. Tasca, R. S. Aspden, P. A. Morris, G. Anderson, R. W. Boyd, and M. J. Padgett, *Opt. Exp.* **21**, 30460 (2013).
10. P. A. Morris, R. S. Aspden, J. E. C. Bell, R. W. Boyd, and M. J. Padgett, *Nat. Comm.* **6**, 1 (2015).
11. A. Gatti, E. Brambilla, M. Bache, and L. A. Lugiato, *Ghost Imaging*, in *Quantum Imaging*, ed. by M. I. Kolobov, Springer (2007), ch. 5 [Квантовое изображение, под ред. М. И. Колобова, Физматлит, М. (2009)].
12. А. С. Чиркин, *Письма в ЖЭТФ* **102**, 444 (2015).
13. K. W. C. Chan, M. N. O'Sullivan, and R. W. Boyd, *Phys. Rev. A* **79**, 033808 (2009).
14. D. Duan, S. Du, and Y. Xia, *Phys. Rev. A* **88**, 053842 (2013).
15. D.-J. Zhang, H.-G. Li, Q.-L. Zhao, S. Wang, H.-B. Wang, J. Xiong, and K. Wang, *Phys. Rev. A* **92**, 013823 (2015).
16. L.-H. Ou and J. L.-M. Kuang, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **40**, 1833 (2007).
17. Y. Bai and Sh. Han, *Phys. Rev. A* **76**, 043828 (2007).
18. D.-Zh. Cao, J. Xiong, S.-H. Zhang, L.-F. Lin, L. Gao, and K. Wang, *Appl. Phys. Lett.* **92**, 201102 (2008).
19. K. W. C. Chan, M. N. O'Sullivan, and R. W. Boyd, *Opt. Exp.* **18**, 5562 (2010).
20. P. G. Kwiat, K. Mattle, H. Weinfurter, A. Zeilinger, A. Sergienko, and Y. Shih, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4337 (1995).
21. H. S. Eisenberg, G. Khoury, G. A. Durkin, C. Simon, and D. Bouwmeester, *Phys. Rev. Lett.* **19**, 193901 (2004).
22. Y.-H. Kim, S. P. Kulik, and Y. Shih, *Phys. Rev. A* **62**, 011802(R) (2000).
23. A. Ling, P. Y. Han, A. Lamas-Linares, and C. Kurtsiefer, *Las. Phys.* **16**, 1140 (2006).
24. Д. А. Калашников, В. П. Карасев, С. П. Кулик, А. А. Соловьев, Г. О. Рытиков, *Письма в ЖЭТФ* **87**, 66 (2008).
25. C. Clausen, F. Bussieres, A. Tiranov, H. Herrmann, C. Silberhorn, W. Sohler, M. Afzelius, and N. Gisin, *New J. Phys.* **16**, 093058 (2014).
26. A. S. Chirkin and E. V. Makeev, *J. Mod. Optics* **53**, 821 (2006).
27. М. Ю. Сайгин, А. С. Чиркин, *ЖЭТФ* **138**, 16 (2010).