

Динамика СКВИДа с топологически нетривиальными барьерами

И. Р. Рахмонов^{+*1)}, Ю. М. Шукринов^{+×}, Р. Давуд^{°2)}

⁺Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия

^{*}Физико-технический институт им. Умарова АН РТ, 734063 Душанбе, Таджикистан

[×]Университет “Дубна”, 141980 Дубна, Россия

[°]Каирский Университет, 12613 Гиза, Египет

Поступила в редакцию 7 декабря 2015 г.

После переработки 4 февраля 2016 г.

Исследована фазовая динамика СКВИДа, состоящего из джозефсоновских переходов с топологически нетривиальными барьерами. Проведен ее сравнительный анализ с динамикой обычного СКВИДа. Рассчитаны вольт-амперные характеристики. Найдена зависимость тока возврата от величины магнитного поля. Показано, что в случае СКВИДа с нетривиальными барьерами ветвь вольт-амперной характеристики, соответствующая резонансной частоте, смещается на $\sqrt{2}$ по напряжению. Этот эффект может быть использован для детектирования майорановских фермионов.

DOI: 10.7868/S0370274X16060060

В настоящее время проводится интенсивное исследование квантовых компьютеров. Одним из направлений в этой области является разработка квантовых компьютеров на основе майорановских фермионов [1], которые содержатся в джозефсоновских переходах (ДП) с топологически нетривиальными барьерами (ТНБ) [2, 3]. Предполагается, что нетривиальные состояния образуются на границе или поверхности топологического изолятора [4] и полупроводниковой нанопроволоки в присутствии спин-орбитальной связи Рашба и поля Зеемана [5]. СКВИДы с ТНБ могут быть использованы для обнаружения майорановских фермионов и управления ими [6]. Образование майорановских состояний в ДП приводит к туннелированию квазичастиц с зарядом e . В результате происходит удвоение периода осциллирующей джозефсоновского тока $I_s = I_c \sin \varphi/2$ [6]. Вопрос о 4π -периодичности рассматривался в работе А.Ю. Китаева [7], где для экспериментального обнаружения майорановских фермионов предлагалось исследовать мостик из квантовой проволоки. При этом 4π -периодичность объяснялась переключениями майорановских фермионов при туннелировании фермионной квазичастицы между двумя возможными основными состояниями. При изменении фазы параметра порядка θ_R в правом сверхпроводнике на 2π (по отношению к фазе θ_L в

левом сверхпроводнике) фермиевская квазичастица эффективно транспортируется в область перехода. Одновременно майорановские фермионы на концах проволоки переключаются между основными состояниями. Джозефсоновский переход возвращается в исходное состояние, когда θ_R меняется еще на 2π , что делает джозефсоновский ток 4π -периодичным. Фактически 4π -периодичность связывается с тем, что джозефсоновская энергия является 2π -периодической, но двузначной [7]. Предположительно, впервые признак майорановского фермиона (пик проводимости в области нулевого напряжения) экспериментально наблюдался в нанопроволочном контакте сверхпроводник–полупроводник [8]. Оптимизация характеристик майорановских фермионов для двухконтактного СКВИДа с ТНБ была проведена в работе Велдхорста с соавторами [9]. Было показано, что выбор параметров СКВИДа β_L и β_c может изменять отношение майорановского туннелирования к стандартному туннелированию куперовских пар более чем на два порядка. Однако эти исследования были проведены для СКВИДа с параметром МакКамбера $\beta_c = 1$, что соответствует большому затуханию и отсутствию гистерезиса. Эффект майорановского туннелирования на вольт-амперной характеристике (ВАХ) в случае $\beta_c \gg 1$, что соответствует ВАХ с гистерезисом, до настоящего времени не рассматривался. Также не проводилось и детальных исследований ВАХ двухконтактного СКВИДа с ТНБ.

¹⁾e-mail: rahmonov@theor.jinr.ru, ilhom-tj@inbox.ru

²⁾Dawood Radwa

В нашей работе проводится сравнительный анализ ВАХ двухконтактных СКВИДов с топологически тривиальными и нетривиальными барьерами. Рассматриваются переключения в состояние с нулевым напряжением в гистерезисной области при $\beta_c = 10$. В частности, продемонстрировано, что значение тока возврата зависит от того, с какой ветви происходит переход (т.е. происходит ли он в резонансной области или вне ее). Впервые исследована зависимость тока возврата от величины внешнего магнитного поля.

Как отмечалось выше, наличие майорановских фермионов приводит к одноэлектронному туннелированию, вследствие чего период фазы параметра порядка удваивается [9]. Следовательно, в рамках резистивно-емкостной модели (RCSJ) для получения системы уравнений, учитывающей наличие майорановских фермионов, достаточно произвести замену $2e$ на $2e/\gamma_j$ и φ на φ/γ_j , где $\gamma_j = 1$ для тривиального барьера и $\gamma_j = 2$ для нетривиального. Таким образом, при любом значении γ_j соотношение Джозефсона не изменяется, т.е.

$$\frac{\gamma_j \hbar}{2e} \frac{d(\varphi/\gamma_j)}{dt} = \frac{\hbar}{2e} \frac{d\varphi}{dt} = V, \quad (1)$$

где φ и V – разность фаз и напряжение в ДП. Сумма токов для каждого ДП СКВИДа записывается следующим образом:

$$\begin{cases} I_1 = \frac{C\hbar}{2e} \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} + \frac{\hbar}{2eR} \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} + I_c \sin \frac{\varphi_1}{\gamma_j}, \\ I_2 = \frac{C\hbar}{2e} \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial t^2} + \frac{\hbar}{2eR} \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} + I_c \sin \frac{\varphi_2}{\gamma_j}, \end{cases} \quad (2)$$

где C – емкость, R – сопротивление и I_c – критический ток ДП, I_1 и I_2 – токи через ДП СКВИДа, сумма которых равна внешнему току: $I = I_1 + I_2$. Отметим, что в системе (2) мы учли только туннелирование через майорановские состояния. На самом деле, конечно, имеется также обычный джозефсоновский вклад со стандартной 2π -периодичностью. В работе [10] (см. Supplement materials, уравнения (37) и (41)) исследована ВАХ с учетом обоих вкладов. В нашей же работе, чтобы выделить основной эффект, мы исследуем только случай туннелирования через майорановские состояния. При наличии внешнего магнитного поля магнитный поток через контур квантуется:

$$\frac{1}{2\pi} \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\gamma_j} + \frac{\Phi_t}{\Phi_0} = n, \quad (3)$$

где $\Phi_0 = h/2e$ – квант магнитного потока. Полный поток Φ_t через СКВИД определяется выражением

$$\Phi_t = \Phi_{\text{ext}} + LI_c \sin \frac{\varphi_1}{\gamma_j} - LI_c \sin \frac{\varphi_2}{\gamma_j}, \quad (4)$$

где Φ_{ext} – величина потока, создаваемого внешним магнитным полем, L – индуктивность проводов.

Используя соотношение Джозефсона (1), выражения для токов (2), выражение для квантования магнитного поля (3) и полный поток через СКВИД (4), можно записать систему уравнений для описания динамики СКВИДа в безразмерных величинах:

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} = V_1, \\ \frac{\partial V_1}{\partial t} = \frac{1}{\beta_c} \left\{ \frac{I}{2} - V_1 - \sin \frac{\varphi_1}{\gamma_j} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2\beta_L} \left[2\pi(n - \varphi_{\text{ext}}) - \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\gamma_j} \right] \right\}, \\ \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} = V_2, \\ \frac{\partial V_2}{\partial t} = \frac{1}{\beta_c} \left\{ \frac{I}{2} - V_2 - \sin \frac{\varphi_2}{\gamma_j} - \right. \\ \left. - \frac{1}{2\beta_L} \left[2\pi(n - \varphi_{\text{ext}}) - \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\gamma_j} \right] \right\}, \end{cases} \quad (5)$$

где $\beta_c = 2\pi I_c R^2 C / \Phi_0$ – параметр МакКамбера, $\beta_L = 2\pi L I_c / \Phi_0$ – безразмерная индуктивность, $\varphi_{\text{ext}} = \Phi_{\text{ext}} / \Phi_0$ – безразмерный поток, создаваемый внешним магнитным полем. В системе уравнений (5) время нормировано на $\omega_c = 2e I_c R / \hbar$, напряжение – на $V_c = I_c R$, а базовый ток I – на I_c .

В СКВИДе с учетом емкости ДП и индуктивности сверхпроводящих проводов образуется колебательный контур, в котором возникают электромагнитные колебания с частотой

$$\omega_{\text{res}} = 1/\sqrt{\beta_c \beta_L}. \quad (6)$$

При выполнении условия $\omega_J = m\omega_{\text{res}}$, где m – целое число, на ВАХ наблюдаются ветви, происхождение которых связано с резонансом джозефсоновских осцилляций и электромагнитных колебаний [11].

В наших вычислениях мы полагали $\beta_c = 10$, $\beta_L = 1$. В процессе расчета ВАХ базовый ток увеличивался с $I_0 = 0.1$ до $I_{\text{max}} = 3$ с шагом $\Delta I = 0.0005$ и далее уменьшался до нуля. На каждом шаге по току система дифференциальных уравнений (5) решалась методом Рунге–Кутты четвертого порядка во временном интервале от 0 до $T_{\text{max}} = 5000$ с шагом дискретизации $\Delta t = 0.05$. В процессе численного решения полученные значения напряжения усреднялись по времени в интервале от $T_i = 50$ до $T_{\text{max}} = 5000$.

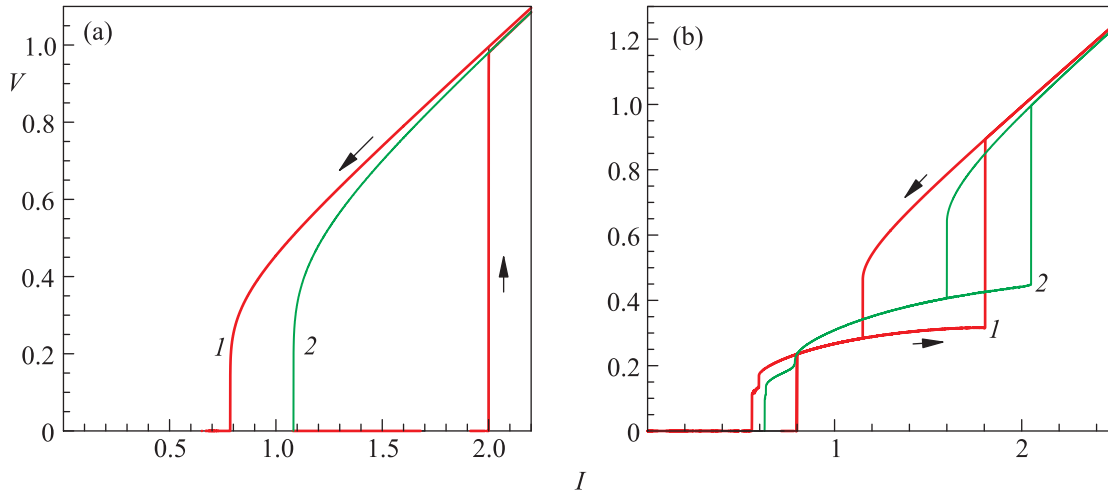


Рис. 1. (Цветной онлайн) (а) – ВАХ СКВИДа для тривиального (1) и нетривиального (2) случаев в отсутствие внешнего магнитного поля при $\beta_c = 10$, $\beta_L = 1$. Стрелками указаны направления изменения базового тока. (б) – То же, что и на панели а, при $\varphi_{\text{ext}} = 0.5$

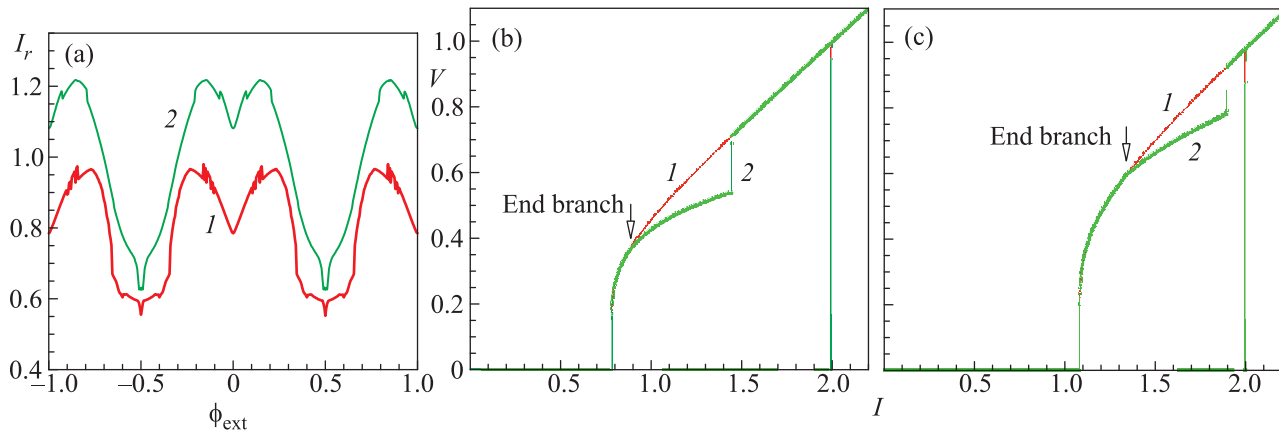


Рис. 2. (Цветной онлайн) (а) – Зависимости тока возврата от внешнего магнитного поля для тривиального (1) и нетривиального (2). (б) – ВАХ СКВИДа для тривиального случая в отсутствие ($\varphi_{\text{ext}} = 0$, кривая 1) и присутствии ($\varphi_{\text{ext}} = 1$, кривая 2) случаев внешнего магнитного поля. (с) – То же, что и на панели б, для нетривиального случая. Везде $\beta_c = 10$, $\beta_L = 1$

Вначале рассмотрим СКВИДы с топологически тривиальным и нетривиальным барьерами в отсутствие внешнего магнитного поля. На рис. 1а показаны ВАХ этих СКВИДов, которые демонстрируют гистерезис. Значения критических токов в обоих случаях равны. Единственным отличием здесь является тот факт, что значение тока возврата в нетривиальном случае ($I_r^n = 1.0825$) больше, чем в тривиальном ($I_r^t = 0.7845$). Их отношение равно $I_r^n/I_r^t = 1.38 \approx \sqrt{2}$. Данный факт связан с тем, что переход к тривиальному случаю соответствует замене $\varphi/2$ на φ в уравнении $\beta_c \partial^2 \varphi / \partial t^2 + \partial \varphi / \partial t + \sin \varphi / 2 = I$ и приводит к увеличению в два раза коэффициента перед второй производной (параметра МакКамбера), определяющего величину гистерезиса и ток возврата. Со-

ответственно, так как $I_r \sim \sqrt{1/\beta_c}$, в тривиальном случае уменьшается гистерезис растёт, а ток возврата уменьшается на $\sqrt{2}$ относительно нетривиального.

Теперь рассмотрим влияние магнитного поля. Проанализируем ВАХ СКВИДа, представленную на рис. 1б, которая рассчитана при $\varphi_{\text{ext}} = 0.5$. В отличие от предыдущего случая, здесь наблюдаются ветви, происхождение которых связано, как указывалось выше, с резонансом джозефсоновских осцилляций с электромагнитными колебаниями СКВИДа. Вершины ветвей для тривиального (кривая 1) и нетривиального (кривая 2) случаев определяются напряжениями $V_{\text{res}}^t = 0.316$ и $V_{\text{res}}^n = 0.449$ соответственно. Их отношение равно $V_{\text{res}}^n/V_{\text{res}}^t = 1.4208 \approx \sqrt{2}$. Таким образом, в нетривиальном случае вершина резонанс-

ной ветви отвечает частоте $\omega_{\text{res}} = \sqrt{2/\beta_c\beta_L}$. Другим отличием от случая отсутствия магнитного поля является то, что токи возврата $I_r^n = 0.626$ и $I_r^t = 0.558$ относятся как $I_r^n/I_r^t = 1.121 < \sqrt{2}$. Чтобы пояснить этот результат, мы рассчитали зависимости тока возврата от величины внешнего магнитного поля для обоих случаев (рис. 2а). Видно, что во всем интервале магнитных полей выполняется условие $I_r^n > I_r^t$. Отношение I_r^n/I_r^t равно $\sqrt{2}$ только при значениях $\varphi_{\text{ext}} = -1, 0, 1$. В остальных случаях $I_r^n/I_r^t < \sqrt{2}$. Чтобы понять причину такого поведения, мы рассчитали ВАХ для СКВИДа с тривиальными барьерами при значениях $\varphi_{\text{ext}} = 0$ (кривая 1) и 1 (кривая 2). В случае $\varphi_{\text{ext}} = 1$ на ВАХ наблюдается резонансная ветвь, начало которой (начало резонансной области) указано полкой стрелкой. В данном случае переключение ДП СКВИДа из резистивного в сверхпроводящее состояние происходит *вне резонансной области*. Подобная картина наблюдается и для нетривиального случая (см. рис. 2с). Именно поэтому только при значениях $\varphi_{\text{ext}} = -1, 0, 1$ отношение токов I_r^n/I_r^t равно $\sqrt{2}$. При остальных значениях внешнего поля переключение происходит *из резонансной области (резонансной ветви)*, что и приводит к уменьшению I_r^n/I_r^t . Таким образом, резонанс удерживает ДП СКВИДа в данном резистивном состоянии.

В заключение отметим, что приведенные исследования показывают качественное отличие фазовой динамики двухконтактного СКВИДа с топологически нетривиальными барьерами от случая стандартного СКВИДа. Нами показано смещение резонансной ветви вольт-амперной характеристики СКВИДа с топологически нетривиальными барьерами на $\sqrt{2}$ по напряжению. Найдено отношение токов возврата (в случае тривиальных и нетривиальных барьеров)

с изменением внешнего магнитного поля. Продемонстрировано, что значение тока возврата зависит от того, с какой ветви происходит переход (т.е. происходит ли он в резонансной области или вне ее). Мы полагаем, что данные результаты могут быть использованы для детектирования майорановских фермионов.

Авторы считают своим приятным долгом выразить благодарность К. Сенгупта, К.В. Куликову и М. Маити за плодотворное обсуждение и ценные советы. Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта # 15-51-61011.

1. E. Majorana, Nuovo Cimento **14**, 171 (1937).
2. L. Fu and C.L. Kane, Phys. Rev. Lett. **100**, 096407 (2008).
3. Y. Tanaka, T. Yokoyama, and N. Nagaosa, Phys. Rev. Lett. **103**, 107002 (2009).
4. L. Fu, C.L. Kane, and J. Mele, Phys. Rev. Lett. **98**, 106803 (2007).
5. J. D. Sau, R. M. Lutchyn, S. Tewari, and S. Das Sarma, Phys. Rev. Lett. **104**, 040502 (2010).
6. L. Fu and C.L. Kane, Phys. Rev. B **79**, 161408 (R) (2009).
7. A. Yu. Kitaev, Usp. Fiz. Nauk **171**, 131 (2001).
8. V. Mourik, K. Zuo, S.M. Frolov, S.R. Plissard, E.P.A.M. Bakkers, and L.P. Kouwenhoven, Science **336**, 1003 (2012).
9. M. Veldhorst, C.G. Molenaar, C.J.M. Verwijs, H. Hilgenkamp, and A. Brinkman, Phys. Rev. B **86**, 024509 (2012).
10. F. Dominguez, F. Hassler, and G. Platero, Phys. Rev. B **86**, 140503(R) (2012).
11. W.-D. Schmidt, P. Seidel, and S. Heinemann, Phys. Stat. Sol. (a) **91**, K155 (1985).