Письма в ЖЭТФ, том 103, вып. 6, с. 458 – 463 

# Пороговые возмущения в токонесущих сверхпроводящих мостиках конечной длины вблизи критической температуры

*П. М. Марычев*[1)], *Д. Ю. Водолазов*

*Институт физики микроструктур РАН, 603950 Н. Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 26 января 2016 г.
После переработки 15 февраля 2016 г.

Вблизи критической температуры сверхпроводящего перехода найдена энергия порогового возмущения $\delta F_{\rm thr}$, переводящего сверхпроводящий мостик в резистивное состояние при токе, меньшем критического тока $I_c$. Показано, что для коротких мостиков с длиной $L < \xi$ (здесь $\xi$ – длина когерентности) $\delta F_{\rm thr}$ растет при уменьшении длины мостика, а для длинных мостиков с $L \gg \xi$ выходит на насыщение. При определенных геометрических параметрах берегов и мостика зависимость $\delta F_{\rm thr}(L)$ при токе $I \to 0$ имеет минимум при $L \sim (2{-}3)\xi$. Данные результаты указывают на уменьшение влияния флуктуаций на джозефсоновские контакты, реализованные в виде коротких сверхпроводящих мостиков, а также на усиление их влияния в мостиках с длиной $\sim (2{-}3)\xi$.

DOI: 10.7868/S0370274X16060096

Известно, что сверхпроводящее состояние становится неустойчивым относительно бесконечно малых возмущений сверхпроводящего параметра порядка $\Delta$ при протекании тока $I$ в сверхпроводнике, большего некоторого критического значения, $I > I_c$. Однако переключение в резистивное состояние может происходить и при меньшем токе, если в системе возможно появление возмущения конечной величины. Данный эффект хорошо известен из теории джозефсоновских контактов [1]. Экспериментальное изучение подобного переключения в сверхпроводящих мостиках/проволоках конечной длины $L$ проводилось в недавних работах [2, 3]. Причиной появления таких возмущений являются тепловые или квантовые флуктуации. Если изменение $\Delta$ вследствие флуктуации мало, то сверхпроводящая система возвращается в равновесное состояние без диссипации. Однако если изменение $\Delta$ достаточно сильно, то в сверхпроводнике будет развиваться неустойчивость, приводящая к появлению конечного сопротивления и диссипации. При наличии достаточно большого тока это может привести к разогреву сверхпроводника и его переключению в нормальное состояние. Если энергия порогового возмущения $\delta F_{\rm thr}$ значительно превышает тепловую энергию $k_{\rm B}T$, то вероятность появления такого возмущения вследствие тепловой флуктуации определяется в основном арениусовским фактором $\exp(-\delta F_{\rm thr}/k_{\rm B}T)$.

Ниже показано, что в мостиках с длиной $L < \xi$ пороговое возмущение $\delta F_{\rm thr}$ быстро растет с уменьшением $L$ из-за усиливающегося подавления сверхпроводимости в берегах. Это делает джозефсоновские контакты, основанные на коротких мостиках/сужениях, более устойчивыми к влиянию флуктуаций при уменьшении длины мостика/сужения. С другой стороны, существуют ситуации, когда, наоборот, необходимо иметь как можно меньшую $\delta F_{\rm thr}$. Например, это важно при исследовании макроскопического квантового туннелирования в сверхпроводящих системах [4]. Как мы покажем, достаточно узкие мостики с длиной порядка (2–3)$\xi$ имеют минимальную $\delta F_{\rm thr}$. Это делает их выбор более предпочтительным по сравнению с более короткими или длинными мостиками при их использовании в устройствах, основанных на наличии квантового туннелирования между различными состояниями (например, так называемых потоковых кубитах [5]).

Для нахождения порогового возмущения необходимо найти в системе седловое состояние, ближайшее по энергии к основному состоянию. Для длинного ($L \gg \xi$, где $\xi$ – длина когерентности) одномерного (с поперечными размерами, меньшими $\xi$) сверхпроводящего мостика такая задача была решена в известной работе Лангера и Амбегаокара [6]. Было обнаружено, что пороговому возмущению (седловому состоянию) соответствует частичное подавление сверхпроводящего параметра порядка на конечном отрезке мостика с размерами порядка $\xi$, а амплиту-

[1)]e-mail: observermp@yandex.ru

да подавления оказывается тем больше, чем меньше протекающий ток. Авторы работы [6] получили зависимость энергии порогового возмущения от приложенного тока. Она с хорошей точностью описывается следующим выражением [7]:

$$\delta F_{LA} = \frac{4\sqrt{2}}{3} F_0 \left(1 - \frac{I}{I_{\text{dep}}}\right)^{5/4} = \\ = \frac{\sqrt{6}}{2} \frac{I_{\text{dep}} \hbar}{e} \left(1 - \frac{I}{I_{\text{dep}}}\right)^{5/4}, \qquad (1)$$

где $F_0 = \Phi_0^2 S/32\pi^3\lambda^2\xi$, $\Phi_0$ – квант магнитного потока, $S = wd$ – площадь поперечного сечения мостика с шириной $w$ и толщиной $d$, $\lambda$ – лондоновская глубина проникновения магнитного поля, $I_{\text{dep}} = 2I_0/3\sqrt{3}$ ($I_0 = c\Phi_0 S/8\pi^2\lambda^2\xi$) – ток распаривания в модели Гинзбурга–Ландау, совпадающий с ожидаемым критическим током длинного ($L \gg \xi$) мостика.

В нашей работе рассчитывается энергия порогового возмущения для сверхпроводящего мостика произвольной длины $L$, как меньшей, так и большей $\xi$. Интерес к данной задаче связан с развитием технологии и появлением сверхпроводящих мостиков с длиной порядка длины когерентности [2, 3, 8]. Так же как и в работе [6], мы используем модель Гинзбурга–Ландау, что ограничивает применимость наших результатов окрестностью температур вблизи $T_c$. Мы нашли, что токовая зависимость $\delta F_{\text{thr}}$ плавно меняется от выражения (1) для мостиков с длиной $L \gg \xi$ до зависимости $\delta F_{\text{thr}} = \hbar I_c(1 - I/I_c)^{3/2}/e$ для мостиков с длиной $L \ll \xi$, где $I_c = I_0\xi/L$ – критический ток короткого мостика [9]. В последнем случае токовая зависимость $\delta F_{\text{thr}}(I)$ совпадает с известным результатом для джозефсоновских контактов с синусоидальным ток-фазовым соотношением [1], где роль $I_c$ играет критический ток контакта. Кроме того, мы обнаружили, что в случае коротких мостиков большую роль играет подавление сверхпроводящего параметра порядка в берегах, что приводит к зависимости $\delta F_{\text{thr}}$ от длины мостика и ширины берегов. В одномерной модели мы получили зависимость $\delta F_{\text{thr}}(I = 0) \sim 1/L$ для короткого мостика с $L < \xi$. Используя двумерную модель, мы обнаружили, что существует область параметров, при которых $\delta F_{\text{thr}}(I = 0)$ зависит от длины мостика немонотонным образом и достигает минимального значения при $L \sim (2{-}3)\xi$. Наши результаты могут быть использованы при анализе экспериментальных данных по критическому току переключения коротких сверхпроводящих мостиков/проволок и флуктуационному сопротивлению мостиков при температурах, близких к $T_c$.

Рассмотрим модельную систему, состоящую из сверхпроводящего мостика с площадью сечения $S$ и длиной $L$, соединяющего два сверхпроводящих берега с площадью сечения $S_{\text{pad}}$ (рис. 1). Для на-

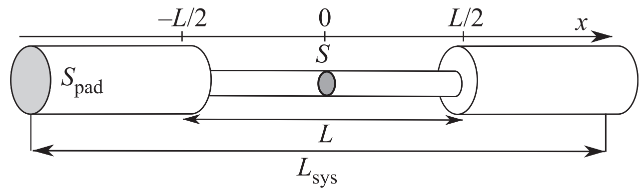


Рис. 1. Сверхпроводящий мостик с площадью сечения $S$ и длиной $L$, соединенный со сверхпроводящими берегами с площадью поперечного сечения $S_{\text{pad}}$

хождения энергии порогового возмущения, переводящего сверхпроводящий мостик в резистивное состояние, воспользуемся моделью Гинзбурга–Ландау (ГЛ). Для определения $\delta F_{\text{thr}}$ необходимо найти седловое состояние системы, соответствующее локальному максимуму (экстремуму) свободной энергии. Седловое состояние, как и основное, можно найти из решения уравнения ГЛ:

$$\xi_{\text{GL}}^2(0)\nabla^2\Delta + [1 - T/T_c - |\Delta|^2/\Delta_{\text{GL}}^2(0)]\Delta = 0, \qquad (2)$$

где $\xi_{\text{GL}}(0)$ и $\Delta_{GL}(0)$ – длина когерентности и сверхпроводящий параметр в модели ГЛ при нулевой температуре [10].

Рассматривая сверхпроводящую систему (см. рис. 1) с максимальным характерным поперечным размером $d_{\text{pad}} \sim \sqrt{S_{\text{pad}}} \ll \xi$, можно считать задачу одномерной и учитывать зависимость только от продольной координаты $x$. Тогда безразмерное уравнение Гинзбурга–Ландау примет следующий вид (мы ищем решение в виде $\Delta(x)/\Delta_{\text{GL}} = f(x)\exp[i\varphi(x)]$):

$$\frac{d^2 f}{dx^2} - \frac{j^2}{f^3} + f - f^3 = 0, \qquad (3)$$

где мы использовали условие постоянства тока в системе, $I = \text{const}$ (здесь $j = f^2 d\varphi/dx = I/S$ – плотность тока в мостике, $j = I/S_{\text{pad}} < I/S$ – плотность тока в берегах). В уравнении (3) модуль сверхпроводящего параметра порядка $f$ измеряется в единицах $\Delta_{\text{GL}} = \Delta_{\text{GL}}(0)\sqrt{1 - T/T_c}$, длина – в единицах $\xi = \xi_{\text{GL}}(0)/\sqrt{1 - T/T_c}$, плотность тока – в единицах $I_0/S$.

Уравнение (3) необходимо дополнить граничными условиями на концах мостика:

$$\left.\frac{df^L}{dx}\right|_{-\frac{L}{2}} = \frac{S}{S_{\text{pad}}} \left.\frac{df^C}{dx}\right|_{-\frac{L}{2}} = \frac{S}{S_{\text{pad}}} \left.\frac{df^C}{dx}\right|_{\frac{L}{2}} = \left.\frac{df^R}{dx}\right|_{\frac{L}{2}}, \qquad (4a)$$

$$f^L\big|_{-\frac{L}{2}} = f^C\big|_{-\frac{L}{2}} = f^C\big|_{\frac{L}{2}} = f^R\big|_{\frac{L}{2}}, \tag{4b}$$

$$f^L\big|_{-\frac{L_{\rm sys}}{2}} = f^R\big|_{\frac{L_{\rm sys}}{2}} = 1, \tag{4c}$$

где $f^L, f^C, f^R$ — модули параметра порядка в левом береге, в мостике и в правом береге соответственно.

Условие (4a) возникает из варьирования функционала Гинзбурга–Ландау для сверхпроводника с зависящим от $x$ поперечным сечением (что приводит к появлению в уравнении ГЛ производной $d/dx[S(x)df/dx]$). Оно является точным в случае непрерывного, медленного на масштабе $\xi$ изменения $S$, когда можно пренебречь зависимостью $f$ от поперечной координаты. В нашей модели это изменение происходит скачком. Поэтому здесь величина $S/S_{\rm pad}$ является не истинным отношением площадей сечения, а контрольным параметром, характеризующим изменение производной функции $f$ в направлении $x$ при переходе через границу берег–мостик. Мы также предполагаем, что вся система присоединена к более широким берегам (находящимся при $x = \pm L_{\rm sys}/2$), где плотность тока практически равна нулю и параметр порядка достигает своего равновесного значения $f = 1$. Чтобы исключить влияние этих берегов на транспортные характеристики мостика, в численных расчетах мы положили $L_{\rm sys} - L = 20\xi$.

Энергию порогового возмущения можно найти, используя следующее выражение:

$$\frac{\delta F_{\rm thr}}{F_0} = F_{\rm saddle} - F_{\rm ground} - 2\frac{I}{I_0}\delta\varphi, \tag{5}$$

где $\delta\varphi$ – дополнительная разность фаз между концами проволоки, появляющаяся в седловом состоянии, а $F_{\rm saddle}$ и $F_{\rm ground}$ – безразмерные свободные энергии седлового и основного состояний соответственно:

$$F_{\rm saddle,ground} = -\frac{1}{2}\int f^4 dx. \tag{6}$$

Уравнение (3) с граничными условиями (4) решалось численно для произвольных $L$, а также аналитически в пределе $L \ll \xi$. При численном решении использовался метод релаксации: к уравнению Гинзбурга–Ландау (3) добавлялась временная производная $\partial f/\partial t$ и итерации проводились до тех пор, пока производная по времени с заданной точностью не обращалась в нуль. Для нахождения седлового состояния мы использовали численный метод, предложенный в [11]. А именно, при заданном значении тока мы фиксировали значение модуля параметра порядка $f(0)$ в центре мостика, позволяя $f$ меняться во всех остальных точках. Состояние с минимальным фиксированным $f(0)$, для которого существует стационарное решение, и является седловым. В случае длинных мостиков данный численный метод дает значения $\delta F_{\rm thr}$, совпадающие с уравнением (1).

Для аналитического нахождения энергии седлового состояния мы воспользовались тем, что на масштабах, много меньших $\xi$, параметр порядка меняется быстро. Поэтому в области короткого мостика в уравнении (3) можно пренебречь линейным и кубичным членами. Таким образом, мы приходим к уравнению

$$\frac{d^2 f}{dx^2} - \frac{j^2}{f^3} = 0, \tag{7}$$

которое имеет первый интеграл

$$\frac{1}{2}\left(\frac{df}{dx}\right)^2 + \frac{j^2}{2f^2} = E \tag{8}$$

и решение

$$x = \frac{1}{2}\int_{u_1}^{u} \frac{du}{\sqrt{2Eu - j^2}} = = \frac{1}{\sqrt{2E}}\left(\sqrt{u - \frac{j^2}{2E}} - \sqrt{u(0) - \frac{j^2}{2E}}\right). \tag{9}$$

В уравнении (9) $u(x) = f^2(x)$. Из симметрии системы следует, что $\left.\frac{du}{dx}\right|_{x=0} = 0$. На данном шаге мы будем считать изменения $f$ малыми в берегах и воспользуемся граничным условием $u\,(L/2) = u\,(-L/2) = 1$ для нахождения постоянной $E$:

$$f = \sqrt{2E_\pm x^2 + \frac{j^2}{2E_\pm}}, \tag{10}$$

$$E_\pm = \frac{1 \pm \sqrt{1 - \left(\frac{I}{I_c}\right)^2}}{L^2}, \tag{11}$$

где $E_+$ соответствует седловому состоянию, $E_-$ – основному состоянию, а $I_c$ – критический ток короткого мостика [9].

Принципиально, что в случае коротких мостиков при нахождении энергии седлового состояния необходимо учитывать изменение $\Delta$ в берегах. В противном случае, фиксируя $\Delta$ в берегах, как в задаче о критическом токе мостика [9], можно убедиться (из решений, приведенных ниже; см. уравнение (15)) в том, что энергия седлового состояния будет принимать отрицательные значения в широком диапазоне токов $I < I_c$.

Будем искать решение в берегах в виде $f = 1 - f_1$, где $f_1 \ll 1$, и пренебрежем распаривающим влиянием тока. Тогда уравнение (3) для $f_1$ в областях $|x| > L/2$ примет вид

$$\frac{d^2 f_1}{dx^2} - 2f_1 = 0 \tag{12}$$

с решением

$$f_1 = Ce^{\pm\sqrt{2}(x \pm L/2)}, \tag{13}$$

в котором знак "+" соответствует левому берегу, а знак "−" – правому. Константа $C$ определяется из граничных условий (4). Когда плотность тока в берегах $j \ll 1$ и отношение сечений $S/S_{\text{pad}} \ll 1$, для $f$ в области мостика можно воспользоваться выражением (10), и константа $C$ определяется как

$$C = \frac{S}{S_{\text{pad}}}\sqrt{E_{\pm} - \frac{j^2}{2}}. \tag{14}$$

Учтя в уравнении (6) подавление параметра порядка в берегах, получим выражение для энергии порогового возмущения:

$$\frac{\delta F_{\text{thr}}}{F_0} = 2\sqrt{2}\frac{\xi}{L}\left(\sqrt{1+\sqrt{1-\gamma^2}-\frac{\gamma^2}{2}} - \right.$$
$$\left. - \sqrt{1-\sqrt{1-\gamma^2}-\frac{\gamma^2}{2}}\right) + \frac{2}{5}\frac{L}{\xi}\sqrt{1-\gamma^2} -$$
$$- 4\gamma\frac{\xi}{L}\arccos(\gamma), \tag{15}$$

где $\gamma = I/I_c$. Если не учитывать подавление $\Delta$ в берегах, то в выражении (15) будет отсутствовать первое слагаемое и в большой области токов окажется $\delta F_{\text{thr}} < 0$.

На рис. 2 представлены результаты численного расчета $\delta F_{\text{thr}}$ для мостиков различной длины и приведено их сравнение с результатами, полученными с помощью аналитических выражений (1) и (15). Видно, что для мостика с длиной $L = 4\xi$ $\delta F_{\text{thr}}$ с хорошей точностью описывается уравнением (1), тогда

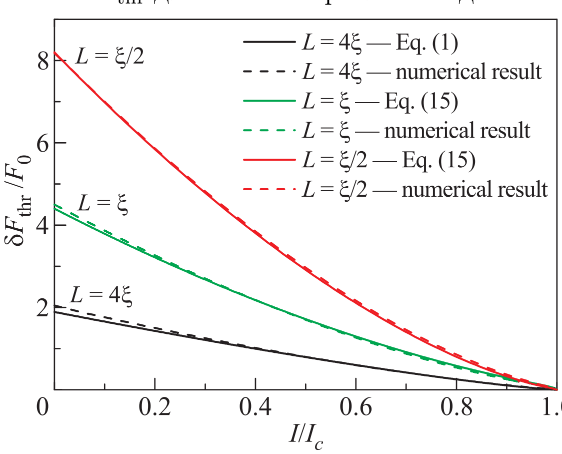


Рис. 2. (Цветной онлайн) Зависимости энергии порогового возмущения от тока для мостиков различной длины при отношении площадей $S_{\text{pad}}/S = 100$. Штриховые кривые получены из численных расчетов, сплошные – из уравнения (1) для мостика с длиной $L = 4\xi$ и уравнения (15) для мостиков с $L = \xi$ и $\xi/2$

как уравнение (15) практически совпадает с численными результатами для мостика с длиной $L = \xi$. Отметим, что выражение (15) для коротких мостиков с $L \ll \xi$ близко к аппроксимационному выражению

$$\delta F_{\text{thr}} = \frac{4\xi}{L}F_0(1 - I/I_c)^{3/2} = \frac{I_c\hbar}{e}(1 - I/I_c)^{3/2}, \tag{16}$$

которое совпадает с известным результатом [1], следующим из теории джозефсоновских контактов с синусоидальным ток-фазовым соотношением, если в качестве критического тока использовать критический ток джозефсоновского контакта.

Выражение (15) было получено в предположении $C \ll 1$ и $f_1 \ll 1$, что обеспечивается выполнением условия

$$\frac{S}{S_{\text{pad}}}\frac{\xi}{L} \ll 1. \tag{17}$$

Наши численные расчеты показали, что токовая зависимость отношения $\delta F_{\text{thr}}(I/I_c)/\delta F_{\text{thr}}(0)$ слабо меняется и определяется в основном длиной мостика, даже когда условие (17) не выполняется и $\delta F_{\text{thr}}(0)$ оказывается зависящей от величины отношения $S_{\text{pad}}/S$ (см. вставку к рис. 3).

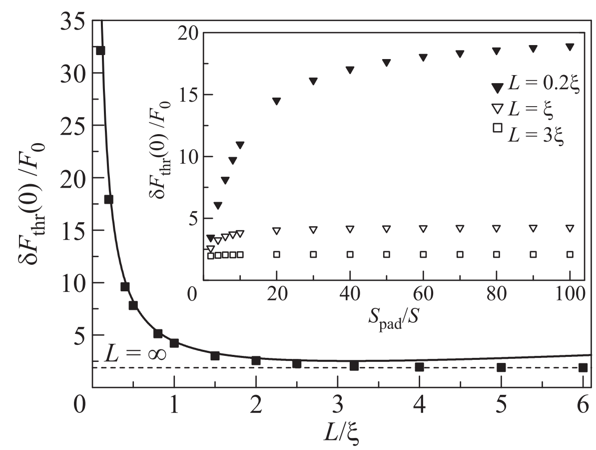


Рис. 3. Зависимость энергии порогового возмущения в пределе $I \to 0$ от длины мостика при $S_{\text{pad}}/S = 100$. Черные квадраты – результаты численного расчета, кривая – уравнение (18). На вставке показаны зависимости $\delta F_{\text{thr}}(0)$ от отношения $S_{\text{pad}}/S$ для мостиков различной длины (одномерная модель)

Если формально использовать уравнение (15) для мостиков произвольной длины, то зависимость $\delta F_{\text{thr}}(L)$ при $I \to 0$ будет иметь следующий вид:

$$\frac{\delta F_{\text{thr}}}{F_0}(I \to 0) = \frac{4\xi}{L} + \frac{2L}{5\xi}. \tag{18}$$

Согласно (18) $\delta F_{\text{thr}}$ должна иметь минимум при $L = \sqrt{10}\xi \simeq 3\xi$. Однако численные расчеты в рамках одномерной модели не подтвердили данный результат (см. рис. 3). При увеличении длины мостика $\delta F_{\rm thr}$ монотонно уменьшается, выходя на известное значение $\delta F_{\rm thr}(0)/F_0 = 4\sqrt{2}/3 \simeq 1.89$ при $L \gg \xi$ (см. уравнение (1)).

Однако если выйти за пределы одномерной модели, то можно найти размеры мостика и берегов, при которых зависимость $\delta F_{\rm thr}(L)$ при $I \to \to 0$ является немонотонной. Для этого мы рассмотрели двумерную модельную систему, изображенную на рис. 4. Данная модель подразумевает на-

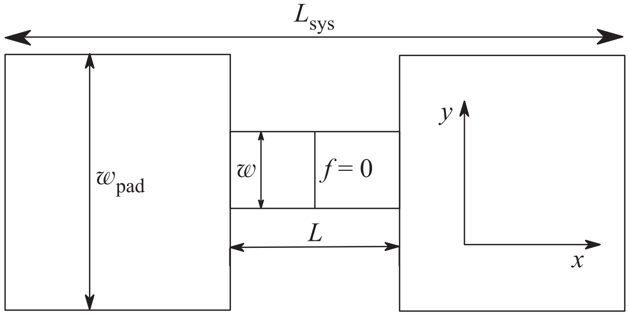


Рис. 4. Двумерный сверхпроводящий мостик длины $L$ и ширины $w$ с берегами шириной $w_{\rm pad}$. Толщина мостика и берегов считается той же самой; $L_{\rm sys} - L = 6$

хождение численного решения двумерного уравнения Гинзбурга–Ландау

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + f - f^3 = 0, \tag{19}$$

с фиксированным $f(x = \pm L_{\rm sys}/2, y) = 1$, нормальной производной $\partial f/\partial n = 0$ по остальным краям сверхпроводящей системы и дополнительным условием $f(x = 0, y) = 0$ (см. рис. 4), соответствующим седловому состоянию при $I \to 0$.

Нами были рассмотрены различные значения $w_{\rm pad}$, $w$ и $L$. Из рис. 5 видно, что при достаточно малой ширине мостика ($w = \xi/5$ для рассмотренных параметров) зависимость $\delta F_{\rm thr}(L)$ имеет минимум при $L \simeq (2–3)\xi$.

Мы также исследовали, как в двумерной модели $\delta F_{\rm thr}(0)$ зависит от ширины берегов (данные представлены на рис. 6). Оказалось, что, так же как и в одномерной модели, энергия порогового возмущения перестает зависеть от отношения $w_{\rm pad}/w$, когда ширина мостика становится много меньше $w_{\rm pad}$. Однако для выбранной геометрии (см. рис. 4) насыщение наступает при меньших значениях $w_{\rm pad}/w$ (ср. со вставкой к рис. 3).

Используя аргументы Литтла [8, 12], можно оценить конечное (вследствие тепловых флуктуаций)

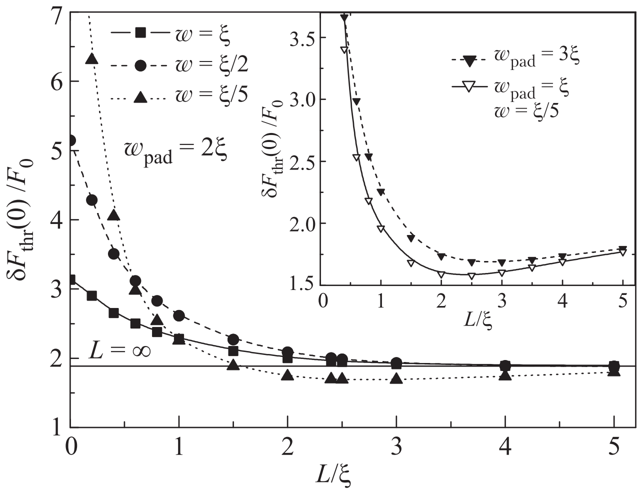


Рис. 5. Зависимости энергии порогового возмущения при $I \to 0$ от длины мостика при различных ширинах мостика и берегов, рассчитанные в рамках двумерной модели. Толщины мостика и берегов считались одинаковыми

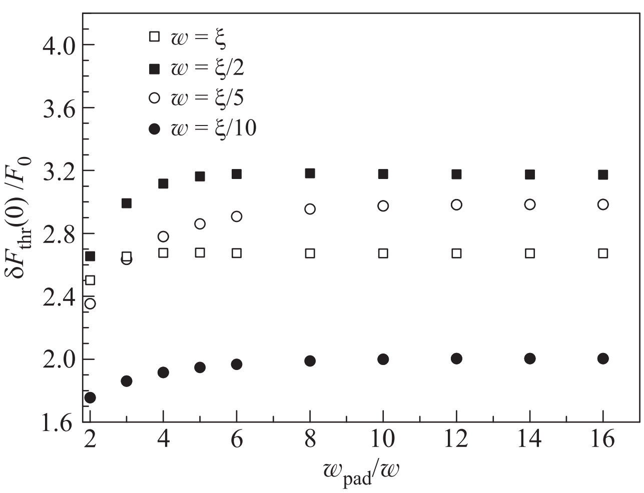


Рис. 6. Энергия порогового возмущения при нулевом токе, вычисленная для мостика с длиной $L = 0.6\xi$ в двумерной модели для различных ширин мостика и берегов

сопротивление короткого мостика $R$ при малых токах с помощью следующего выражения:

$$R = R_n \exp\left(-\frac{\delta F_{\rm thr}(0)}{k_{\rm B}T}\right) = R_n \exp\left(-\frac{I_0\hbar}{ek_{\rm B}T}\frac{\xi}{L}\right), \tag{20}$$

где $R_n$ – сопротивление мостика в нормальном состоянии, а для $\delta F_{\rm thr}(0)$ использовано уравнение (16). Из (20) видно, что $R$ экспоненциально быстро уменьшается с уменьшением длины мостика. Данный эффект связан с влиянием берегов, точнее с подавлением $\Delta$ в берегах в седловом состоянии, которое тем больше, чем короче мостик. Таким образом, берега приводят к уменьшению $R$, но только для достаточно короткого мостика с $L < \xi$. Для длинного же мостика они либо не влияют на его сопротивление, либо могут приводить к его увеличению за счет уменьшения $\delta F_{\rm thr}$. Последний эффект возможен только для достаточно узких мостиков (см. рис. 5), для которых уменьшение $\delta F_{\rm thr}$ за счет уменьшения длины мостика не компенсируется увеличением $\delta F_{\rm thr}$ за счет подавления $\Delta$ в берегах.

Отметим, что флуктуационное сопротивление мостика сильно зависит не только от его длины, но и от размеров берегов, что связано с зависимостью $\delta F_{\rm thr}(0)$ от $S_{\rm pad}/S$ (см. вставку к рис. 3 и рис. 6). В принципе, величина критического тока также зависит от отношения $S_{\rm pad}/S$. Так, в рамках одномерной модели нетрудно показать, что

$$I_c = I_0 \frac{\xi}{L}\left(1 - \sqrt{2}\frac{S}{S_{\rm pad}}\frac{\xi}{L}\right) \tag{21}$$

при выполнении условия (17). Однако так как $\delta F_{\rm thr}(0)$ в уравнении (20) находится под экспонентой, вариации размеров берега сильнее сказываются на флуктуационном сопротивлении мостика $R$, чем на его критическом токе.

Работа была поддержана грантом РФФИ # 15-42-02365.

1. T. Fulton and L. N. Dunkleberger, Phys. Rev. B **9**, 4760 (1974).
2. M. Sahu, M. H. Bae, A. Rogachev, D. Pekker, T. C. Wei, N. Shah, P. M. Goldbart, and A. Bezryadin, Nat. Phys. **5**, 503 (2009).
3. P. Li, P. M. Wu, Y. Bomze, I. V. Borzenets, G. Finkelstein, and A. M. Chang, Phys. Rev. Lett. **107**, 137004 (2011).
4. K. Yu. Arutyunov, D. S. Golubev, and A. D. Zaikin, Phys. Rep. **464**, 1 (2008).
5. J. E. Mooij and C. J. P. M. Harmans, New J. Phys. **7**, 219 (2005).
6. J. S. Langer and V. Ambegaokar, Phys. Rev. **164**, 498 (1967).
7. M. Tinkham, J. U. Free, C. N. Lau, and N. Markovic, Phys. Rev. B **68**, 134515 (2003).
8. S. L. Chu, A. T. Bollinger, and A. Bezryadin, Phys. Rev. B **70**, 214506 (2004).
9. L. G. Aslamazov and A. I. Larkin, Pisma v ZhETF **9**, 150 (1968) [JETP Lett. **9**, 87 (1969)].
10. M. Tinkham, *Introduction to superconductivity*, 2 ed., McGraw-Hill, N.Y. (1996).
11. D. Yu. Vodolazov, Phys. Rev. B **85**, 174507 (2012).
12. W. A. Little, Phys. Rev. **156**, 396 (1967).