

# Электромагнитное излучение в среде с градиентом скорости

В. О. Гладышев<sup>1)</sup>, А. А. Терешин, Д. Д. Базлева

Московский государственный технический университет им. Баумана, 105005 Москва, Россия

Поступила в редакцию 24 декабря 2015 г.

После переработки 19 февраля 2016 г.

Получено релятивистское выражение для кривизны траектории волнового вектора электромагнитной волны в подвижной оптически прозрачной среде. Показано, что кривизна траектории и угловое отклонение лучей возникают в однородной, изотропной среде, если градиент поля скоростей среды отличен от нуля. Эффект искривления траектории в среде с градиентом скорости является эффектом первого порядка малости по отношению  $u/c$ .

DOI: 10.7868/S0370274X16070031

Пределы точности локации, спутниковой лазерной дальнометрии и наведения ограничены влиянием среды распространения электромагнитного излучения, которая пребывает в движении, например атмосферы Земли [1, 2]. Это движение связано с такими явлениями, как конвективный тепловой поток, сдвиговые течения, турбулентность.

Движение среды приводит к изменению фазовой скорости электромагнитного излучения, изменению времени его распространения между излучателем и приемником, скоростной аберрации излучения.

Хорошо известно, что при распространении электромагнитных волн в плазме атмосферы Земли траектории электромагнитных волн искривляются вследствие градиента показателя преломления [3–5]. Также возникает дополнительный эффект искривления лучей вследствие сдвигового движения слоев атмосферы.

В случае, если пространство скоростей движения среды неоднородно и соответствует некоторому градиенту, в среде возникнет дополнительное искривление траектории электромагнитного излучения.

Ранее были получены численное [6] и приближенное аналитическое [7] решения для искривления траекторий световых лучей в движущейся оптической среде.

В данной работе получено выражение для кривизны траектории волнового вектора электромагнитного излучения в подвижной оптически прозрачной среде с учетом релятивистских членов. Полученное выражение можно использовать для расчета кривизны траектории и углового отклонения лучей в среде с градиентом поля скоростей. Показано, что эффект

искривления траектории в среде с градиентом скорости является эффектом первого порядка малости по отношению  $u/c$ .

Рассмотрим процесс распространения плоской монохроматической волны в движущейся среде в геометрическом приближении, когда характерный размер неоднородности среды много больше длины волны излучения. При этом саму среду будем считать однородной в системе отсчета, в которой она покоится. Неоднородность вызвана градиентом скорости ее движения. Наиболее наглядным является двумерный случай. Трехмерное обобщение легко можно получить, используя принцип суперпозиции.

Пусть электромагнитная волна распространяется в плоскости  $xOz$  в оптически прозрачной среде с градиентом скорости  $\text{grad } \mathbf{u}(x, z)$ .

Процесс распространения излучения можно представить в виде последовательности преломлений луча на границе раздела слоев. Толщина слоя такова, что в пределах слоя изменением скорости среды можно пренебречь.

Выберем участок  $M_0-M_1-M_2$  траектории  $L$  распространения излучения в среде, изображенный на рис. 1. Электромагнитная волна падает в точке  $M_0$  на границу раздела сред из среды с показателем преломления  $n_1$  под углом  $\vartheta_0$  и преломляется под углом  $\vartheta_2$  в среде с показателем преломления  $n_2$ . Каждой  $i$ -й точке траектории соответствует свой радиус-вектор  $\mathbf{r}_i$ . Приращение угла преломления обозначим как  $d\vartheta_2$ . Пусть  $ds$  – элемент перемещения волнового вектора внутри подвижной среды (лучевой вектор). В некоторой точке  $O_k$  находится центр кривизны траектории распространения излучения в среде. Тогда величина  $\rho_k$  является радиусом кривизны рассматриваемой траектории.

<sup>1)</sup>e-mail: vgladyshev@mail.ru

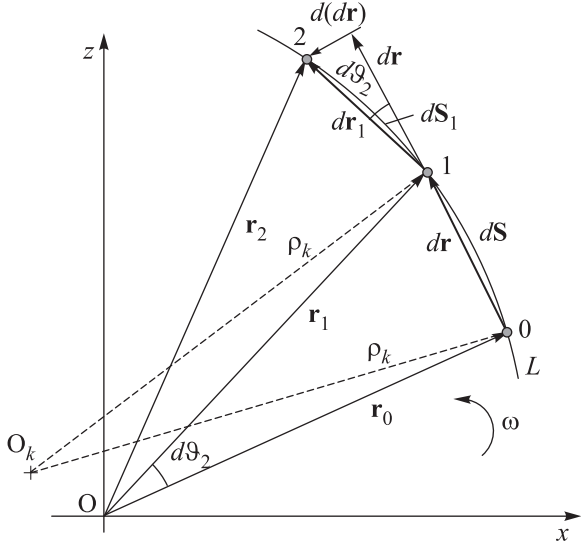


Рис. 1. Траектория распространения излучения в подвижной среде

По определению, выражение для кривизны траектории излучения в среде можно записать в виде

$$k = \frac{1}{\rho_k} = \left| \frac{d\vartheta_2}{ds} \right|. \quad (1)$$

Из рис. 1 следует, что волновой вектор  $\mathbf{k}_2$  при перемещении из точки  $M_0$  в точку  $M_1$  повернется на угол  $d\vartheta_2 = d^2r/ds$  и изменится на величину  $dk_2 = \mathbf{k}_2(M_1) - \mathbf{k}_2(M_0)$ .

Поворот волнового вектора  $\mathbf{k}_2$  на угол  $d\vartheta_2$  зависит от угла преломления  $\vartheta_2$ :

$$d\vartheta_2 = -\frac{\sin \vartheta_2}{k_2} dk_2. \quad (2)$$

Учтем, что производная скалярной функции по направлению  $\mathbf{u}$  определяется согласно формуле

$$\frac{dk_2}{ds} = (\mathbf{u} \cdot \nabla) k_2. \quad (3)$$

Тогда выражение для кривизны (1) примет следующий вид:

$$k = \frac{\sin \vartheta_2}{k_2} \left( \frac{\partial k}{\partial x} \cos \alpha_x + \frac{\partial k}{\partial y} \cos \alpha_y + \frac{\partial k}{\partial z} \cos \alpha_z \right). \quad (4)$$

Изменение волнового вектора  $\mathbf{k}_2$  на границе раздела сред происходит только за счет изменения его проекции на ось  $Oz$ , т.е.  $k_{2z}$ . Это объясняется тем, что проекция волнового вектора  $\mathbf{k}_2$  на ось  $Ox$  является тангенциальным инвариантом ( $k_{2x} = k_t$ ), поэтому выражение для кривизны будет иметь вид

$$k = \frac{\cos \vartheta_2 \sin \vartheta_2}{k_2} \frac{\partial k_{2z}}{\partial z} = \frac{k_{2x} k_{2z}}{k_2^3} \frac{\partial k_{2z}}{\partial z}. \quad (5)$$

Для определения проекций волнового вектора  $\mathbf{k}_2$  воспользуемся решением дисперсионного уравнения [8]. Полагая, что нормальная скорость границы отсутствует и  $\beta = 0$ ,  $I_1 = -\omega_0 = -\omega_2$ ,  $d = -\sin \vartheta_0$ ,

$(\beta_{2t}, \mathbf{d}) = -\beta_{2t} \sin \vartheta_0$ , для тангенциальной и нормальной проекций волнового вектора  $\mathbf{k}_2$  с учетом выбора знака получим

$$k_{2x} = \frac{\omega_0}{c} \sin \vartheta_0, \quad (6)$$

$$k_{2z} = \frac{\omega_0}{c} \eta_2 (-\kappa_2 \gamma_2^2 \beta_{2z} \xi_2 + \sqrt{Q_2}), \quad (7)$$

$$Q_2 = \eta_2^{-1} \cos^2 \vartheta_0 + \kappa_2 \gamma_2^2 \xi_2^2, \quad \xi_2 = 1 - \beta_{2x} \sin \vartheta_0,$$

$$\eta_2 = \frac{1}{k - \kappa_2 \gamma_2^2 \beta_{2z}^2}, \quad \kappa = n_2^2 - 1. \quad (8)$$

Производная от  $k_{2z}$  по координате  $z$  будет иметь вид

$$\frac{\partial k_{2z}}{\partial z} = \frac{\omega_0}{c} \kappa_2 \gamma_2^2 \eta_2 (A - B + C + D); \quad (9)$$

$$A = -\beta_{2z} \gamma_2^2 \xi_2 \frac{d}{dz} (\beta_{2x}^2 + \beta_{2z}^2) - \xi_2 \frac{\partial \beta_{2z}}{\partial z} + \beta_{2z} \frac{\partial \beta_{2x}}{\partial z} \sin \vartheta_0,$$

$$B = \kappa_2 \gamma_2^2 \beta_{2z}^2 \xi_2 \eta_2 \left[ \beta_{2z} \gamma_2^2 \frac{d}{dz} (\beta_{2x}^2 + \beta_{2z}^2) + 2 \frac{\partial \beta_{2z}}{\partial z} \right],$$

$$C = \frac{1}{2\sqrt{Q_2}} \left\{ \xi_2^2 \gamma_2^2 \frac{d}{dz} (\beta_{2x}^2 + \beta_{2z}^2) - \beta_{2z} \cos^2 \vartheta_0 \left[ \beta_{2z} \gamma_2^2 \frac{d}{dz} (\beta_{2x}^2 + \beta_{2z}^2) + 2 \frac{\partial \beta_{2z}}{\partial z} \right] - 2 \xi_2 \frac{\partial \beta_{2x}}{\partial z} \sin \vartheta_0 \right\},$$

$$D = 2\beta_{2z} \eta_2 \sqrt{Q_2} \left[ \beta_{2z} \gamma_2^2 \frac{d}{dz} (\beta_{2x}^2 + \beta_{2z}^2) + 2 \frac{\partial \beta_{2z}}{\partial z} \right].$$

Для кривизны траектории получим

$$k = \frac{\kappa_2 \gamma_2^2 \eta_2^2 \sin \vartheta_0 (-\kappa_2 \gamma_2^2 \beta_{2z} \xi_2 + \sqrt{Q_2}) (A - B + C + D)}{[\sin^2 \vartheta_0 + \eta_2^2 (-\kappa_2 \gamma_2^2 \beta_{2z} \xi_2 + \sqrt{Q_2})^2]^{3/2}}. \quad (10)$$

В линейном приближении  $\beta_{2x} \gg \beta_{2x}^2$ ,  $\beta_{2z} \gg \beta_{2z}^2$ , т.е. с учетом членов первого порядка малости по отношению  $u/c$ , выражение для кривизны по модулю примет вид

$$\tilde{k} = \frac{(n_2^2 - 1) \sin^2 \vartheta_0}{n_2^3} \frac{\partial \beta_{2x}}{\partial z}. \quad (11)$$

Заметим, что при отсутствии вращательного движения, например при сдвиговом течении, кривизна траектории имеет значение.

В частном случае вращательного движения среды  $\beta_{2x} = \frac{\omega}{c}(r_0 - z)$ ,  $\beta_{2z} = \frac{\omega}{c}x$ , где  $r_0$  – радиус области вращения, получим

$$\tilde{k} = \frac{n_2^2 - 1}{n_2^3} \frac{\omega}{c} \sin^2 \vartheta_0. \quad (12)$$

Угловое отклонение луча на трассе длиной  $S$  будет равно

$$\alpha = \int_0^S \frac{n_2^2 - 1}{n_2} \frac{\omega}{c} \sin^2 \vartheta_2 ds. \quad (13)$$

Из выражений (10)–(13) следует, что кривизна траектории и угловое отклонение зависят от градиента скорости. При постоянной скорости течения вдоль траектории луча кривизна траектории отсутствует.

Также можно отметить зависимость  $k$  и  $\alpha$  от угла падения на границу разрыва скорости и относительного углового положения  $\mathbf{k}_2$  и вектора скорости среды (это следует из (6)). Максимальное искривление возникнет при  $\vartheta_0 \approx \pi/2$ . В то же время в области, где  $\mathbf{k}_2$  и  $\mathbf{u}(x, z)$  коллинеарны, указанная зависимость исчезает.

В общем случае уравнение (13) является интегральным, т.к. верхний предел интегрирования зависит от пути.

На основе полученных выражений построена зависимость радиуса кривизны от частоты вращения  $\rho_k(\omega)$  (рис. 2). При  $n_2 = 1.7643$ ,  $\vartheta_0 = 60^\circ$ ,  $\lambda = 532$  нм,

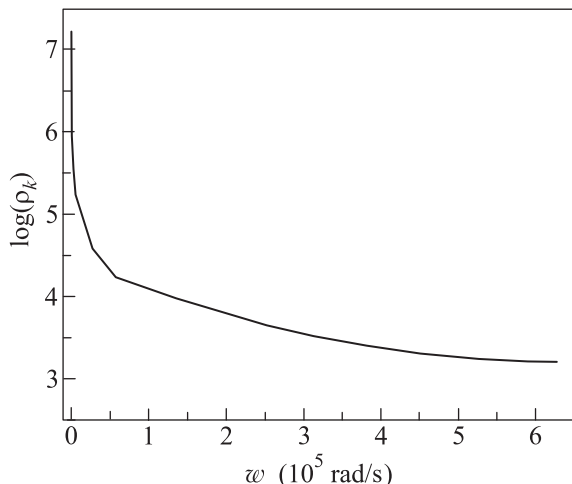


Рис. 2. Зависимость радиуса кривизны траектории излучения во вращающейся среде от частоты вращения

$r_0 = 0.1$  м,  $\omega = 10^4$  рад/с получим  $k = 9 \cdot 10^{-5}$  м $^{-1}$ ,  $\rho_k = 11111$  м.

Выражения для кривизны и углового отклонения в нерелятивистском приближении имеют достаточно простой вид. Из них следует, что так же как и классические эффекты Физо, Доплера, Ферми, эффект искривления траектории в среде с градиентом скорости является эффектом первого порядка малости по отношению  $u/c$  [9]. Причина последнего заключается в том, что несмотря на малость изменения параметров среды, в частности скорости движения среды в ее локальной области за время распространения излучения из точки  $M_0$  в точку  $M_1$ , излучение, распространяясь со скоростью света в среде, попадает в другую область, где скорость имеет другое значение.

Рефракционные свойства атмосферы вдоль трассы распространения между излучателем и

целью являются источником погрешностей определения пространственно-временных координат целей, например дальности прямой видимости и угла места.

Для устранения подобных ошибок проводится аэрологическое зондирование атмосферы с измерением температуры, давления и влажности на разных высотах. Это позволяет определить высотную зависимость индекса преломления. Однако это не может полностью устранить ошибки, возникающие при распространении излучения в атмосфере, т.к. она постоянно находится в движении.

Следующим уровнем повышения точности является определение скорости и градиента скорости движения атмосферы вдоль трассы распространения излучения. Величина и направление скорости движения влияют на фазовую и групповую скорости электромагнитной волны, определяют нарушение закона Снеллиуса, а градиент скорости приводит к дополнительному искривлению траектории. Кроме того, данное явление оказывает влияние на лазерное излучение во вращающемся эталонном микроспутнике в виде линзы Люнеберга [10], входящем в состав фундаментального сегмента ГЛОНАСС, что ограничивает потенциальную точность глобальной геодезической системы GGOS.

---

1. M. Rousseau and J.P. Mathieu, *Problems in Optics*, Pergamon Press, International Series of Monographs in Natural Philosophy (2011), v. 52, p. 236.
2. A. Alexopoulos, *PIER* **101**, 277 (2010).
3. N. Roussel, F. Frappart, G. Ramillien, J. Darrozes, C. Desjardins, P. Gegout, F. Pérosanz, and R. Biancale, *Geosci. Model Dev.* **7**, 2261 (2014).
4. Р. П. Быстров, А. В. Соколов, С. А. Соколов, *Влияние рефракции на поглощение и кривизну траектории луча коротких миллиметровых и субмиллиметровых волн в земной атмосфере. II Всероссийская конференция “Радиолокация и радиосвязь”*, ИРЭ РАН (2009), с. 645.
5. M. M. Hoque and N. Jakowski, *Ionospheric Propagation Effects on GNSS Signals and New Correction Approaches, Global Navigation Satellite Systems: Signal, Theory and Applications*, InTech (2012), p. 381.
6. V. Gladyshev, T. Gladysheva, and V. Zubarev, *J. Eng. Math.* **55**(1–4), 239 (2006).
7. В. О. Гладышев, *Письма в ЖЭТФ* **58**(8), 593 (1993).
8. Б. М. Болотовский, С. Н. Столяров, *УФН* **159**, 155 (1989).
9. Н. Н. Розанов, Г. Б. Сочилин, *УФН* **176**, 421 (2006).
10. В. О. Гладышев, А. А. Терешин, *Оптика и спектр.* **120**(5), 822 (2016).