

Эффект увлечения экситонов поверхностной звуковой волной

В. М. Ковалев^{+*1)}, А. В. Чаплик^{+×}

⁺Институт физики полупроводников им. Ржанова СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия

^{*}Новосибирский государственный технический университет, 630073 Новосибирск, Россия

[×]Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 9 декабря 2014 г.

Излагается теория эффекта увлечения экситонов поверхностной волной Релея при температурах выше температуры конденсации экситонного газа, а также при нулевой температуре, когда наиболее ярко проявляются эффекты бозе-эйнштейновской конденсации экситонного газа. При высоких температурах вычислена величина тока акустического увлечения в экситонном газе с учетом экситон-экситонного взаимодействия. Показано, что для типичных экспериментальных параметров ток увлечения (при заданной интенсивности поверхностной акустической волны – ПАВ) не зависит от частоты акустической волны, а взаимодействие экситонов приводит к экранированию возмущения, вызванного ПАВ, вследствие чего с ростом плотности экситонов ток уменьшается экспоненциально быстро. При низких температурах при наличии конденсата ток увлечения конденсатных частиц имеет резонансный характер при приближении скорости боголюбовских возбуждений к скорости акустической волны, а величина тока линейна по частоте ПАВ. Ток увлечения надконденсатных частиц имеет пороговый характер: надконденсатные частицы увлекаются волной при скорости акустической волны, превышающей скорость боголонов. Величина надконденсатного тока обратно пропорциональна частоте акустической волны.

DOI: 10.7868/S0370274X15030091

1. Введение. Эффекты акустоэкситонного взаимодействия экспериментально изучаются как в системах с непрямыми в пространстве экситонами в структурах с двойными квантовыми ямами (КЯ) [1, 2], так и в полупроводниковых микрорезонаторах [3], в которых объектом воздействия со стороны поверхностной акустической волны (ПАВ) являются гибридные экситон-фотонные моды – экситонные поляритоны. Во втором случае непосредственно с ПАВ взаимодействуют входящие в поляритон электрон и дырка, т.е. прямой в пространстве экситон. Основное внимание во многих экспериментальных работах по экситонным и экситон-поляритонным газам уделяется вопросу бозе-эйнштейновской конденсации (БЭК) этих возбуждений [4–7]. Наличие в экситонном газе фазового перехода детектируется по линии экситонной люминесценции, резкое уменьшение ширины которой интерпретируется как появление в нем когерентного состояния – конденсата. Сказанное относится к равновесной системе. Очевидно, что фазовый переход экситонов должен проявляться и в отклике экситонного газа на внешние возмущения. Недавно мы теоретически показали [8, 9], что для регистрации фазового перехода экситонов может использо-

ваться ПАВ, поглощение которой в экситонном газе выше и ниже критической температуры конденсации экситонов T_c различно. Такая регистрация фазового перехода является опосредованной: непосредственно измеряться должны характеристики ПАВ. В настоящей работе мы демонстрируем проявление фазового перехода экситонов в состоянии БЭК непосредственно в токе увлечения экситонов поверхностной акустической волной. Токи (*fluxes*) экситонов или экситонных поляритонов можно измерять непосредственно по интенсивности люминесценции в различных точках транспортного канала образца [1, 2]. Мы получим выражения для тока увлечения экситонов при высоких (выше T_c) и при нулевых температурах, что позволит нам выявить различия в эффекте акустоэкситонного увлечения при переходе через точку конденсации. Отметим, что мы будем рассматривать баллистический режим движения экситонов, т.е. предполагать выполнение неравенства $\omega\tau \gg 1$, где τ – время релаксации экситонов на примесях, а ω – характерная частота внешнего возмущения (частота ПАВ). Диффузионный режим ($\omega\tau \ll 1$) требует анализа экситон-примесного рассеяния и будет рассмотрен в другой работе.

Изучаемая структура представляет собой двойную квантовую яму на поверхности подложки, кото-

¹⁾e-mail: vadimkovalev@isp.nsc.ru

рую для простоты будем считать изотропной (рис. 1). Будем полагать, что экситоны представляют собой

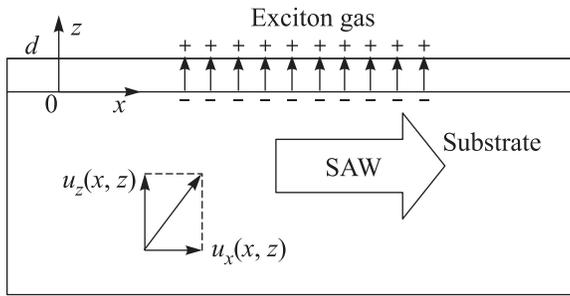


Рис. 1. Схематическое изображение структуры двойной квантовой ямы с дипольными экситонами

жесткие диполи, ориентированные вдоль направления роста структуры и имеющие дипольный момент $\mathbf{p} = (0, 0, ed)$, где e – модуль заряда электрона, d – расстояние между квантовыми ямами. Такая модель игнорирует внутренние степени свободы экситона и движение электрона и дырки поперек слоев, а также подразумевает, что звуковая волна и температура не возбуждают внутреннего движения в экситоне, т.е. выполняется соотношение $e^2/a_B \gg \max[T, \omega]$. Здесь ω – частота ПАВ, T – температура, a_B – боровский радиус экситона.

Для определенности мы будем рассматривать волну Релея, распространяющуюся по поверхности подложки и характеризующуюся двумя скоростями: продольной c_l и поперечной c_t [10]. Взаимодействие ПАВ и экситонов осуществляется по механизму деформационного потенциала. Вектор смещения точек среды $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ удовлетворяет уравнению [10]

$$\ddot{\mathbf{u}} = c_l^2 \Delta \mathbf{u} + (c_l^2 - c_t^2) \text{grad div } \mathbf{u}. \quad (1)$$

В геометрии рис. 1 решение уравнения (1) для поверхностной волны Релея, распространяющейся в направлении оси x , имеет вид $u_x(x, z) = u_x(z)e^{ikx - i\omega t}$, $u_y = 0$, $u_z(x, z) = u_z(z)e^{ikx - i\omega t}$, где

$$\begin{aligned} u_z(z) &= -i\kappa_l B e^{\kappa_l z} - i\kappa_t A e^{\kappa_t z}, \\ u_x(z) &= k B e^{\kappa_l z} + \kappa_t A e^{\kappa_t z}, \\ \kappa_l &= \sqrt{k^2 - \omega^2/c_l^2}, \quad \kappa_t = \sqrt{k^2 - \omega^2/c_t^2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Будем полагать, что влияние ПАВ на экситонный газ является малым возмущением. В этом случае обратным влиянием экситонного газа на распространение ПАВ можно пренебречь. Для нахождения амплитуд A, B в (2) пишем граничные условия для свободной поверхности: $\sigma_{ij}\tau_j = 0$, где τ_j – вектор нормали к поверхности упругой среды. Граничные усло-

вия позволяют выразить одну амплитуду через другую: $B/A = -2\sqrt{1 - \xi^2}/(2 - \xi^2)$, где ξ – постоянная, характеризующая дисперсию волны Релея, $\omega = c_t \xi k$ (детали см. в [10]). Оставшаяся же свободная амплитуда задается источником (генератором) звуковых волн на подложке. Энергия взаимодействия экситона с акустической волной запишется в виде $U = \lambda_e (\text{div } \mathbf{u})_{z=0} + \lambda_h (\text{div } \mathbf{u})_{z=d} \approx (\lambda_e + \lambda_h) (\text{div } \mathbf{u})_{z=0}$, где λ – постоянная деформационного потенциала соответствующей частицы. В последнем равенстве мы учли тот факт, что для реальных систем $\kappa_{l,t} d \ll 1$. Таким образом, взаимодействие экситон–ПАВ в действительной форме запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} U(\mathbf{r}, t) &= U_{\mathbf{k}, \omega} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t} + U_{\mathbf{k}, \omega}^* e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r} + i\omega t}, \\ U_{\mathbf{k}, \omega} &= iB \frac{\omega^2}{2c_l^2} (\lambda_e + \lambda_h), \end{aligned} \quad (3)$$

где $\mathbf{k} = (k, 0, 0)$ – волновой вектор ПАВ. Подчеркнем, что в рамках подхода деформационного потенциала экситоны взаимодействуют лишь с продольной компонентой звуковой волны (поэтому в энергии остается только постоянная B), поскольку поперечная удовлетворяет соотношению $\text{div } \mathbf{u}_t = 0$. Постоянную B удобно выразить через интенсивность ПАВ I_0 , которую определим следующим образом:

$$I_0 = c_t \xi \rho \int_{-\infty}^0 [|\dot{u}_x(x, z)|^2 + |\dot{u}_z(x, z)|^2] dz, \quad (4)$$

где ρ – плотность материала подложки. Используя (2) и (3), получаем

$$\begin{aligned} |U_{\mathbf{k}, \omega}|^2 &= \omega \frac{(\lambda_e + \lambda_h)^2}{4\rho c_l^2 \chi(\xi)} I_0, \\ \chi(\xi) &= \frac{(2 - \xi^2)^3}{4(1 - \xi^2)^{3/2}} + \frac{2 - c_t^2 \xi^2/c_l^2}{\sqrt{1 - c_t^2 \xi^2/c_l^2}}. \end{aligned} \quad (5)$$

Установив явную форму потенциала деформационного взаимодействия ПАВ с экситоном, переходим к расчету тока увлечения.

2. Высокие температуры, $T > T_c$. При высоких температурах ($T > T_c$) функция Грина экситонов удовлетворяет следующему уравнению:

$$\left[i\partial_t - \frac{\mathbf{p}^2}{2M} + \mu - U(x) - g\delta n(x) \right] G(x, x') = \delta(x - x'). \quad (6)$$

Здесь и далее для краткости используется обозначение $x = (\mathbf{r}, t)$. В уравнении (6) $M = m_e + m_h$ – масса экситона, $U(x)$ – взаимодействие (3), μ – химический потенциал экситонов. Последнее слагаемое

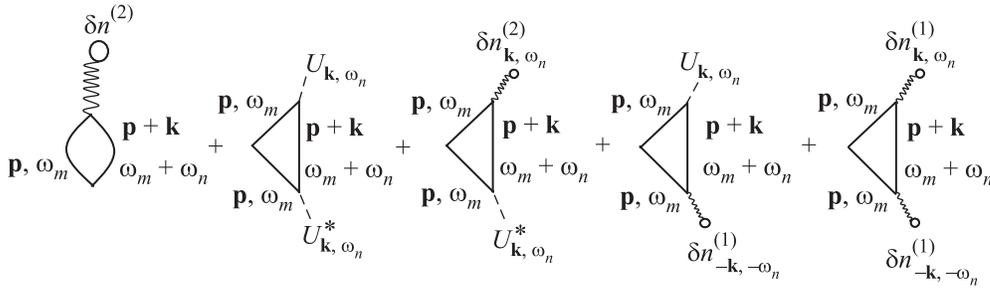


Рис. 2. Диаграммное представление вклада второго порядка в функцию Грина экситонов. Волнистые линии представляют экситон-экситонное взаимодействие, штриховые – взаимодействие с ПАВ. К треугольным диаграммам следует добавить такую же сумму с заменой $\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$, $\omega_n \rightarrow -\omega_n$

в квадратных скобках – экситон-экситонное взаимодействие, записанное в рамках подхода среднего поля. Будем считать взаимодействие контактным. Постоянную g можно оценить как $g \sim 2\pi e^2 d/\epsilon$. Величина $\delta n(x)$ представляет собой отклонение плотности экситонов от равновесного значения. Будем искать решение уравнения (6) итерациями по $U(x)$. Представляя $G(x, x') = G^0(x - x') + \delta G^{(1)}(x, x') + \delta G^{(2)}(x, x') + \dots$ и $\delta n(x) = \delta n^{(1)}(x) + \delta n^{(2)}(x) + \dots$, в первом порядке получаем

$$\begin{aligned} \delta G^{(1)}(x, x') &= \\ &= \int dy G^0(x - y) \left[U(y) + g\delta n^{(1)}(y) \right] G^0(y - x'). \end{aligned} \quad (7)$$

Это уравнение позволяет найти поправку первого порядка к плотности, используя соотношение для бозе-частиц (в мацубаровском представлении $x = (\mathbf{r}, \tau)$): $\delta n^{(1)}(x) = -\delta G^{(1)}(x, x)$. Используя и далее в расчете технику Мацубары, получаем

$$\begin{aligned} \delta n^{(1)}(\mathbf{r}, t) &= \delta n_{\mathbf{k}, \omega_n}^{(1)} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega_n t} + \delta n_{-\mathbf{k}, -\omega_n}^{(1)} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r} + i\omega_n t}, \\ \delta n_{\mathbf{k}, \omega_n}^{(1)} &= \frac{\Pi_{\mathbf{k}, \omega_n} U_{\mathbf{k}, \omega_n}}{1 - g\Pi_{\mathbf{k}, \omega_n}}, \\ \Pi_{\mathbf{k}, \omega_n} &= -\sum_{\mathbf{p}} \frac{f_{\mathbf{p}+\mathbf{k}} - f_{\mathbf{p}}}{i\omega_n + E_{\mathbf{p}} - E_{\mathbf{p}+\mathbf{k}}}, \end{aligned} \quad (8)$$

где $E_{\mathbf{p}} = \mathbf{p}^2/2M - \mu$ – энергия экситонов, $f_{\mathbf{p}} = [\exp(E_{\mathbf{p}}/T) - 1]^{-1}$ – равновесная функция распределения экситонов.

Усредненная по времени плотность тока экситонов выражается через поправку второго порядка к функции Грина (см. диаграммы на рис. 2). Прямым вычислением можно показать, что первая диаграмма дает нулевой вклад в плотность тока увлечения. Оставшиеся диаграммы дают

$$\mathbf{j} = -i \frac{|U_{\mathbf{k}, \omega_n}|^2 [\mathbf{D}(\mathbf{k}, \omega_n) + \mathbf{D}(-\mathbf{k}, -\omega_n)]}{(1 - g\Pi_{\mathbf{k}, \omega_n})(1 - g\Pi_{-\mathbf{k}, -\omega_n})}, \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{D}(\pm\mathbf{k}, \pm\omega_n) &= \\ &= T \sum_{\omega_m, \mathbf{p}} \frac{\mathbf{p}}{M} G_0^2(\mathbf{p}, \omega_m) G_0(\mathbf{p} \pm \mathbf{k}, \omega_m \pm \omega_n). \end{aligned} \quad (10)$$

Учитывая равенство $\frac{\mathbf{p}}{M} G_0^2(\mathbf{p}, \omega_n) = \nabla_{\mathbf{p}} G_0(\mathbf{p}, \omega_n)$ и интегрируя по частям в (10), получаем

$$\begin{aligned} \mathbf{D}(\pm\mathbf{k}, \pm\omega_n) &= \\ &= \mp \nabla_{\mathbf{k}} \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^2} T \sum_{\omega_m} G_0(\mathbf{p}, \omega_m) G_0(\mathbf{p} \pm \mathbf{k}, \omega_m \pm \omega_n). \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь мы воспользовались тем, что $\nabla_{\mathbf{p}} G_0(\mathbf{p} \pm \mathbf{k}) = \pm \nabla_{\mathbf{k}} G_0(\mathbf{p} \pm \mathbf{k})$. Вычисляя сумму по ω_m , можно убедиться в том, что выражение, стоящее под знаком градиента, представляет собой (с обратным знаком) поляризационный оператор $\Pi_{\mathbf{k}, \omega_n}$ в (8). Учитывая очевидную четность $\Pi_{-\mathbf{k}, \omega_n} = \Pi_{\mathbf{k}, \omega_n}$ и выполняя аналитическое продолжение на действительную ось $\pm i\omega_n \rightarrow \omega \pm i\delta$, получаем

$$\mathbf{j} = |U_{\mathbf{k}, \omega}|^2 \frac{i\nabla_{\mathbf{k}} [\Pi_{\mathbf{k}, \omega}^R - \Pi_{\mathbf{k}, \omega}^A]}{(1 - g\text{Re} \Pi_{\mathbf{k}, \omega}^R)^2 + g^2(\text{Im} \Pi_{\mathbf{k}, \omega}^R)^2}, \quad (12)$$

где $\Pi^{R(A)}$ – запаздывающий (опережающий) поляризационный оператор экситонов. Вычислить $\Pi_{\mathbf{k}, \omega}^R$ в общем виде не удастся. Мы рассмотрим типичную для эксперимента ситуацию, когда $k \ll v_T$ и $\omega \ll v_T k$, где $v_T = \sqrt{2T/M}$ – тепловая скорость экситонов. Величина тока увлечения определяется через $\text{Im} \Pi_{\mathbf{k}, \omega}^R$, которая в области $k \ll v_T$ и $\omega \ll v_T k$ имеет вид

$$\text{Im} \Pi_{\mathbf{k}, \omega}^R = \pi\omega \sum_{\mathbf{p}} \frac{\partial f_{\mathbf{p}}}{\partial E_{\mathbf{p}}} \delta(\omega - \mathbf{p}\mathbf{k}/M). \quad (13)$$

При этом $\text{Re} \Pi_{\mathbf{k}, \omega}^R$ в области $\omega \ll v_T k$ может быть заменена своим статическим значением $\text{Re} \Pi_{\mathbf{k}, \omega=0}^R$.

Выражение (13) показывает, что ток увлечения определяется экситонами, проекция импульса которых на направление распространения ПАВ удовлетворяет условию $\mathbf{p}_{\mathbf{k}}/M = \omega/k$, т.е. движущимися в фазе с волной ($\mathbf{n}_{\mathbf{k}}$ – единичный вектор в направлении \mathbf{k}).

С учетом неравенств $k \ll v_T$ и $\omega \ll v_T k$ получаем [8]

$$\mathbf{P}_{\mathbf{k},\omega}^R = -\frac{M}{2\pi} \left(e^{2\pi N_0/MT} - 1 \right) + i \frac{M}{2\pi} \frac{\omega}{v_T k} F(T), \quad (14)$$

где $F(T) = \int_0^\infty \frac{dx}{\sqrt{x}} \frac{\partial f}{\partial x} < 0$ и $f(x) = [\exp(x - \mu/T) - 1]^{-1}$. Для тока увлечения имеем

$$\mathbf{j} = \frac{-|U_{\mathbf{k},\omega}|^2 F(T)}{\left[1 + \frac{2d}{a_B} (e^{2\pi N_0/MT} - 1) \right]^2} \frac{M}{\pi} \frac{\omega \mathbf{k}}{v_T k^3}, \quad (15)$$

где a_B – боровский радиус экситона. Таким образом, ток направлен по направлению волнового вектора акустической волны. Наличие взаимодействия экситонов друг с другом приводит к экспоненциальному уменьшению величины тока вследствие экранировки [11, 12]. Подставляя в (15) $k = \omega/c_t \xi$ и учитывая, что $|U_{\mathbf{k},\omega}|^2 \sim \omega I_0$, находим, что ток увлечения экситонов при высоких температурах $j \sim I_0$ и не зависит от частоты.

3. Низкие температуры, $T \ll T_c$. Рассмотрим ток акустического увлечения экситонов в присутствии бозе-конденсата. Хорошо известно, что элементарными возбуждениями бозе-конденсированных систем являются квазичастицы Боголюбова. Явный вид закона дисперсии боголюбовских возбуждений зависит от модели, используемой для описания взаимодействующей экситонной системы. В случае малой экситонной плотности, $N_0 a_B^2 \ll 1$, адекватной теоретической моделью является модель слабонеидеального бозе-газа. В рамках этой модели закон дисперсии элементарных возбуждений имеет вид $\varepsilon_k = \sqrt{\frac{k^2}{2M} \left(\frac{k^2}{2M} + 2g_0 n_c \right)}$, где n_c – плотность экситонов в конденсате. В длинноволновом пределе, $\frac{k^2}{2M} \ll 2g_0 n_c$, элементарные возбуждения представляют собой звуковые кванты, $\varepsilon_k \approx sk$, скорость которых определяется выражением $s = \sqrt{g_0 n_c / M}$. В бозе-конденсированной фазе большинство экситонов находится в конденсате. Однако вследствие (слабого) взаимодействия, а также конечной температуры существуют и надконденсатные экситоны с ненулевым импульсом. Под действием внешней звуковой волны увлекаться должны все частицы. Таким образом, мы имеем три вклада в ток. Будем рассматривать квантовый предел, $T \ll sk$. В этом режиме термически

возбужденные экситоны (точнее, элементарные боголюбовские возбуждения) не играют особой роли: их функция распределения экспоненциально мала. Следовательно, формально теория может строиться при $T = 0$. Подчеркнем все же, что равенство нулю температуры не следует рассматривать буквально: полученные результаты применимы в области температур $0 < T \ll sk$. Вследствие слабости взаимодействия между экситонами плотность надконденсатных частиц мала по сравнению с n_c . В этом случае можно пренебречь взаимодействием надконденсатных частиц друг с другом и их влиянием на конденсатные частицы (обратным влиянием конденсатных частиц на надконденсатные пренебрегать нельзя).

Волновая функция системы представима в виде $\Psi(x) = \varphi(x) + \psi(x)$, где $\varphi(x) = \langle \Psi(x) \rangle$ – волновая функция конденсата, а $\psi(x)$ – надконденсатная часть. Введенные функции удовлетворяют следующим соотношениям: $\langle \psi(x) \rangle = \langle \varphi(x) \psi(x) \rangle = 0$. Функция $\varphi(x)$ находится как решение уравнения Гросса–Питаевского:

$$\left[i\partial_t - \frac{\mathbf{p}^2}{2M} + \mu - U(x) - g|\varphi(x)|^2 \right] \varphi(x) = 0, \quad (16)$$

а функции Грина надконденсатных частиц, $G = -i\langle \psi\psi^\dagger \rangle$, $F = -i\langle \psi\psi \rangle$, – из матричного уравнения

$$\begin{pmatrix} i\partial_t - H(x) & -g\varphi^2(x) \\ -g\varphi^{*2}(x) & -i\partial_t - H(x) \end{pmatrix} \hat{G} = \hat{1}, \quad (17)$$

$$H(x) = \frac{\mathbf{p}^2}{2M} - \mu + U(x) + 2g|\varphi(x)|^2.$$

В уравнении (17) учтено взаимодействие с конденсатом.

Ток увлечения конденсата. Вычислим ток акустического увлечения конденсатных частиц, определяемый усреднением по времени выражения

$$\mathbf{j}_c = \frac{i}{2M} (\varphi \nabla \varphi^* - \varphi^* \nabla \varphi), \quad (18)$$

где конденсатная функция должна быть найдена из уравнения Гросса–Питаевского до второго порядка по внешнему возмущению $U(x)$ включительно:

$$\varphi(x) = \sqrt{n_c} + \delta\varphi^{(1)}(x) + \delta\varphi^{(2)}(x) + \dots \quad (19)$$

Если ограничиться лишь вкладом в ток порядка $U^2(x)$, то, очевидно, после усреднения по времени слагаемое $\delta\varphi^{(2)}(x)$ будет давать нулевой вклад. Таким образом, ток конденсата определяется величиной отклика первого порядка $\delta\varphi^{(1)}(x)$. Линеаризуя уравнение (16), получаем

$$\begin{aligned}\delta\varphi^{(1)}(x) &= \sqrt{n_c}S_{\mathbf{k},\omega}U_{\mathbf{k},\omega}e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}-i\omega t} + \\ &+ \sqrt{n_c}S_{-\mathbf{k},-\omega}U_{\mathbf{k},\omega}^*e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}+i\omega t}, \\ \delta\varphi^{(1)*}(x) &= \sqrt{n_c}S_{\mathbf{k},\omega}U_{\mathbf{k},\omega}^*e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}+i\omega t} + \\ &+ \sqrt{n_c}S_{-\mathbf{k},-\omega}U_{\mathbf{k},\omega}e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}-i\omega t},\end{aligned}\quad (20)$$

где функция отклика

$$S_{\mathbf{k},\omega} = \frac{\omega + k^2/2M}{\omega^2 - \varepsilon_k^2}. \quad (21)$$

Подставляя (20) в (18) и усредняя по времени, получаем ток увлечения конденсата:

$$\mathbf{j}_c = \frac{2n_c|U_{\mathbf{k},\omega}|^2}{M^2} \frac{\omega k^2 \mathbf{k}}{(\omega^2 - \varepsilon_k^2)^2}. \quad (22)$$

Снова, как и выше, ток направлен по направлению акустической волны. Видно, что наличие взаимодействия приводит к резонансному характеру тока: при $k = \omega/c_t\xi$ знаменатель пропорционален $[1 - (s/c_t\xi)^2]^2$, а все выражение $j_c \sim \omega I_0$.

Ток увлечения надконденсатных частиц. Для нахождения тока увлечения надконденсатных частиц требуется найти поправку второго порядка как по внешнему полю $U(x)$, так и по конденсатной функции $\varphi(x)$ к функции Грина надконденсатных частиц из уравнения (17). Используя разложения

$$\begin{aligned}\varphi^2 &\approx n_c + 2\sqrt{n_c}\delta\varphi^{(1)} + [\delta\varphi^{(1)}]^2 + 2\sqrt{n_c}\delta\varphi^{(2)}, \\ |\varphi(x)| &\approx n_c + \delta n_c^{(1)} + \delta n_c^{(2)},\end{aligned}\quad (23)$$

где $\delta n_c^{(1)} = \sqrt{n_c}[\delta\varphi^{(1)} + \delta\varphi^{*(1)}]$ и $\delta n_c^{(2)} = \sqrt{n_c}[\delta\varphi^{(2)} + \delta\varphi^{*(2)}] + |\delta\varphi^{(1)}|^2$, из (17) находим поправку второго порядка к матричной функции Грина надконденсатных частиц:

$$\hat{G}^{(2)} = \hat{G}_0\hat{\Sigma}^{(1)}\hat{G}_0\hat{\Sigma}^{(1)}\hat{G}_0 + \hat{G}_0\hat{\Sigma}^{(2)}\hat{G}_0. \quad (24)$$

Несложный анализ, на котором мы не будем здесь останавливаться, показывает, что второе слагаемое в правой части не дает вклада в ток увлечения. Матрица $\hat{\Sigma}^{(1)}$ в первом слагаемом имеет следующую структуру:

$$\begin{aligned}\hat{\Sigma}^{(1)}(x) &= \hat{\Sigma}_{\mathbf{k},\omega}^{(1)}e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}-i\omega t} + \hat{\Sigma}_{-\mathbf{k},-\omega}^{(1)}e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}+i\omega t}, \\ \hat{\Sigma}_{\mathbf{k},\omega}^{(1)} &= U_{\mathbf{k},\omega} \begin{pmatrix} 1 + 2gn_cP_{\mathbf{k},\omega} & 2gn_cS_{\mathbf{k},\omega} \\ 2gn_cS_{-\mathbf{k},-\omega} & 1 + 2gn_cP_{\mathbf{k},\omega} \end{pmatrix},\end{aligned}\quad (25)$$

где $P_{\mathbf{k},\omega} = S_{\mathbf{k},\omega} + S_{-\mathbf{k},-\omega} = k^2/M(\omega^2 - \varepsilon_k^2)$, а для $\hat{\Sigma}_{-\mathbf{k},-\omega}^{(1)}$ делается замена $(\mathbf{k},\omega) \rightarrow (-\mathbf{k},-\omega)$, $U_{\mathbf{k},\omega} \rightarrow U_{\mathbf{k},\omega}^*$. Невозмущенные функции Грина надконденсатных частиц в длинноволновом пределе ($\varepsilon_k = sk$) имеют вид

$$\hat{G}_0 = \begin{pmatrix} G_0 & F_0 \\ F_0 & \tilde{G}_0 \end{pmatrix} = \frac{gn_c}{\omega^2 - \varepsilon_p^2 + i\delta} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (26)$$

Усредненный по времени ток увлечения надконденсатных частиц определяется левым верхним элементом матричной функции Грина (24):

$$\mathbf{j} = \frac{i}{M} \sum_{\mathbf{p}} \mathbf{p} \left[\hat{G}_{\mathbf{p}}^{(2)}(-\mathbf{k},\omega) + \hat{G}_{\mathbf{p}}^{(2)}(-\mathbf{k},-\omega) \right]_{11}. \quad (27)$$

Вычисляя произведения матриц в (24), получаем

$$\begin{aligned}\mathbf{j}_n &= 4|U_{\mathbf{k},\omega}|^2(1 + gn_cP_{\mathbf{k},\omega})[i\mathbf{C}(\mathbf{k},\omega) + i\mathbf{C}(-\mathbf{k},-\omega)], \\ \mathbf{C}(\pm\mathbf{k},\pm\omega) &= \\ &= \int \frac{d\Omega}{2\pi} \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^2} \frac{\mathbf{p}}{M} G_0^2(\mathbf{p},\Omega) G_0(\mathbf{p} \pm \mathbf{k}, \Omega \pm \omega).\end{aligned}\quad (28)$$

Вычисление $\mathbf{C}(\mathbf{k},\omega)$ удобнее производить в мацубаровском представлении. Для начала, как и выше, используя соотношение $\frac{\mathbf{p}}{M}G_0^2(\mathbf{p}) = \frac{1}{2Ms^2}\nabla_{\mathbf{p}}G_0(\mathbf{p})$ (подчеркнем, что это равенство справедливо только для линейного закона дисперсии, $\varepsilon_{\mathbf{p}} = sp$), проинтегрируем по частям:

$$\begin{aligned}\mathbf{C}(\pm\mathbf{k},\pm i\omega_n) &= \frac{\pm\nabla_{\mathbf{k}}}{4Ms^2} \times \\ &\times \left[-2T \sum_{\omega_m} \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^2} G_0(\mathbf{p},\omega_m) G_0(\mathbf{p} \pm \mathbf{k}, \omega_m \pm \omega_n) \right].\end{aligned}\quad (29)$$

Здесь мы также перешли к представлению конечных температур. Величина, стоящая в квадратных скобках, представляет собой поляризационный оператор надконденсатных частиц $P_{\mathbf{k},i\omega_n}^n$, явный вид которого при конечных температурах приведен в нашей работе [13]. При низких температурах ($sk \gg T$), положив функции распределения элементарных термических возмущений равными нулю, имеем

$$\begin{aligned}P_{\mathbf{k},i\omega_n}^n &= -\frac{(gn_c)^2}{2(2\pi)^2} \int \frac{d\mathbf{p}}{\varepsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{k}}\varepsilon_{\mathbf{p}}} \times \\ &\times \left[\frac{1}{i\omega_n + \varepsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{k}} + \varepsilon_{\mathbf{p}}} - \frac{1}{i\omega_n - \varepsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{k}} - \varepsilon_{\mathbf{p}}} \right].\end{aligned}\quad (30)$$

Учитывая четность этого выражения по \mathbf{k} и выполняя, как и выше, аналитическое продолжение на область действительных частот, для тока увлечения надконденсатных частиц получаем

$$\mathbf{j}_n = \frac{|U_{\mathbf{k},\omega}|^2(1 + gn_cP_{\mathbf{k},\omega})}{Ms^2} i\nabla_{\mathbf{k}} (P_{\mathbf{k},\omega+i\delta}^n - P_{\mathbf{k},\omega-i\delta}^n). \quad (31)$$

Вычисляя мнимую часть $P_{\mathbf{k},\omega+i\delta}^n$ и подставляя ее в (31), находим ток увлечения в виде

$$\mathbf{j}_n = |U_{\mathbf{k},\omega}|^2 (1 + gn_c P_{\mathbf{k},\omega}) \frac{Ms^2}{2} \frac{\mathbf{k}\theta[\omega - sk]}{\sqrt{(\omega^2 - s^2k^2)^3}}. \quad (32)$$

Множитель в круглых скобках описывает связь надконденсатных и конденсатных частиц и, как и выше, отражает резонансный характер:

$$1 + gn_c P_{\mathbf{k},\omega} = \frac{\omega^2}{\omega^2 - s^2k^2}. \quad (33)$$

Кроме того, при $k = \omega/c_t\xi$ имеем $\theta[\omega - sk] = \theta[c_t\xi - s]$, что указывает на пороговый характер зависимости тока увлечения надконденсатных частиц от плотности экситонов в конденсате вследствие соотношения $Ms^2 = gn_c$. В смысле же частотной зависимости выражение для тока увлечения имеет вид $j_n \sim I_0/\omega$.

В заключение сделаем следующее замечание. Резонансные знаменатели в формулах (22), (32) и (33) обращают эти выражения в бесконечность при $s \rightarrow \rightarrow c_t\xi = \omega/k$. Это является следствием пренебрежения затуханием элементарных возбуждений. Таким образом, резонансные знаменатели имеют смысл лишь в области $|\omega^2 - s^2k^2| \geq \tau^{-1}$. Более строгое рассмотрение требует учета рассеяния экситонов на примесях. Данный вопрос будет рассмотрен отдельно.

Мы благодарим Э.Г. Батыева и М.В. Энтина за полезные обсуждения. Работа поддержана грантом РФФИ # 14-02-00135 и программами РАН.

1. A. Violante, K. Cohen, S. Lazic, R. Hey, R. Rapaport, and P. V. Santos, *New J. Phys.* **16**, 033035 (2014).
2. S. Lazic, A. Violante, K. Cohen, R. Hey, R. Rapaport, and P. V. Santos, *Phys. Rev. B* **89**, 085313 (2014).
3. E. A. Cerda-Mendez, D. N. Krizhanovskii, M. Wouters, R. Bradley, K. Biermann, K. Guda, R. Hey, P. V. Santos, D. Sarkar, and M. S. Skolnick, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 116402 (2010).
4. T. Byrnes, N. Y. Kim, and Y. Yamamoto, *Nat. Phys.* **10**, 803 (2014).
5. A. A. High, J. R. Leonard, A. T. Hammack, M. M. Fogler, L. V. Butov, A. V. Kavokin, K. L. Campman, and A. C. Gossard, *Nature* **483**, 584 (2012).
6. L. V. Butov, C. W. Lai, A. L. Ivanov, A. C. Gossard, and D. S. Chemla, *Nature* **417**, 47 (2002).
7. А. В. Горбунов, В. Б. Тимофеев, *Письма в ЖЭТФ* **96**, 145 (2012).
8. В. М. Ковалев, А. В. Чаплик, *Письма в ЖЭТФ* **96**, 865 (2012).
9. Э. Г. Батыев, В. М. Ковалев, А. В. Чаплик, *Письма в ЖЭТФ* **99**, 623 (2014).
10. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Курс теоретической физики. Т. 7. Теория упругости*, Наука, М. (1965).
11. В. М. Ковалев, А. В. Чаплик, *Письма в ЖЭТФ* **92**, 208 (2010).
12. A. L. Ivanov, *Europhys. Lett.* **59**, 586 (2002).
13. V. M. Kovalev and A. V. Chaplik, arXiv:1310.8394.