

# Магнетосопротивление тонких пленок, обусловленное слабой локализацией, в условиях изменения размерности системы под действием магнитного поля и температуры

О. В. Реукова<sup>1)</sup>, В. Г. Кытин, В. А. Кульбачинский, Л. И. Бурова, А. Р. Кауль

МГУ им. Ломоносова, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 14 ноября 2014 г.

После переработки 15 декабря 2014 г.

Теоретически проанализировано и экспериментально исследовано магнетосопротивление тонких пленок, обусловленное явлением слабой локализации электронов в условиях, когда толщина пленки сравнима с длиной диффузии электронов за время релаксации фазы волновой функции или с магнитной длиной. Получено выражение для магнетосопротивления тонких пленок при произвольном соотношении между толщиной пленки и длиной диффузии электронов за время релаксации фазы волновой функции. Показано, что полученное выражение хорошо описывает магнетосопротивление пленок оксида цинка, легированного галлием в условиях изменения их эффективной размерности по отношению к явлению слабой локализации, вызванного изменением магнитного поля и температуры.

DOI: 10.7868/S0370274X1503011X

**Введение.** Наблюдаемое в полупроводниках и неупорядоченных металлах отрицательное магнетосопротивление во многих случаях объясняется в рамках теории слабой локализации [1–3]. В теории слабой локализации размерность системы определяется соотношением между наименьшим геометрическим размером образца  $d$  и параметром масштаба – длиной диффузии за время релаксации фазы волновой функции  $L_\varphi = \sqrt{\tau_\varphi D}$ , где  $D$  – коэффициент диффузии,  $\tau_\varphi$  – время релаксации фазы волновой функции. Если выполняется соотношение  $L_\varphi \ll d$ , то электронная система является трехмерной (3D) по отношению к теории слабой локализации, при  $\lambda \ll d \ll L_\varphi$  – квазидвумерной, при  $d \leq \lambda \ll L_\varphi$  – двумерной (2D) ( $\lambda$  – длина волны электрона) [4, 5]. При анализе магнетосопротивления, помимо  $L_\varphi$ , существенным параметром, характеризующим поведение и размерность электронной подсистемы по отношению к теории слабой локализации, является магнитная длина  $l_B = \sqrt{\hbar/eB}$  ( $B$  – магнитная индукция). При  $l_B < L_\varphi$  размерность системы определяется  $l_B$ , а не  $L_\varphi$ . Таким образом, изменение магнитного поля и температуры может вести к эффективному изменению размерности. В эксперименте это проявляется в изменении характера зависимости сопротивления от магнитного поля.

Данное обстоятельство особенно существенно при исследовании магнетосопротивления пленок полу-

проводников и металлов с толщиной от нескольких десятков до нескольких сотен нанометров. Действительно, в магнитном поле с индукцией от 0.01 до 1 Тл магнитная длина уменьшается от 256 до 25.6 нм, так что соотношение между толщиной пленки и магнитной длиной, как и эффективная размерность системы, может изменяться. Данный диапазон магнитных полей является доступным и удобным. При этом, например, пленки проводящих оксидов металлов и других легированных полупроводников, полученные методом химического осаждения из газовой фазы или методом магнетронного распыления, наиболее часто имеющие толщину от десятков до сотен нанометров, и являются объектом исследования гальваномагнитных свойств [6–8]. При анализе магнетосопротивления таких пленок использование существующих выражений для магнетосопротивления, обусловленного слабой локализацией, полученных для двумерных или трехмерных систем [9], возможно только для узкого диапазона слабых магнитных полей либо вообще невозможно.

В связи с вышеизложенным целью данной работы был расчет магнетосопротивления пленок, обусловленного слабой локализацией при произвольном соотношении между толщиной пленки, магнитной длиной и длиной диффузии электронов за время релаксации фазы волновой функции, а также экспериментальная проверка расчетов для пленок оксида цинка, легированного галлием.

<sup>1)</sup>e-mail: reukova@physics.msu.ru

**Выражение для магнетосопротивления пленок.** Явление слабой локализации для системы невзаимодействующих электронов обусловлено интерференцией электронных волн при рассеянии электронов [4]. Поправка к проводимости, обусловленная слабой локализацией, в диффузионном пределе описывается следующим соотношением [4, 9]:

$$\delta\sigma(r, \omega) = -\frac{2e^2 D}{\pi\hbar} \tau C(r, r, \omega), \quad (1)$$

где  $C(r, r, \omega)$  – куперон, определяющий амплитуду рассеяния электрона на примеси,  $D$  – коэффициент диффузии,  $e$  – заряд электрона,  $\tau$  – время упругого рассеяния. Функция  $C(r, r, \omega)$  является решением уравнения

$$\left[ -i\omega + \frac{D}{\hbar^2} (-i\nabla - 2e/\hbar\mathbf{A})^2 + \tau_\varphi^{-1} \right] C(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \frac{\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{\tau}, \quad (2)$$

где  $\omega$  – частота внешнего поля,  $\mathbf{A}$  – вектор-потенциал магнитного поля.

В рамках диффузионного приближения поправка к проводимости для пленок произвольной толщины будет являться решением уравнения (2) с учетом граничных условий на поверхности пленки, которые в магнитном поле, перпендикулярном поверхности пленки, имеют вид

$$\begin{aligned} (\nabla_z - 2ie/\hbar A_z)|_{z=0} C &= 0, \\ (\nabla_z - 2ie/\hbar A_z)|_{z=d} C &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Дифференциальное уравнение (2) по форме совпадает с уравнением для функций Грина линейного дифференциального оператора, решение которого при  $\omega = 0$  можно построить в виде

$$C_\omega(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{\hbar}{\tau} \sum_n \frac{\psi_n(\mathbf{r}) \psi_n^*(\mathbf{r}')}{E_n}, \quad (4)$$

где  $\psi_n(\mathbf{r})$ ,  $E_n$  – собственные функции и собственные значения соответствующего оператора. Решение задачи на собственные функции и собственные значения с учетом граничных условий (3) приводит к следующим выражениям:

$$\psi(x, y, z) = B_0 e^{ik_x x} \chi(y) \cos \frac{\pi m z}{d}, \quad (5)$$

где  $\chi_n(y) = A_n \exp \frac{(y-y_0)^2}{l_B^2} H_n \left( \frac{y-y_0}{l_B} \sqrt{2} \right)$ ,  $n, m$  – квантовые числа,  $H_n(y)$  – полиномы Эрмита,  $A_n, B_0$  – нормировочные коэффициенты, и

$$E_{n,m} = \hbar\omega_c \left( n + \frac{1}{2} \right) + \hbar\tau_\varphi^{-1} + \hbar D \left( \frac{\pi m}{d} \right)^2, \quad (6)$$

где  $\omega_c = 4eBD/\hbar$ .

Подставив (5) и (6) в выражение для куперона (4), опуская промежуточные выкладки, для квантовой поправки в магнитном поле находим

$$\delta\sigma(B) = -\frac{2e^2 D}{\pi} \times \frac{2}{2\pi l_B^2} \sum_{n,m} \frac{1}{\hbar\omega_c \left( n + \frac{1}{2} \right) + \hbar\tau_\varphi^{-1} + D\hbar \left( \frac{\pi m}{d} \right)^2}. \quad (7)$$

Тогда из (7) для магнетопроводимости квадратного участка пленки ( $\Delta\sigma = \delta\sigma(B) - \delta\sigma(0)$ ) получим

$$\Delta\sigma(B) = \frac{e^2}{2\pi^2\hbar} \sum_m \left[ \ln x_m + \Psi \left( \frac{1}{x_m} + \frac{1}{2} \right) \right], \quad (8)$$

где  $x_m = \frac{\omega_c}{\tau_\varphi^{-1} + D(\pi m/d)^2}$ .

Для того чтобы проанализировать, как соотносится полученное выражение (8) с известными результатами для магнетопроводимости 2D, квази-2D и 3D электронных систем и толстых пленок [4, 9, 10], было проведено его сравнение с известными предельными случаями. В предельном случае толстой пленки ( $d \gg L_\varphi$ ) поправка к проводимости записывается в виде [10]

$$\Delta\sigma(B) = d\Delta\sigma_{3D}(B) + \frac{1}{2}\Delta\sigma_{2D}(B), \quad (9)$$

где  $\Delta\sigma_{3D}(B)$ ,  $\Delta\sigma_{2D}(B)$  – трехмерная и двумерная магнетопроводимость в теории слабой локализации [9]:

$$\Delta\sigma_{3D} = \frac{e^2}{2\pi^2\hbar} \frac{1}{L_\varphi} \sqrt{x_L} \cdot \frac{1}{2} f_3(x_L), \quad (10)$$

где  $x_L = \left( \frac{2L_\varphi}{l_B} \right)^2$ ,  $f_3(x) = \sum_{n=0}^{\infty} 2[(x+n+1) - (n-x)^{1/2}] - (n + \frac{1}{2} + x)^{1/2}$ ,

$$\delta\sigma_{2D} = \frac{e^2}{2\pi^2\hbar} f_2(x_L), \quad (11)$$

где  $f_2(x) = \ln x + \Psi \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{x} \right)$ .

На рис. 1 и 2 представлены зависимости магнетопроводимости от  $L_\varphi/l_B$ , рассчитанные по формулам (8) и (9) для толстой пленки ( $L_\varphi/d = 0.25, 0.5$ ) (рис. 1) и тонкой пленки ( $L_\varphi/d = 2, 4$ ) (рис. 2). Из рис. 1 видно, что в случае толстых пленок величины магнетопроводимости, рассчитанные по формулам (8) и (9), близки. Однако для тонких пленок ( $L_\varphi > d$ ) (рис. 2) с ростом соотношения  $L_\varphi/d$  их различие становится все более выраженным.

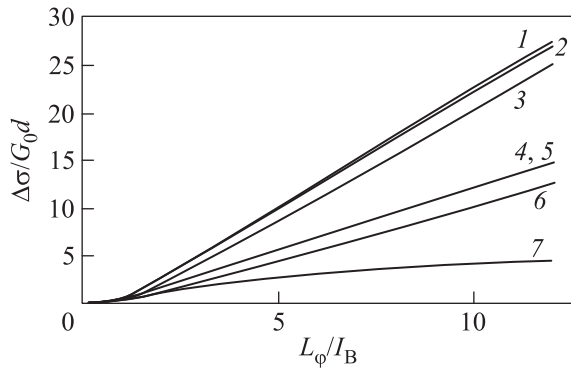


Рис. 1. Теоретические зависимости магнетопроводимости для толстых пленок ( $d > L_\varphi$ ) при разных соотношениях  $L_\varphi/d$ : 1 – 0.25 (9); 2 – 0.25 (8); 3 – 0.25 для 3D-систем (10); 4 – 0.5 (9); 5 – 0.5 (8); 6 – 0.5 для 3D-систем (10); 7 – 0.5 для 2D-систем (11)

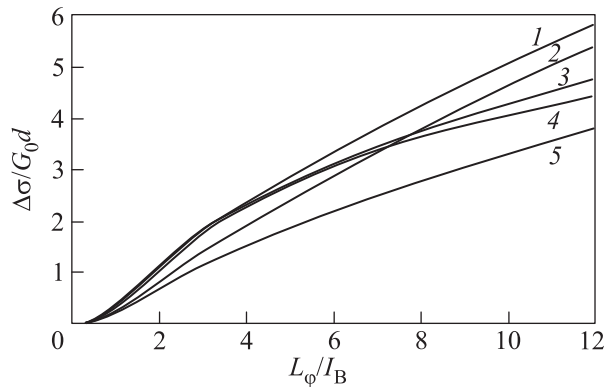


Рис. 2. Теоретические зависимости магнетопроводимости в тонких пленках ( $d < L_\varphi$ ) при разных соотношениях  $L_\varphi/d$ : 1 – 2 (8); 2 – 2 (9); 3 – 4 (8); 4 – 4 для 2D (11); 5 – 4 (9)

Как мы видим, для тонких пленок ( $l_B > d$ ) в области малых магнитных полей значения магнетопроводимости, рассчитанные по формуле (8), близки к значениям, рассчитанным по формуле для двумерной электронной системы (11). Однако с ростом магнитного поля зависимость (8) отклоняется от зависимости для двумерных электронных систем, так как начинает проявляться трехмерный вклад.

**Магнетосопротивление тонких пленок ZnO:Ga.** Полученное нами выражение (8) было использовано для аппроксимации экспериментальных кривых магнетосопротивления пленок ZnO:Ga толщиной 60 нм в диапазоне температур 4.2–27 К. Исследованные пленки ZnO, легированные Ga, были синтезированы методом химического осаждения из газовой фазы (MOCVD) на подложках из R-сапфира. Содержание легирующей примеси галлия

составляло 7.2 ат.%. По данным измерений эффекта Холла были найдены величины концентрации и подвижности электронов:  $n = 6.7 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ ,  $\mu = 38 \text{ см}^2 \cdot \text{В/с}$ . Из них было рассчитано произведение  $k_F l = 3.9$ , где  $k_F$  – квазиволновой вектор Ферми,  $l$  – длина свободного пробега. Для пленок выполнялось условие Иоффе–Регеля ( $k_F l \gg 1$ ), что позволяет применить для анализа наблюдаемого отрицательного магнетосопротивления теорию слабой локализации. На рис. 3 представлены экспе-

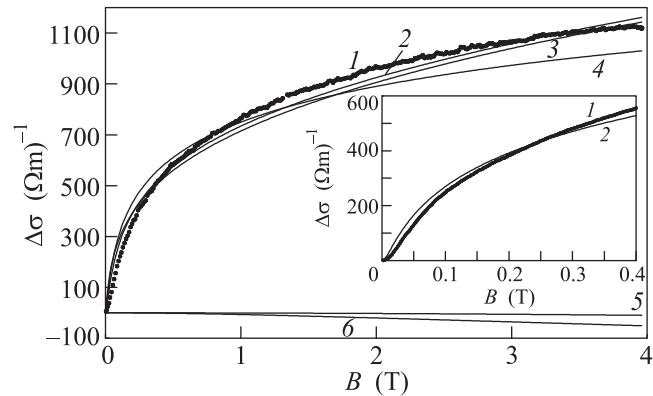


Рис. 3. Сравнение теоретических зависимостей магнетопроводимости пленки ZnO:Ga толщиной  $d = 60 \text{ нм}$  с экспериментальными данными при  $T = 4.2 \text{ К}$ : 1 – экспериментальные данные, 2 – зависимость (8) ( $L_\varphi = 187 \text{ нм}$ ), 3 – зависимость (9) ( $L_\varphi = 310 \text{ нм}$ ), 4 – зависимость (11) для 2D ( $L_\varphi = 182 \text{ нм}$ ), 5 и 6 – магнетосопротивление, рассчитанное для квантовых поправок, обусловленных электрон-электронным взаимодействием в диффузионном и куперовском канале соответственно [4, 5]. На вставке экспериментальное (кривая 1) и – рассчитанное по формуле (8) (кривая 2) магнетосопротивление в магнитных полях до 0.4 Тл

риментальная кривая магнетопроводимости пленки ZnO:Ga при температуре 4.2 К, а также результат аппроксимации магнетопроводимости выражениями (8), (9) и выражением (11) для двумерной системы. Соответствующие значения параметра  $L_\varphi$  также приведены на рисунке. Как видно, выражение (8) аппроксимирует экспериментальную зависимость значительно лучше, чем выражение (11) для двумерной системы. При этом значение параметра  $L_\varphi$  соответствует промежуточной размерности, т.е. сравнимо с толщиной пленки. Отметим, что экспериментальная кривая магнетосопротивления может быть аппроксимирована выражением (9), полученным в работе [10] для толстых пленок. Однако получающееся при этом значение  $L_\varphi = 310 \text{ нм}$  не согласуется с условием толстой пленки ( $d \gg L_\varphi$ ), для которого (9) было получено.

При низких температурах магнетосопротивление может содержать вклад от квантовых поправок, обусловленных электрон-электронным взаимодействием [3, 4]. Для исследованных пленок характерная длина  $L_T = \sqrt{\frac{\hbar D}{k_B T}} = 33$  нм при  $T = 4.2$  К, что значительно меньше толщины пленки ( $k_B$  – постоянная Больцмана). Поэтому исследованные пленки трехмерны по отношению к поправкам, обусловленным электрон-электронным взаимодействием [4, 5]. Теоретические зависимости магнетосопротивления, рассчитанные по формулам, приведенным в [4, 5], обусловленные электрон-электронным взаимодействием в диффузионном и куперовском каналах, также представлены на рис. 3. При расчете фактор Ланде для электронов проводимости был принят равным 2. Видно, что даже в максимальном магнитном поле соответствующее магнетосопротивление более чем в 10 раз меньше магнетосопротивления, обусловленного слабой локализацией. Поэтому при анализе отрицательного магнетосопротивления вклад данных поправок не учитывался.

На рис. 4 представлены экспериментальные зависимости магнетопроводимости при разных температурах

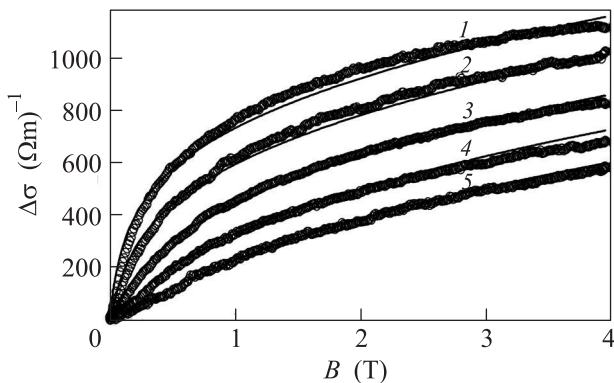


Рис. 4. Магнетопроводимость пленки ZnO:Ga при разных температурах (точки – экспериментальные данные; сплошные линии – теоретическая зависимость (8): 1 – 4.2 К ( $L_\varphi = 187$  нм), 2 – 7 К ( $L_\varphi = 132$  нм), 3 – 12 К ( $L_\varphi = 90$  нм), 4 – 18 К ( $L_\varphi = 62$  нм), 5 – 27 К ( $L_\varphi = 48$  нм)

турах и результаты их аппроксимации по формуле (8). Полученные в результате аппроксимации значения параметра  $L_\varphi$  указаны в подписи к рисунку.

Видно, что выражение (8) хорошо описывает экспериментальную магнетопроводимость как при 27 К, когда пленка является почти трехмерной, так и при более низких температурах в условиях изменения размерности пленки, связанного с увеличением магнитного поля.

В результате аппроксимации отрицательного магнетосопротивления при различных температурах была получена температурная зависимость времени релаксации фазы волновой функции электронов (рис. 5). Видно, что полученная зависимость хоро-

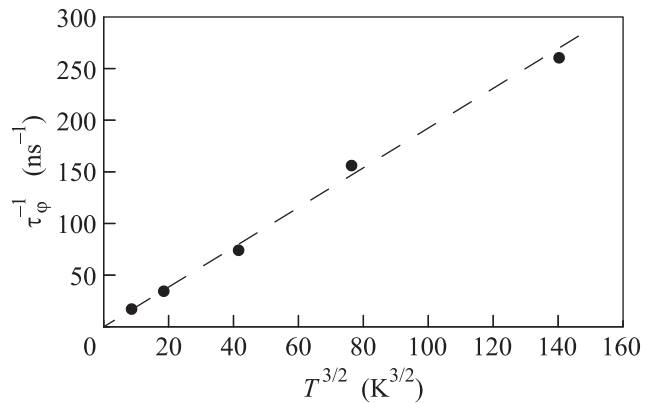


Рис. 5. Зависимость  $\tau_\varphi^{-1}$  от  $T^{3/2}$ , определенная при аппроксимации магнетосопротивления формулой (8) (точки). Штриховая линия – линейная аппроксимация

по описывается степенной функцией  $\tau_\varphi^{-1} \sim T^{3/2}$ , которая была получена для релаксации фазы волновой функции за счет электрон-электронного взаимодействия [4] и неоднократно наблюдалась экспериментально [3].

**Заключение.** Таким образом, в результате теоретического анализа нами получено выражение для магнетопроводимости, обусловленной слабой локализацией, для систем с вырожденной статистикой электронов для пленок произвольной толщины в условиях изменяющейся под действием магнитного поля и температуры размерности системы. Анализ экспериментальных зависимостей магнетосопротивления пленок ZnO:Ga при разных температурах показал, что оно описывает экспериментальные зависимости значительно лучше, чем известные из литературы выражения. Полученные в результате аппроксимации значения  $L_\varphi$  соответствуют промежуточной, изменяющейся под действием магнитного поля и температуры размерности пленок.

1. A. Kawabata, J. Phys. Soc. Jpn. **49**, 628 (1980).
2. B.L. Altshuler, D.E. Khmel'nitzkii, and A.I. Larkin, Phys. Rev. B **22**, 5142 (1980).
3. G. Bergmann, Phys. Rep. **107**, 1 (1984).
4. B.L. Altshuler and A.G. Aronov, *Modern Problems in Condensed Matter Sciences*, ed. by A.L. Efros and M. Pollak, North-Holland, Amsterdam (1985), v. 10, ch. 1, p. 1.

5. Т. А. Полянская, Ю. В. Шмарцев, ФТП **23**, 3 (1989).
6. D. Kurita, S. Ohta, K. Sugiura, H. Ohta, and K. Koumoto, J. Appl. Phys. **100**, 096105 (2006).
7. Ü. Özgür, Ya. I. Alivov, C. Liu, A. Teke, M. A. Reshchikov, S. Doğan, V. Avrutin, S.-J. Cho, and H. Morkoç, J. Appl. Phys. **98**, 041301 (2005).
8. T. Koida and M. Kondo, J. Appl. Phys. **99**, 123703 (2006).
9. B.L. Altshuler, A.G. Aronov, A.I. Larkin, and D.E. Khmel'nitzkii, JETP **54**(2), 411 (1981).
10. В. А. Волков, Письма в ЖЭТФ **36**, 394 (1982).