

Безобменные магнитоэлектрические магноны – особый класс смешанных гибридных дипольных волн

А. С. Савченко⁺, А. С. Тарасенко⁺, С. В. Тарасенко⁺¹⁾, В. Г. Шавров*

⁺Донецкий физико-технический институт им. Галкина, 83114 Донецк, Украина

*Институт радиотехники и электроники им. Котельникова РАН, 125009 Москва, Россия

Поступила в редакцию 2 марта 2016 г.

На примере слоя легкоосного антиферромагнетика с центром антисимметрии определены условия, при которых в результате интерференции магнитодипольного и электродипольного механизмов косвенного спин-спинового взаимодействия формируется ранее неизвестный класс гибридных дипольных волн – распространяющиеся безобменные магнитоэлектрические магноны и сопутствующие им спин-спиновые и спин-фононные резонансы.

DOI: 10.7868/S0370274X16080063

В последние годы ведутся интенсивные исследования в области физики электромагнитных метаматериалов [1]. Одна из наиболее важных особенностей этого класса композитных сред состоит в наличии резонансных аномалий, не характерных для динамики локально резонирующих структурных элементов, составляющих такой композитный материал. Необходимым условием возникновения подобных волновых характеристик является требование того, чтобы длина электромагнитной волны (ЭМВ), распространяющейся в композитном материале, существенно превышала как характерные размеры резонансных структурных элементов среды, так и расстояния между ними. В рамках эффективной среды уравнения связи такой композитной структуры согласно [2] могут быть представлены в виде

$$\mathbf{B} = \bar{\mu}\mathbf{H} + \bar{A}^*\mathbf{E}, \quad \mathbf{D} = \bar{\epsilon}\mathbf{E} + \bar{A}^T\mathbf{H}, \quad \bar{\mu}^T = \bar{\mu}^*, \quad \bar{\epsilon}^T = \bar{\epsilon}^*. \quad (1)$$

Здесь \mathbf{B} и \mathbf{D} – вектора магнитной и электрической индукции, \mathbf{H} и \mathbf{E} – вектора магнитного и электрического поля, верхние индексы “*” и “Т” отвечают, соответственно, комплексному сопряжению и транспонированию, а часть ненулевых компонент тензорных коэффициентов, входящих в (1), в зависимости от частоты может иметь резонансные особенности. Вместе с тем в магнонике (одном из наиболее динамически развивающихся направлений современной физики магнитных явлений) создание управляемых магнитных метаматериалов также основано на использовании системы локально резонирующих и электромагнитно связанных между собой структур-

ных элементов (спинов) [3, 4]. При этом до сих пор основное внимание традиционно уделяется анализу возможностей прежде всего магнитодипольных и обменных спиновых волн. Что же касается электродипольно активных спин-волновых возбуждений (электромагнонов) [5], то несмотря на все возрастающее число работ, выполненных в этом направлении, как правило, на основе уравнений Максвелла, в них рассматривается влияние электромагнонов на поляритонный спектр неограниченной среды, характеризующейся уравнениями связи, подобными (1) [6]. Вместе с тем изучение дисперсионных свойств смешанной гибридной ЭМВ (результата взаимодействия волн ТМ- и ТЕ-типа) в ограниченных магнитоупорядоченных средах представляет несомненный интерес с точки зрения создания управляемых внешними магнитным и электрическим полями электромагнитных метаматериалов. Даже при отсутствии в композитном материале магнитодипольно и (или) электродипольно активных возбуждений в нем принципиально возможно формирование подобной ЭМВ [7]. В частности, если слоистую среду рассматривать как одномерную модель композитного материала, то в роли механизма, ответственного за формирование смешанных гибридных ЭМВ для заданной ориентации сагиттальной плоскости, может выступать как межслоевая [7, 8], так и внутрислоевая [9] электромагнитная связь парциальных колебаний ТМ- и ТЕ-типа. Наличие магнитодипольно и (или) электродипольно активных возбуждений делает возможным появление в композитной среде не только быстрых, но и медленных объемных ЭМВ, дисперсионные свойства которых в кулоновском пределе совместно с макс-

¹⁾e-mail: s.v.tarasenko@mail.ru

велловскими внутри- и (или) межслоевыми (в частности, поверхностными) граничными условиями [10] могут быть описаны системой магнитоэлектрических:

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = 0, \quad (2)$$

и электростатических:

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = 0. \quad (3)$$

уравнений. Что касается взаимодействия медленных ЭМВ ТМ- и ТЕ-типа, т.е. существования медленных смешанных гибридных ЭМВ (в дальнейшем будем называть их гибридными дипольными волнами), то из (1)–(3) следует, что их формирования можно ожидать в таких диэлектрических средах, которые уже в кулоновском пределе, во-первых, характеризуются резонансным откликом на магнитное и (или) электрическое переменное внешнее поле, а во-вторых, обладают таким внутри- или межслоевым (включая и поверхностное) взаимодействием, которое обеспечивает связь между волнами магнитоэлектрического (2) и электростатического (3) типов. В случае однофазной среды подобная структура уравнений связи с существенными значениями компонент тензора магнитоэлектрического (МЭ) взаимодействия $\bar{\bar{A}}$ характерна, в частности, для тех антиферромагнетиков (АФМ), спиновая структура которых допускает существование линейного однородного МЭ-эффекта. В результате не только статические, но и динамические свойства таких сред характеризуются целым рядом аномалий [11, 12]. Однако несмотря на все увеличивающееся число работ в этой области [13–15], до сих пор оставался в стороне вопрос о возможности формирования в случае (1)–(3) смешанных дипольных волн, дисперсионные свойства которых являются результатом гибридизации магнитоэлектрического и электростатического полей, при учете конечных размеров реального образца (например, слоя с нормалью к поверхности \mathbf{q}). Пусть имеется сагиттальная плоскость с вектором нормали \mathbf{a} ($\mathbf{a} \perp \mathbf{q}$), а тензоры магнитной и диэлектрической проницаемостей в (1) имеют структуру

$$\bar{\bar{\mu}} = \mu_1(\mathbf{b} \otimes \mathbf{b} + \mathbf{q} \otimes \mathbf{q}) + \mu_2(\mathbf{b} \otimes \mathbf{q} - \mathbf{q} \otimes \mathbf{b}) + \mu_3 \mathbf{a} \otimes \mathbf{a},$$

$$\bar{\bar{\epsilon}} = \epsilon_1(\mathbf{b} \otimes \mathbf{b} + \mathbf{q} \otimes \mathbf{q}) + \epsilon_2(\mathbf{b} \otimes \mathbf{q} - \mathbf{q} \otimes \mathbf{b}) + \epsilon_3 \mathbf{a} \otimes \mathbf{a}, \quad (4)$$

где $\mathbf{b} = [\mathbf{a}\mathbf{q}]$, а μ_{1-3} и ϵ_{1-3} – некоторые скалярные величины. В этом случае из (1)–(4) следует, что для такой сагиттальной плоскости невозможно формирование и распространение объемных дипольных волн ни магнитоэлектрического, ни электростатического типа. Это связано с независимостью указанных механизмов косвенного спин-спинового взаимодействия от

ориентации волнового вектора в выбранной плоскости падения²⁾. Вместе с тем если одновременно с (4) входящий в (1) тензор магнитоэлектрической проницаемости $\bar{\bar{A}}$ обладает анизотропией, то даже в однофазной среде можно ожидать магнитоэлектрического механизма формирования нового класса объемных смешанных гибридных дипольных волн. Однако до сих пор этот вопрос не обсуждался.

В данной работе на примере слоя однофазного магнитоэлектрика впервые показано, что интерференция магнитодипольного и электродипольного механизмов косвенного спин-спинового взаимодействия может приводить к формированию нового класса распространяющихся гибридных дипольных волн: безобменных объемных МЭ-магнонов и сопутствующих им резонансных аномалий.

Определим, при каких условиях даже в случае (4) входящий в уравнения связи (1) тензор магнитоэлектрической проницаемости $\bar{\bar{A}}$ делает принципиально возможным формирование гибридных дипольных волн. С этой целью, следуя [16], разложим указанный аксиальный тензор второго ранга на неприводимые составляющие относительно полной группы трехмерных вращений, т.е. представим его в виде следующей суммы трех тензоров второго ранга:

$$\bar{\bar{A}} = \frac{\operatorname{tr} \bar{\bar{A}}}{3} \bar{\bar{I}} + \bar{\bar{P}} + \bar{\bar{Q}}, \quad (5)$$

где $\bar{\bar{I}}$ – единичный тензор, $\bar{\bar{P}} = (\bar{\bar{M}} + \bar{\bar{M}}^T)/2$ – симметрический тензор со следом, равным нулю, $\bar{\bar{Q}} = (\bar{\bar{M}} - \bar{\bar{M}}^T)/2$ – антисимметрический тензор, $\bar{\bar{M}} = \bar{\bar{A}} - (\operatorname{tr} \bar{\bar{A}}/3) \bar{\bar{I}}$.

Так как в данной работе нас интересует гибридная ЭМВ в кулоновском пределе, в (1)–(3) удобно перейти от векторов магнитного и электрического поля к их потенциалам с помощью соотношений $\mathbf{H} = -\nabla\varphi$, $\mathbf{E} = -\nabla\psi$. В этом случае с учетом (5) можно сделать вывод о том, что даже в магнитоэлектрике с тензорами магнитной и диэлектрической проницаемостей, подобными (4), вырождение по направлению между связанными между собой электростатическим и магнитоэлектрическим полями может сниматься. Для этого необходимо, чтобы входящий в (1) тензор магнитоэлектрической проницаемости $\bar{\bar{A}}$ содержал симметрический тензор со следом, равным нулю ($\bar{\bar{P}}$). Представим волновой вектор \mathbf{k} , лежащий в заданной сагиттальной плоскости с нормалью вдоль \mathbf{a} , как $\mathbf{k} = k_{\perp} \mathbf{b} + \eta \mathbf{q}$ (где \mathbf{q} – единичный вектор нормали к поверхности раздела, \mathbf{b} – единичный вектор

²⁾ Возможность связывания колебаний магнитоэлектрического и электростатического типов за счет граничных условий в данной работе не рассматривается.

вдоль линии пересечения сагиттальной плоскости и границы раздела сред [17]). Тогда указанное выше условие приводит к следующей структуре тензора \bar{P} из (5):

$$\bar{P} = p_1(\mathbf{b} \otimes \mathbf{b} - \mathbf{q} \otimes \mathbf{q}) + p_2(\mathbf{b} \otimes \mathbf{q} + \mathbf{q} \otimes \mathbf{b}), \quad (6)$$

где $p_{1,2}$ – некоторые скалярные величины.

В качестве более конкретного примера среды, у которой структура тензора МЭ-проницаемости \bar{A} удовлетворяет критерию (6), рассмотрим двухподрешеточную ($\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2$ – намагниченности подрешеток, $|\mathbf{M}_1| = |\mathbf{M}_2| = M_0$) модель легкоосного (ось Oz) обменно-коллинеарного АФМ с магнитной структурой $4z^-2d^-I^-$. Соответствующая плотность термодинамического потенциала с учетом магнитоэлектрического взаимодействия может быть представлена в виде [18]

$$F = F_m + F_{me} + F_p, \quad (7)$$

$$F_m = \frac{\delta}{2} \mathbf{m}^2 + \frac{b}{2} (l_x^2 + l_y^2) - \mathbf{m} \mathbf{H},$$

$$F_{me} = -[\gamma_1 m_z (l_x P_y + l_y P_x) + \gamma_2 P_z (m_x l_y + m_y l_x) + \gamma_3 l_z (m_x P_y + m_y P_x)],$$

$$F_p = \frac{1}{2} \kappa_{\parallel}^{-1} P_z^2 + \frac{1}{2} \kappa_{\perp}^{-1} (P_x^2 + P_y^2) - \mathbf{P} \mathbf{E},$$

$$\mathbf{m} = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2, \quad \mathbf{l} = \mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2,$$

где δ и b – константы однородного обмена и магнитной анизотропии соответственно, \mathbf{E} и \mathbf{H} – электрическое и магнитное поля, γ_{1-3} – комбинации магнитоэлектрических констант, \mathbf{P} – вектор электрической поляризации, $\kappa_{\perp}, \kappa_{\parallel}$ – электрические восприимчивости (в дальнейшем полагаем $\kappa_{\perp} = \kappa_{\parallel}$). Будем полагать, что собственные колебания в электрической подсистеме кристалла являются быстрыми по сравнению с собственными колебаниями спиновой подсистемы АФМ. В рамках феноменологической теории динамические свойства исследуемой модели МЭ-кристалла описываются системой дифференциальных уравнений, включающей в себя, помимо уравнений Максвелла в кулоновском пределе (1)–(2), также и уравнения Ландау–Лифшица для векторов \mathbf{m} и \mathbf{l} . Рассмотрим случай легкоосной фазы, когда $b > 0$, а в равновесном состоянии одновременно $|\mathbf{P}_0| = |\mathbf{M}_0| = 0, \mathbf{l}_0 \parallel Oz$ [18]. Если ограничиться диапазоном частот $\omega^2 \ll \omega_e^2$, где ω_e – частота собственных колебаний вектора электрической поляризации \mathbf{P} , то электромагнитные свойства рассматриваемой антиферромагнитной среды в линейном по амплитуде малых колебаний приближении будут определяться следующими материальными соотношениями:

$$B_x = \mu_{\perp} H_x + \gamma E_y, \quad B_y = \mu_{\perp} H_y + \gamma E_x, \quad B_z = \mu_{\parallel} H_z,$$

$$D_x = \varepsilon_{\perp} E_x + \gamma H_y, \quad D_y = \varepsilon_{\perp} E_y + \gamma H_x, \quad D_z = \varepsilon_{\parallel} H_z. \quad (8)$$

Здесь ненулевые компоненты тензоров магнитной (μ_{\perp}), диэлектрической (ε_{\perp}), магнитоэлектрической (γ) проницаемостей в явном виде могут быть представлены следующим образом [18]:

$$\begin{cases} \mu_{\perp} = \frac{\omega_{\mu}^2 - \omega^2}{\bar{\omega}_0^2 - \omega^2}; \quad \varepsilon_{\perp} = \varepsilon_0 \frac{\omega_{\varepsilon}^2 - \omega^2}{\bar{\omega}_0^2 - \omega^2}; \\ \gamma \equiv \frac{\gamma_0 \omega_0^2}{\bar{\omega}_0^2 - \omega^2}; \quad \mu_{zz} \equiv 1; \quad \omega_{\varepsilon}^2 \equiv \omega_0^2 \left(1 - \frac{\zeta_{\perp}}{\varepsilon_0}\right); \\ \bar{\omega}_0^2 \equiv \omega_0^2 (1 - \zeta_{\perp}); \quad \omega_{\mu}^2 \equiv \omega_0^2 (1 - \zeta_{\perp} + 4\pi\chi_{\perp}); \\ \varepsilon_{\parallel} = \varepsilon_0; \quad \gamma_0 \equiv 4\pi\sqrt{\kappa_{\perp}\zeta_{\perp}\chi_{\perp}}; \end{cases} \quad (9)$$

где $\omega_0^2 = 4\delta b(gM_0)^2$, $\zeta_{\perp} = 4\gamma_3^2 M_0^2 \chi_{\perp} \kappa_{\perp}$, $\chi_{\perp}^{-1} = \delta$, $\varepsilon_0 = 1 + 4\pi\kappa_{\perp}$. В (7) $\omega_{\mu} > \omega_{\varepsilon}$, если $\gamma_3 < \gamma_c \equiv \sqrt{\varepsilon_0}/(2M_0\kappa_{\perp})$, тогда как для $\gamma_3 > \gamma_c$ имеет место $\omega_{\mu} < \omega_{\varepsilon}$.

Так как целью данной работы является изучение спиновой динамики магнитоэлектрической АФМ-пластины толщиной $2d$ с нормалью к поверхности слоя \mathbf{q} ($\mathbf{q} \parallel [100]$) и сагиттальной плоскостью (xy), система динамических уравнений (2), (3):

$$\begin{cases} \mu_{\perp} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right) + \mu_{\parallel} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + 2\gamma \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} = 0, \\ \varepsilon_{\perp} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) + \varepsilon_{\parallel} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + 2\gamma \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} = 0, \end{cases} \quad (10)$$

должна быть дополнена соответствующими электродинамическими граничными условиями. Для наглядности и простоты расчетов для выбранной структуры линейного магнитоэлектрического взаимодействия будем полагать, что на обеих поверхностях рассматриваемого АФМ-слоя $x = \pm d$ с нормалью $\mathbf{q} \parallel [100]$ выполнена следующая система граничных условий [19]:

$$\psi = 0, \quad \mathbf{B} \mathbf{q} = 0. \quad (11)$$

Расчет показывает, что в этом случае при произвольной ориентации волнового вектора $\mathbf{k}_{\perp} = \{k_y, k_z\}$ в плоскости АФМ-слоя с $\mathbf{q} \parallel Oz$ характеристическое уравнение для краевой задачи (10), (11) можно представить в виде

$$\begin{aligned} & [\mu_{\perp} (\eta^2 + k_{\perp}^2 \sin^2 \vartheta) + \mu_{\parallel} k_{\perp}^2 \cos^2 \vartheta] \times \\ & \times [\varepsilon_{\perp} (\eta^2 + k_{\perp}^2 \sin^2 \vartheta) + \varepsilon_{\parallel} k_{\perp}^2 \cos^2 \vartheta] - \\ & - \gamma^2 \cdot 4\eta^2 k_{\perp}^2 \sin^2 \vartheta = 0, \\ & \text{tg } \vartheta \equiv k_y/k_z, \quad \mathbf{k} = \{\eta, k_y, k_z\}. \end{aligned} \quad (12)$$

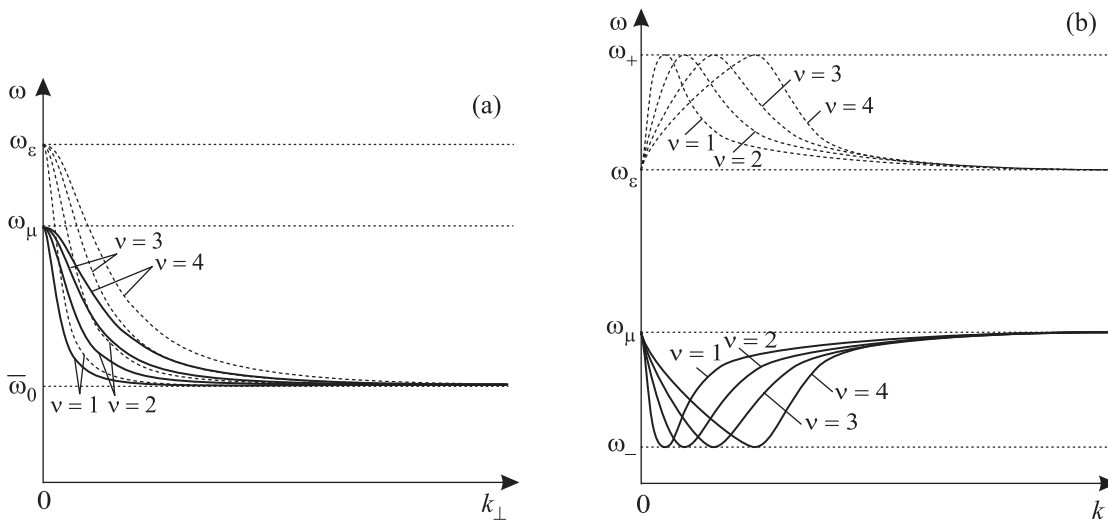


Рис. 1. Структура спектра объемных МЭ дипольных магнонов (17), (18) в зависимости от выбора сагиттальной плоскости (угла ориентации волнового вектора k_{\perp} : $\text{tg } \vartheta = k_y/k_z$) для слоя легкоосного АФМ ($\mathbf{I}_0 \parallel Oz$) с центром антисимметрии (7)–(9), нормалью к поверхности $\mathbf{q} \parallel Oz$ и граничными условиями (11): $\vartheta = 0$ (а), $\pi/2$ (б)

Это означает, что пространственное распределение поля как электростатического, так и магнитоэлектрического потенциала в рассматриваемом ограниченном АФМ отвечает двухпарциальной волне и выбранной геометрии распространения и имеет вид ($\tau \equiv \mathbf{k}_{\perp}/|\mathbf{k}_{\perp}|$, \mathbf{r}_{\perp} – радиус-вектор плоскости пластины)

$$\psi = \sum_{i=1}^2 (A_i \cos \eta_i x + B_i \sin \eta_i x) \exp[i(k_{\perp} \tau \mathbf{r}_{\perp} - \omega t)];$$

$$\varphi = \sum_{i=1}^2 (-A_i \Delta_i \sin \eta_i x + B_i \Delta_i \cos \eta_i x) \exp[i(k_{\perp} \tau \mathbf{r}_{\perp} - \omega t)];$$

$$\Delta_i \equiv \frac{\eta_i k_{\perp}}{\eta_i^2 + k_{\perp}^2}. \quad (13)$$

Таким образом, с учетом магнитоэлектрического взаимодействия $\gamma_0 \neq 0$ спектр безобменных объемных спиновых колебаний, распространяющихся вдоль рассматриваемого АФМ-слоя (9)–(11), при любом ϑ определяется соотношениями вида

$$\left\{ \omega_{\mu\infty}^2(\vartheta) + [\omega_{\mu}^2 - \omega_{\mu\infty}^2(\vartheta)] \frac{\kappa_{\nu}^2}{\kappa_{\nu}^2 + k_{\perp}^2} - \omega^2 \right\} \times$$

$$\times \left\{ \omega_{\varepsilon}^2(\vartheta) + [\omega_{\varepsilon}^2 - \omega_{\varepsilon\infty}^2(\vartheta)] \frac{\kappa_{\nu}^2}{\kappa_{\nu}^2 + k_{\perp}^2} - \omega^2 \right\} -$$

$$- \omega_T^4 \frac{4k_{\perp}^2 \kappa_{\nu}^2}{(\kappa_{\nu}^2 + k_{\perp}^2)^2} \sin^2 \vartheta = 0,$$

$$\omega_T^4 \equiv \frac{(\gamma_0 \omega_0^2)^2}{\varepsilon_0}, \quad \kappa_{\nu} \equiv \pi \nu / d, \quad \nu = 1, 2, \dots, \quad (14)$$

$$\omega_{\varepsilon\infty}^2(\vartheta) \equiv \omega_{\varepsilon}^2 \sin^2 \vartheta + \bar{\omega}_0^2 \cos^2 \vartheta,$$

$$\omega_{\mu\infty}^2(\vartheta) \equiv \omega_{\mu}^2 \sin^2 \vartheta + \bar{\omega}_0^2 \cos^2 \vartheta.$$

Характер изменения структуры магнонного спектра (14) в зависимости от направления распространения волны в плоскости слоя (угла ϑ) представлен на рис. 1 и 2.

Совместный анализ (7)–(9) и (14) показывает, что в пределе $\gamma_0 \rightarrow 0$ (пренебрежение магнитоэлектрическим взаимодействием, что отвечает пластине центросимметричного АФМ) формирование распространяющихся объемных ($\eta^2 > 0$) безобменных спиновых волн за счет магнитодипольного механизма косвенного спин-спинового взаимодействия в рассматриваемом АФМ-слое возможно практически при любом ϑ за исключением $\vartheta = \pi/2$ [20].

Вследствие влияния МЭ-взаимодействия спектр объемных дипольных магнонов, отвечающий (14), является двухзонным, $\Omega_{\pm\nu}(k_{\perp})$ ($\Omega_{+\nu}(k_{\perp}) > \Omega_{-\nu}(k_{\perp})$), и существенно зависит как от величины волнового числа k_{\perp} , так и от направления распространения объемной дипольной волны в плоскости слоя (угла ϑ). При этом он характеризуется двумя длинноволновыми ($\Omega_{\pm\nu}(k_{\perp} \rightarrow 0)$) и двумя коротковолновыми ($\Omega_{\pm\nu}(k_{\perp} \rightarrow \infty)$) точками сгущения. Если в дальнейшем ограничиться анализом частного случая, когда параметры исследуемой АФМ-среды таковы, что $\gamma_3 > \gamma_c$, а значит,

$$\omega_{\varepsilon} > \omega_{\mu}, \quad (15)$$

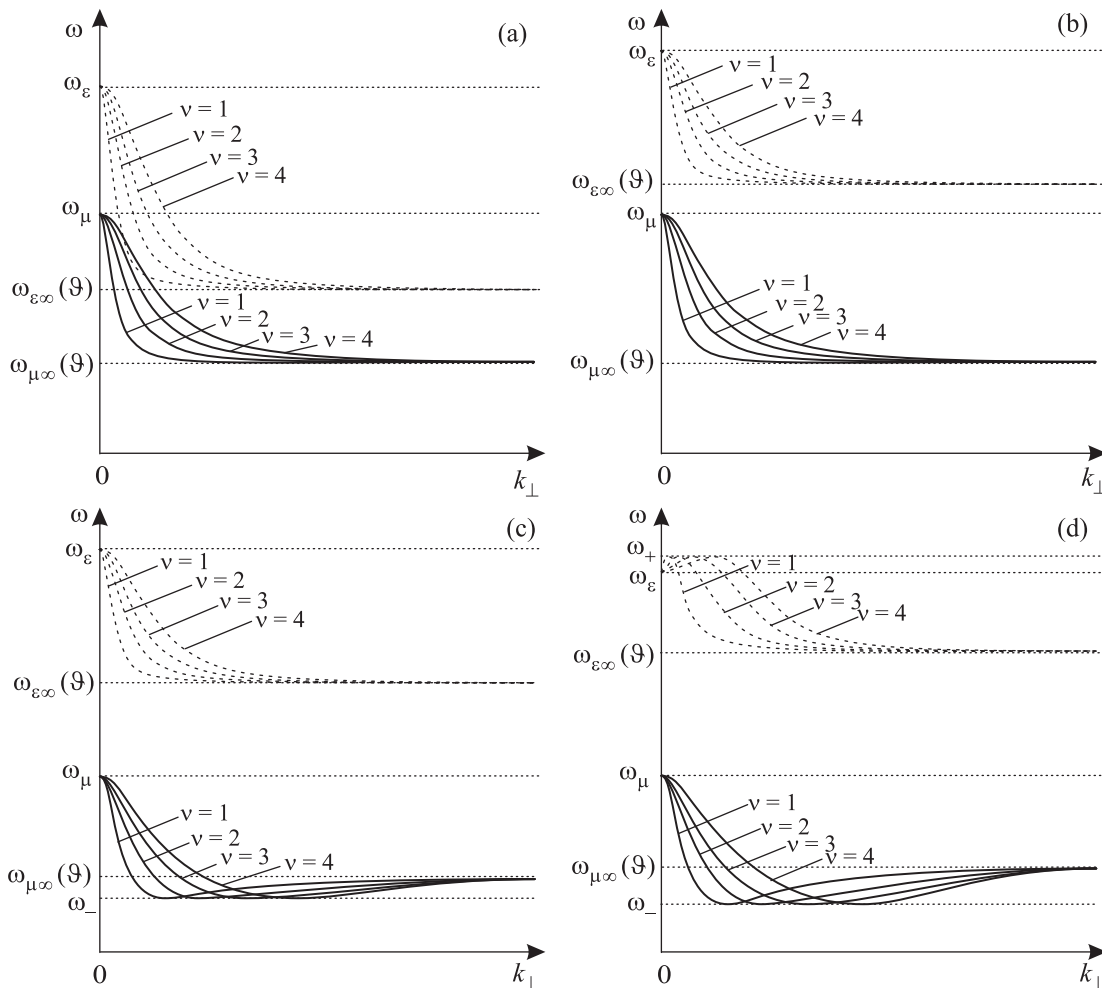


Рис. 2. Азимутальная зависимость структуры спектра объемных МЭ дипольных магнов (14), (15), (24) от угла ориентации волнового вектора k_{\perp} ($\operatorname{tg} \vartheta = k_y/k_z$) в плоскости слоя легкоосного АФМ ($\mathbf{l}_0 \parallel Oz$) с центром антисимметрии (7)–(9), нормалью к поверхности $\mathbf{q} \parallel Ox$ и граничными условиями (11): $0 < \vartheta < \vartheta_*$ (а), $\vartheta_* < \vartheta < \vartheta_-$ (б), $\vartheta_- < \vartheta < \vartheta_+$ (с), $\vartheta_+ < \vartheta < \pi/2$ (д)

то из (14) получим

$$\Omega_{+\nu}(k_{\perp} = 0) = \omega_{\varepsilon}, \quad \Omega_{-\nu}(k_{\perp} = 0) = \omega_{\mu},$$

$$\Omega_{+\nu}(k_{\perp} \rightarrow \infty) = \omega_{\varepsilon\infty}(\vartheta), \quad \Omega_{-\nu}(k_{\perp} \rightarrow \infty) = \omega_{\mu\infty}(\vartheta). \quad (16)$$

Начнем анализ дисперсионных соотношений (14) с рассмотрения следующих двух принципиально различных частных случаев ориентации сагиттальной плоскости:

$$\left[\bar{\omega}_0^2 + (\omega_{\mu}^2 - \bar{\omega}_0^2) \frac{\kappa_{\nu}^2}{\kappa_{\nu}^2 + k_{\perp}^2} - \omega^2 \right] \times \\ \times \left[\bar{\omega}_0^2 + (\omega_{\varepsilon}^2 - \bar{\omega}_0^2) \frac{\kappa_{\nu}^2}{\kappa_{\nu}^2 + k_{\perp}^2} - \omega^2 \right] = 0, \quad \vartheta = 0 \quad (\mathbf{k} \in xz), \quad (17)$$

$$[\omega_{\varepsilon}^2 - \omega^2][\omega_{\nu}^2 - \omega^2] - \omega_T^4 \frac{4\kappa_{\nu}^2 k_{\perp}^2}{(\kappa_{\nu}^2 + k_{\perp}^2)^2} \cong 0, \quad \vartheta = \pi/2 \quad (\mathbf{k} \in xy). \quad (18)$$

Анализ соотношений (17) показывает, что вследствие влияния МЭ-взаимодействия спектр распространяющихся вдоль рассматриваемого АФМ-слоя безобменных объемных спиновых волн даже в случае $\mathbf{k} \in xz$ не только является двухзонным, $\Omega_{\pm\nu}(k_{\perp})$ ($\Omega_{+\nu}(k_{\perp}) > \Omega_{-\nu}(k_{\perp})$), но и факторизуется, причем зоны частично совмещены друг с другом (см. рис. 1а). Их спектры, соответственно, определяются равенством нулю первой (для $\Omega_{-\nu}(k_{\perp})$) или второй (для $\Omega_{+\nu}(k_{\perp})$) скобки в (17). В результате в данной геометрии имеет место независимое распространение двух типов объемных дипольных волн. Один из них ($\omega = \Omega_{+\nu}(k_{\perp})$) с учетом (13)–(15), (17) удовлетворяет уравнениям магнитостатики (2) и соответству-

ющим граничным условиям на магнитоэлектрический потенциал φ в (11). Что касается $\omega = \Omega_{-\nu}(k_{\perp})$, то в соответствии с (13)–(15), (17) эти объемные дипольные волны удовлетворяют уравнениям электростатики (3), тогда как соответствующий им электростатический потенциал ψ обращается в нуль на обеих поверхностях слоя (11). Таким образом, в рассматриваемой геометрии (при $\mathbf{k} \in xz$) имеет место независимое распространение вдоль МЭ-слоя объемных дипольных волн ТМ- (при $\omega = \Omega_{+\nu}(k_{\perp})$) и ТЕ- (при $\omega = \Omega_{-\nu}(k_{\perp})$) типов. Из (17) следует, что при любом $k_{\perp} \neq 0$ формирующиеся в случае $\mathbf{k} \in xz$ объемные дипольные волны $\Omega_{\pm\nu}(k_{\perp})$ являются волнами обратного типа ($k_{\perp} \partial \Omega_{\pm\nu}(k_{\perp}) / \partial k_{\perp} < 0$). Вследствие принятого условия $\kappa_{\perp} = \kappa_{\parallel}$ спектры $\Omega_{\pm\nu}(k_{\perp})$ имеют общую коротковолновую (формально при $k_{\perp} \rightarrow \infty$) точку сгущения ($\omega_{\varepsilon\infty}(\vartheta = 0) = \omega_{\mu\infty}(\vartheta = 0) = \bar{\omega}_0$), тогда как длинноволновая (формально при $k_{\perp} \rightarrow 0$) точка сгущения спектра (17) у них разная: $\omega = \omega_{\varepsilon}$ для $\Omega_{+\nu}(0)$ и $\omega = \omega_{\mu}$ для $\Omega_{-\nu}(0)$. Моды спектра объемных дипольных волн (17) с разными номерами ν и ρ , принадлежащие одной зоне, при любом $k_{\perp} \neq 0$ не пересекаются между собой. Однако из (17) следует, что при $\bar{\omega} < \omega < \omega_{\mu}$ и $k_{\perp} \neq 0$ в принципе возможно формирование точек вырождения между модами ТМ- и ТЕ-типа спектра объемных дипольных волн. Соответствующие $k_{\perp} \neq 0$ с учетом (17) определяются из условия

$$\Omega_{+\nu}(k_{\perp}) = \Omega_{-\rho}(k_{\perp}), \quad \rho \neq \nu, \quad \rho = 1, 2, \dots, \nu = 1, 2, \dots \quad (19)$$

В пределе $\gamma_0 \rightarrow 0$ (17) совпадает со спектром безобменных объемных ($\eta^2 > 0$) магнитоэлектрических спиновых волн, распространяющихся при $\mathbf{k} \in xz$ вдоль слоя centrosymmetrically compensated легкого АФМ (7) [20].

Качественно иной характер носит динамика объемных дипольных волн при $\vartheta = \pi/2$ ($\mathbf{k} \in xy$). В этом случае соотношения (13), (15), (18) характеризуют спектр ранее не известного типа распространяющихся объемных дипольных волн. Он представляет собой результат взаимодействия дипольных волн ТМ- и ТЕ-типа. Его формирование в АФМ-слое обусловлено наличием линейного магнитоэлектрического взаимодействия, удовлетворяющего критерию (6). Проводя сравнение с (17), определяемый (18) новый тип объемных гибридных дипольных волн можно назвать безобменными магнитоэлектрическими магнонами, поскольку, как следует из (18), он обладает дисперсией только при $\gamma_0 \neq 0$ (т.е. только при учете магнитоэлектрического механизма косвенного спин-спинового взаимодействия в рассматриваемом огра-

ниченном АФМ (7)–(11)). Анализ (18) показывает, что, так же как и в случае (17), соответствующий спектр данного типа гибридных дипольных волн является двухзонным. Введем с помощью соотношения

$$[\omega_{+}^2 - \omega^2][\omega_{-}^2 - \omega^2] \equiv [\omega_{\varepsilon}^2 - \omega^2][\omega_{\mu}^2 - \omega^2] - \omega_T^4 = 0 \quad (20)$$

характерные частоты ω_{\pm} при любом номере моды $\nu = 1, 2, \dots$, отвечающие экстремумам дисперсионных кривых $\Omega_{\pm\nu}(k_{\perp})$, описываемых (18). В результате частотные интервалы, в которых располагаются на плоскости внешних параметров $\omega - k_{\perp}$ дисперсионные кривые $\Omega_{\pm\nu}(k_{\perp})$ ($\Omega_{+\nu}(k_{\perp}) > \Omega_{-\nu}(k_{\perp})$) двухзонного спектра объемных гибридных дипольных волн (18), с учетом (15) определяются условиями

$$\omega_{+} > \Omega_{+\nu}(k_{\perp}) > \omega_{\varepsilon}, \quad \omega_{\mu} > \Omega_{-\nu}(k_{\perp}) > \omega_{-}, \quad \nu = 1, 2, \dots \quad (21)$$

При этом, в отличие от рассмотренного выше для $\mathbf{k} \in xz$ спектра объемных дипольных волн ТМ- и ТЕ-типа (17), зоны в спектре объемных магнитоэлектрических дипольных волн (18) не совпадают друг с другом даже частично. В частном случае $|\omega_{\varepsilon}^2 - \omega_{\mu}^2| \gg \omega_T^2$ из (18) получаем ($\nu = 1, 2, \dots$)

$$\begin{aligned} \Omega_{+\nu}^2(k_{\perp}) &\cong \omega_{\varepsilon}^2 + \frac{\omega_T^4}{|\omega_{\varepsilon}^2 - \omega_{\mu}^2|} \frac{4\kappa_{\nu}^2 k_{\perp}^2}{(\kappa_{\nu}^2 + k_{\perp}^2)^2}; \\ \Omega_{-\nu}^2(k_{\perp}) &\cong \omega_{\mu}^2 - \frac{\omega_T^4}{|\omega_{\varepsilon}^2 - \omega_{\mu}^2|} \frac{4\kappa_{\nu}^2 k_{\perp}^2}{(\kappa_{\nu}^2 + k_{\perp}^2)^2}. \end{aligned} \quad (22)$$

Анализ показывает, что и в случае магнитоэлектрических объемных магнонов определяемые (18)–(22) дисперсионные кривые $\Omega_{+\nu}(k_{\perp})$, $\Omega_{-\nu}(k_{\perp})$ обладают как длинноволновой, так и коротковолновой точками сгущения спектра. Однако теперь, в отличие от спектра (17), для данной зоны длинноволновая и коротковолновая точки сгущения спектра вырождены по частоте (с учетом (15) $\omega = \omega_{\varepsilon} = \omega_{\varepsilon\infty}$ для $\Omega_{+\nu}(k_{\perp})$ и $\omega = \omega_{\mu} = \omega_{\mu\infty}$ для $\Omega_{-\nu}(k_{\perp})$). При этом для любого заданного номера моды ν спектр объемной дипольной МЭ-волны, определяемой (15), (18), (21), (22) как $\Omega_{-\nu}(k_{\perp})$, при $k_{\perp} = k_{\nu-}$ имеет минимум ($\Omega_{-\nu}(k_{\nu-}) = \omega_{-}$). Что же касается спектра объемной дипольной МЭ-волны, определяемой (15), (18), (21), (22) как $\Omega_{+\nu}(k_{\perp})$, то она для любого заданного номера моды ν при $k_{\perp} = k_{\nu+}$ обладает максимумом ($\Omega_{+\nu}(k_{\nu+}) = \omega_{+}$). Участки дисперсионной кривой (18), (22), ограниченные этими точками экстремума и точками сгущения спектра, в зависимости от зоны и величины k_{\perp} будут отвечать волне либо прямого ($k_{\perp} \partial \omega / \partial k_{\perp} > 0$), либо обратного ($k_{\perp} \partial \omega / \partial k_{\perp} < 0$) типа (см. рис. 1b). В частности, для $\omega = \Omega_{+\nu}(k_{\perp})$ волны прямого типа отвечают $k_{\perp} < k_{\nu+}$, тогда как

для $\omega = \Omega_{-\nu}(k_{\perp})$ при $k_{\perp} < k_{\nu-}$ соответствующие дисперсионные кривые отвечают волнам обратного типа. Кроме того, для любой пары мод с заданными номерами ν и ρ , принадлежащих одной зоне спектра (18), (22), при $k_{\perp} \neq 0$ всегда существует точка вырождения спектра:

$$\Omega_{+\nu}(k_{\perp}) = \Omega_{+\rho}(k_{\perp}), \quad \Omega_{-\nu}(k_{\perp}) = \Omega_{-\rho}(k_{\perp}),$$

$$\rho = 1, 2, \dots, \quad \nu = 1, 2, \dots, \quad (23)$$

причем одна из пересекающихся в (23) мод обязательно отвечает волне прямого типа, а другая – волне обратного типа. Отметим, что в рамках рассматриваемого безобменного предела число как точек экстремума, так и точек вырождения в спектре обсуждаемых спин-волновых возбуждений (18), (22) образует бесконечное счетное множество. Следует также подчеркнуть, что для спектра МЭ гибридных волн, отвечающих (18), (22), формирование точек вырождения спектра, аналогичное случаю (17), (19), невозможно.

Изучим взаимную трансформацию спектра объемных дипольных волн, отвечающих (17) и (18), в зависимости от ориентации сагиттальной плоскости в МЭ-слое (8)–(16). Так как $\text{tg } \vartheta \equiv k_y/k_z$ и $\pi/2 > \vartheta > 0$, расчет показывает, что для $\omega_{\varepsilon}^2 - \omega_{\mu}^2 \gg \omega_T^2$ спектр объемных дипольных магнонов (14), распространяющихся в рассматриваемом магнитоэлектрическом слое, приближенно может быть представлен в виде ($\nu = 1, 2, \dots$)

$$\begin{aligned} \Omega_{+\nu}^2(k_{\perp}, \vartheta) &\cong \\ &\cong \bar{\omega}_0^2 + \left[\omega_{\varepsilon}^2 - \bar{\omega}_0^2 + \frac{\omega_T^4}{\omega_{\varepsilon}^2 - \omega_{\mu}^2} \frac{4\kappa_{\nu}^2 k_{\perp}^2 \sin^2 \vartheta}{(\kappa_{\nu}^2 + k_{\perp}^2 \sin^2 \vartheta)^2} \right] \times \\ &\quad \times \left[1 - \frac{k_{\perp}^2}{\kappa_{\nu}^2 + k_{\perp}^2} \cos^2 \vartheta \right]; \quad (24) \\ \Omega_{-\nu}^2(k_{\perp}, \vartheta) &\cong \\ &\cong \bar{\omega}_0^2 + \left[\omega_{\mu}^2 - \bar{\omega}_0^2 - \frac{\omega_T^4}{\omega_{\varepsilon}^2 - \omega_{\mu}^2} \frac{4\kappa_{\nu}^2 k_{\perp}^2 \sin^2 \vartheta}{(\kappa_{\nu}^2 + k_{\perp}^2 \sin^2 \vartheta)^2} \right] \times \\ &\quad \times \left[1 - \frac{k_{\perp}^2}{\kappa_{\nu}^2 + k_{\perp}^2} \cos^2 \vartheta \right]. \end{aligned}$$

Таким образом, при $\vartheta \neq 0$ спектр объемных дипольных волн (14) уже не факторизуется, однако, так же как и при $\mathbf{k} \in xz$ ($\vartheta = 0$), возможно частичное перекрытие зон объемных дипольных волн теперь уже квазиТМ- ($\Omega_{+\nu}(k_{\perp})$) и квазиТЕ- ($\Omega_{-\nu}(k_{\perp})$) типа. Этот эффект сохраняется в интервале углов $0 < \vartheta < \vartheta_*$, где

$$\text{tg}^2 \vartheta_* \equiv \frac{\omega_{\mu}^2 - \bar{\omega}_0^2}{\omega_{\varepsilon}^2 - \omega_{\mu}^2}. \quad (25)$$

По мере роста ϑ ($0 < \vartheta < \vartheta_*$) область перекрытия зон спектра (14), (22) $\Omega_{\pm\nu}(k_{\perp})$ ($\Omega_{+\nu}(k_{\perp}) > \Omega_{-\nu}(k_{\perp})$) сужается (см. рис. 2а). При этом в области перекрытия возможность формирования точек вырождения, подобных (19), между модами, принадлежащими спектру объемных дипольных волн квазиТМ- ($\Omega_{+\nu}(k_{\perp})$) и квазиТЕ- ($\Omega_{-\nu}(k_{\perp})$) типа, сохраняется. С учетом (15) из (14), (24) следует, что поскольку $\bar{\omega}_0 < \omega_{\varepsilon\infty}$ ($0 < \vartheta < \pi/2$) $< \omega_{\varepsilon}$, а $\bar{\omega}_0 < \omega_{\mu\infty}$ ($0 < \vartheta < \pi/2$) $< \omega_{\mu}$, в случае $\vartheta > \vartheta_*$ становится возможным выполнение неравенства $\omega_{\varepsilon\infty}(\vartheta) > \omega_{\mu}$. Это отвечает появлению при $\vartheta > \vartheta_*$ расщепления частотного диапазона существования объемных дипольных волн $\Omega_{\pm\nu}(k_{\perp})$ ($\Omega_{+\nu}(k_{\perp}) > \Omega_{-\nu}(k_{\perp})$) на высоко- (с $\omega = \Omega_{+\nu}(k_{\perp}) > \omega_{\varepsilon\infty}(\vartheta)$) и низкочастотную (с $\omega = \Omega_{-\nu}(k_{\perp}) < \omega_{\mu}$) области. В каждой из областей дисперсионные кривые $\Omega_{\pm\nu}(k_{\perp})$ по-прежнему отвечают, соответственно, квазиТМ- и квазиТЕ-волнам обратного типа (см. рис. 2б). Для $\omega_{\mu} < \omega < \omega_{\varepsilon\infty}$ ($\vartheta_* < \vartheta < \pi/2$) формирование объемных дипольных волн, распространяющихся вдоль МЭ-слоя, а значит, выполнение соотношений (19) при $\vartheta > \vartheta_*$ становится невозможным вне зависимости от величины поперечного волнового числа k_{\perp} . Так как $\omega_{\varepsilon\infty}(\vartheta) < \Omega_{+\nu}(k_{\perp}) < \omega_{\varepsilon}$ и $\omega_{\mu\infty}(\vartheta) < \Omega_{-\nu}(k_{\perp}) < \omega_{\mu}$, по мере роста ϑ вследствие увеличения энергии активации коротковолновой точки сгущения спектра идет постепенное сужение частотного интервала, в котором существуют эти объемные дипольные волны. В итоге с увеличением угла ориентации волнового вектора в плоскости магнитной пластины ϑ при $\pi/2 > \vartheta > \vartheta_*$ в каждой из зон, $\Omega_{+\nu}(k_{\perp})$ и $\Omega_{-\nu}(k_{\perp})$, формируются свое критическое значение ϑ , начиная с которого спектр объемных дипольных магнонов, определяемый (14), (24), начинает существенно трансформироваться по сравнению со случаем (17) (см. рис. 2с и d). Физической причиной подобной трансформации является преобладание МЭ-механизма формирования спектра объемных гибридных дипольных волн над магнито- и электростатическим механизмами. Обозначим такие критические значения ϑ как $\vartheta = \vartheta_+$ для $\omega = \Omega_{+\nu}(k_{\perp})$ и $\vartheta = \vartheta_-$ для $\omega = \Omega_{-\nu}(k_{\perp})$. Из (14), (24) следует, что

$$\begin{aligned} \text{tg}^2 \vartheta_+ &\equiv \frac{(\omega_{\varepsilon}^2 - \omega_{\mu}^2)(\omega_{\varepsilon}^2 - \bar{\omega}_0^2)}{4\omega_T^4}, \\ \cos^2 \vartheta_- &\equiv \frac{4\omega_T^4}{(\omega_{\varepsilon}^2 - \omega_{\mu}^2)(\omega_{\mu}^2 - \bar{\omega}_0^2)}, \end{aligned} \quad (26)$$

причем вследствие (15), (25), (26) имеет место соотношение $\vartheta_* < \vartheta_- < \vartheta_+$. Качественная перестройка спектра объемных гибридных дипольных волн (14),

(24), индуцированная МЭ-взаимодействием, происходит при $\pi/2 > \vartheta > \vartheta_-$ для $\omega = \Omega_{-\nu}(k_{\perp})$ (см. рис. 2c) и при $\pi/2 > \vartheta > \vartheta_+$ для $\omega = \Omega_{+\nu}(k_{\perp})$ (см. рис. 2d). В этом случае имеет место изменение частотного интервала, в котором возможно формирование двухзонного спектра объемных гибридных дипольных волн (14):

$$\begin{aligned} \omega_{\varepsilon\infty}(\vartheta) < \Omega_{+\nu}(k_{\perp}) < \omega_+(\vartheta) \quad (\pi/2 > \vartheta > \vartheta_+), \\ \omega_+(\vartheta) &= \omega_+(\vartheta = \pi/2), \\ \omega_-(\vartheta) < \Omega_{-\nu}(k_{\perp}) < \omega_{\mu} \quad (\pi/2 > \vartheta > \vartheta_-), \\ \omega_-(\vartheta) &= \omega_-(\vartheta = \pi/2), \end{aligned} \quad (27)$$

где $\omega_{\pm}(\vartheta)$ – характеристические частоты, независимо от номера моды ν определяющие для заданного направления распространения волны (угла ϑ) значения экстремумов дисперсионных кривых, принадлежащих двухзонному спектру $\Omega_{\pm\nu}(k_{\perp})$ из (14), (24). Независимо от номера моды $\nu = 1, 2, \dots$ на линии $\omega = \omega_-(\vartheta) < \omega_{\mu\infty}$ расположены точки минимума для $\omega = \Omega_{-\nu}(k_{\perp})$ при $\pi/2 > \vartheta > \vartheta_-$, тогда как на линии $\omega = \omega_+(\vartheta) > \omega_{\varepsilon}$ лежат точки максимумов для $\omega = \Omega_{+\nu}(k_{\perp})$ в случае $\pi/2 > \vartheta > \vartheta_+$. В результате на плоскости внешних параметров $\omega - k_{\perp}$ появляются дополнительные полосы частот ($\omega_{\varepsilon} < \omega < \omega_+(\vartheta)$ для $\pi/2 > \vartheta > \vartheta_+$ и $\omega_-(\vartheta) < \omega < \omega_{\mu\infty}$ для $\pi/2 > \vartheta > \vartheta_-$), в каждой из которых становится возможным распространение с одной и той же частотой объемной дипольной волны как прямого, так и обратного типа. В целом в этих частотных интервалах структура спектра (14), (24) приобретает особенности, характерные для спектра объемных МЭ-магнонов (18) (см. рис. 2c и d). В частности, помимо уже перечисленных особенностей дисперсионных свойств, в этих “дополнительных” диапазонах частот для любых номеров мод спектра гибридных дипольных волн, принадлежащих одной и той же зоне, при ненулевых значениях волнового числа аналогично (23) появляются точки вырождения спектра, $k_{\perp} = k_{\nu\rho}^{\pm} \neq 0$ ($\Omega_{\pm\nu}(k_{\nu\rho}^{\pm}) = \Omega_{\pm\rho}(k_{\nu\rho}^{\pm})$). Ранее условия формирования в магнитном слое подобных точек, необходимых для возникновения неоднородного спин-спинового резонанса, обсуждались для дипольно-обменных [21], эластостатических или эластообменных магнонов [22]. Для $\omega = \Omega_{+\nu}(k_{\perp})$ в случае $\pi/2 > \vartheta > \vartheta_+$ эти “дополнительные” частотные интервалы примыкают сверху (при $\omega_+ > \omega_+(\vartheta) > \omega > \omega_{\varepsilon}$) к высокочастотной зоне спектра “квазиэлектродипольных волн” $\omega_{\varepsilon\infty}(\vartheta) < \omega < \omega_{\varepsilon}$, а для $\omega = \Omega_{-\nu}(k_{\perp})$ при $\pi/2 > \vartheta > \vartheta_-$ – снизу (при $\omega_- < \omega_-(\vartheta) < \omega < \omega_{\mu\infty}(\vartheta)$) к низкочастотной зоне спектра “квазимагнитодипольных” волн $\omega_{\mu\infty}(\vartheta > \vartheta_*) < \omega < \omega_{\mu}$. При этом для

заданного номера моды $\nu = 1, 2, \dots$ кривые, принадлежащие одной и той же зоне спектра гибридных дипольных волн (14), (24) ($\omega = \Omega_{+\nu}(k_{\perp})$ или $\omega = \Omega_{-\nu}(k_{\perp})$), плавно переходят друг в друга (см. рис. 2c и d соответственно). Таким образом, подобные (18) МЭ-магноны формируются не только при отдельной геометрии распространения волны ($\vartheta = \pi/2$), но и в некотором секторе углов ϑ . Следуя [7], можно также отметить, что если точка кроссовера $\Omega_{\pm\nu}(k_{\nu\rho}^{\pm}) = \Omega_{\pm\rho}(k_{\nu\rho}^{\pm})$ отвечает вырождению кривых прямого и обратного типа (см., например, (18), (23)), то при снятии вырождения в области такой точки $k_{\perp} = k_{\nu\rho}^{\pm} \neq 0$ становится возможным формирование дипольных комплексных волн [7] “магнитоэлектрического типа”, для которых $\text{Re}\{k_{\perp}\} \neq 0$, $\text{Im}\{k_{\perp}\} \neq 0$. Таким образом, в указанном случае, несмотря на отсутствие диссипации, амплитуда распространяющейся волны будет уменьшаться (согласно [23] это режим бездиссипативной фильтрации). Однако этим не исчерпывается перечень возможных резонансов с участием объемных гибридных дипольных магнонов МЭ-слоя (14). Возможен также МЭ-аналог эффекта быстрых магнитоупругих волн (резонансное взаимодействие объемных дипольных волн и объемных упругих волн слоя).

Впервые данный эффект был изучен в серии работ для случая объемных магнитодипольных волн в ферромагнитных пластинах. В пределе слабого магнитоупругого взаимодействия необходимые условия существования этого класса магнитоупругих резонансов на плоскости внешних параметров $\omega - k_{\perp}$ в рамках рассматриваемой модели приближенно определяются наличием точек вырождения между ветвями спектра гибридных объемных магнонов (14), (24) и ветвями спектра нормальных объемных упругих волн немагнитной пластины. Расчет показывает, что в случае немагнитной упругоизотропной пластины толщиной $2d$, на обеих поверхностях которой выполнены условия скольжения с абсолютно твердой средой [24] (\mathbf{u} – вектор упругих смещений, $\bar{\sigma}$ – тензор напряжений):

$$\mathbf{q} \parallel [100], \quad (28)$$

$$(\mathbf{u}\mathbf{q}) = 0, \quad \sigma_{xy} = \sigma_{xz} = 0, \quad x = \pm d,$$

спектр нормальных объемных упругих волн может быть найден в явном виде. В частном случае упругоизотропной среды для любой сагиттальной плоскости, содержащей нормаль к поверхности пластины $\mathbf{q} \parallel O_x$, получаем

$$[s_l^2(k_{\perp}^2 + \kappa_{\nu}^2) - \omega^2][s_l^2(k_{\perp}^2 + \kappa_{\nu}^2) - \omega^2]^2 = 0, \quad \nu = 1, 2, \dots, \quad (29)$$

где s_l и s_t – скорости распространения продольной и поперечной упругих волн соответственно. В результате те сочетания значений частоты ω и поперечного волнового числа k_\perp , которые одновременно удовлетворяют (14) и (29), определяют в пренебрежении слабым магнитоупругим взаимодействием необходимые условия формирования точек вырождения спектров гибридных МЭ-магнонов (14) и объемных упругих волн в случае пластины магнитоэлектрика (7)–(9) с граничными условиями (11), (28). Необходимое условие реализации такого эффекта в рассматриваемой модели имеет вид $s_t^2 \kappa_\nu^2 < \omega_-^2(\vartheta)$. Снятие вырождения приводит к формированию быстрых магнитоупругих волн [23] с участием рассмотренного выше типа безобменных объемных МЭ-магнонов. Следует отметить, что если при формировании точки вырождения объемная дипольная волна является обратной ($k_\perp \partial \Omega_{\pm\nu}(k_\perp) / \partial k_\perp < 0$), то при снятии вырождения становится возможным формирование комплексных волн “магнитоупругого типа”, аналогичных рассмотренным в [23]. Однако в данном случае обратная объемная дипольная волна может быть индуцирована и МЭ-взаимодействием.

Расчет показывает, что полученные выше соотношения (12)–(29) для спектра объемных гибридных дипольных волн и связанных с ними резонансов остаются в силе и в случае легкоосного АФМ ($b > 0$, $|\mathbf{P}_0| = 0$, $\mathbf{I}_0 \parallel Oz$) со структурой $4_2^+ 2_d^- I^-$. Согласно [18] в линейном по амплитуде малых колебаний приближении материальные соотношения с учетом (6), (9) определяются как

$$\begin{aligned} B_x &= \mu_\perp H_x + \gamma E_x, & B_y &= \mu_\perp H_y - \gamma E_y, & B_z &= \mu_\parallel H_z, \\ D_x &= \varepsilon_\perp E_x + \gamma H_x, & D_y &= \varepsilon_\perp E_y - \gamma H_y, & D_z &= \varepsilon_\parallel H_z. \end{aligned} \quad (30)$$

Для выполнения в этом случае (12)–(29) необходимо, чтобы нормаль к поверхности АФМ-слоя $\mathbf{q} \parallel [110]$, а граничные условия по-прежнему отвечали (11).

Таким образом, в МЭ-слое возможно формирование ранее не известного класса гибридных дипольных волн и связанных с ним дополнительных резонансов при условии, что тензор магнитоэлектрической проницаемости (1), (5) содержит в себе симметричный тензор второго ранга со следом равным нулю. Дополнительные особенности спектра МЭ-магнонов, связанные с учетом неоднородного обменного взаимодействия, конечностью скорости распространения электромагнитных волн и влиянием ориентации \mathbf{q} в сагиттальной плоскости, будут рассмотрены в отдельной работе.

Работа частично поддержана грантом РНФ # 14-22-00279.

1. K. Fan and W.J. Padilla, *Materials Today* **18**, 39 (2015).
2. N. Serdyukov, I.V. Semchenko, S.A. Tretyakov, and A. Sihvola, *Electromagnetics of Bianisotropic materials: Theory and Applications*, Gordon and Breach Science Publishers, Amsterdam (2001).
3. A.V. Chumak, V.I. Vasyuchka, A.A. Serga, and B. Hillebrands, *Nat. Phys.* **11**, 453 (2015).
4. *Magnonics From Fundamentals to Applications*, ed. by S.O. Demokritov and A.N. Slavin, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg (2013).
5. В. Н. Криворучко, Д. А. Яблонский, *ЖЭТФ* **94**, 268 (1988).
6. А. А. Мухин, А. М. Кузьменко, В. Ю. Иванов, А. Г. Пименов, А. М. Шуваев, В. Е. Дем, *УФН* **185**, 1089 (2015).
7. Л. А. Вайнштейн, *Электромагнитные волны, Радио и связь*, М. (1988).
8. O.Y. Yermakov, A.I. Ovcharenko, M. Song, A.A. Bogdanov, I.V. Iorsh, and Yu.S. Kivshar, *Phys. Rev. B* **91**, 235423 (2015).
9. А. М. Гончаренко, В. А. Карпенко, И. А. Гончаренко, *Основы теории оптических волноводов*, Белорусская наука, Минск (2009).
10. А. П. Виноградов, *УФН* **172**, 363 (2002).
11. А. П. Пятаков, А. К. Звездин, *УФН* **182**, 593 (2012).
12. L. J. Heyderman and R. L. Stamps, *J. Phys.: Cond. Mat.* **25**, 363201 (2013).
13. T. Moore, R. E. Camley, and K. L. Livesey, *JMMM* **372**, 107 (2014).
14. R. E. Troncoso, C. Ulloa, F. Pesce, and A. S. Nunez, *Phys. Rev. B* **92**, 224424 (2015).
15. W. Chen and M. Sigrist, *Phys. Rev. Lett.* **114**, 157203 (2015).
16. И. М. Гельфанд, Р. А. Минлос, З. Я. Шапиро, *Представления группы вращений и группы Лоренца, их применения*, Физматгиз, М. (1958).
17. Ф. И. Федоров, *Теория гиротропии*, Изд. Наука и техника, Минск (1976).
18. В. Д. Бучельников, В. Г. Шавров, *ЖЭТФ* **109**, 706 (1996).
19. V. I. Alshits, A. N. Darinskii, and J. Lothe, *Wave motion* **16**, 265 (1992).
20. R. L. Stamps and R. E. Camley, *J. Appl. Phys.* **56**, 3497 (1984).
21. В. А. Kalinikos and A. N. Slavin, *J. Phys. C: Sol. State Phys.* **19**, 7013 (1986).
22. Ю. В. Гуляев, С. В. Тарасенко, В. Г. Шавров, *УФН* **181**, 595 (2011).
23. Ю. В. Гуляев, П. Е. Зильберман, *Изв. вузов. Сер. Физика* **31**, 6 (1988).
24. В. А. Красильников, В. В. Крылов, *Введение в физическую акустику*, Наука, М. (1984).