Радиационный эффект Челябинского болида

Т. В. Лосева^{+*1)}, А. П. Голубь°, А. Н. Ляхов⁺, И. Б. Косарев⁺

+Институт динамики геосфер РАН, 119334 Москва, Россия

*Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Духова, 127055 Москва, Россия

[°]Институт космических исследований РАН, 117997 Москва, Россия

Поступила в редакцию 1 апреля 2016 г. После переработки 14 апреля 2016 г.

В работе представлена физико-математическая модель воздействия излучения болида на нижнюю ионосферу Земли. Применение модели к Челябинскому болиду 15.02.2013 позволило воспроизвести в расчетах кривые светимости в видимом и инфракрасном диапазонах длин волн, согласующиеся с наземными и спутниковыми наблюдениями. Расчетные возмущения нижней ионосферы, вызванные воздействием излучения болида на стадии пролета с 60 до 30 км высоты, количественно согласуются с результатами обработки радарных и спутниковых (GPS) наблюдений в уральском регионе.

DOI: 10.7868/S0370274X16110047

1. Введение. Прошло более трех лет с момента падения Челябинского метеорита 15 февраля 2013 г. За это время появилось значительное количество работ, в которых представлены результаты наблюдений сейсмических, акустических, магнитных, ионосферных и оптических эффектов, сопровождавших это явление, а также работ, в которых объясняются механизмы возникновения этих эффектов. Одним из открытых до сих пор вопросов остается вопрос о механизмах возникновения ионосферных возмущений. В соответствие с большинством оценок основное энерговыделение в атмосфере (взрывное разрушение) метеороида произошло на высотах 30-27 км в интервале времени 03:20:32.2-32.65 UT [1]. Возмущения ионосферы Земли были зарегистрированы GPS станциями томографирования ионосферы [2–5], сетью ионозондов вертикального зондирования, с помощью радаров когерентного рассеяния системы SuperDARN [4]. По этим данным возмущения электронной концентрации наблюдались на временах 06:00-10:00 UT на высотах 100-700 км, а на высотах 250-300 км регистрировались на расстоянии порядка нескольких тысяч километров. Следует заметить, что спокойная геомагнитная обстановка 15.02.2013 (Кр = 4) позволяет, с большой степенью вероятности, исключить ионосферные бури аврорального генезиса в этот день. В работе [6] представлены результаты трехмерных газодинамических расчетов, позволяющие объяснить механизм формирования этих возмущений. В работе продемонстрирован нелинейный процесс образования в нейтральной атмосфере акустико-гравитационных волн (АГВ) и их распространения на значительные расстояния. АГВ, приводя к возмущению плотности на высоте F2-слоя ионосферы, порождают осцилляции электронной концентрации и критической плазменной частоты, наблюдаемые на ионограммах в виде перемещающихся ионосферных возмущений (ПИВ). В работе [5] приведены результаты регистрации сигналов GPS в уральском регионе, которые показали наличие вариаций полного электронного содержания (ТЕС) в ионосфере Земли в первые минуты после взрыва или даже на стадии пролета метеороида. Кроме того, после обработки данных, полученных с помощью радара когерентного рассеяния SuperDARN, авторы работы [4] делают вывод о том, что крупномасштабная ионизованная область (высота 80-115 км, плазменная частота более 3 МГц, поперечный размер более 500 км) возникла в момент времени 03:20:32 UT, т.е. на стадии пролета метеороида. Природа этого возмущения Е-слоя ионосферы и является предметом исследований авторов настоящей работы. Челябинский метеор относится к классу очень крупных и ярких метеоров, называемых в метеорной физике суперболидами. Воздействие на ионосферу потоков теплового излучения, сопровождающих пролет Челябинского болида, до сих пор не исследовалось. В настоящей работе обосновывается гипотеза о радиационном механизме возникновения возмущений в нижней ионосфере Земли на стадии пролета метеороида.

Письма в ЖЭТФ том 103 вып. 11–12 2016

¹⁾e-mail: losseva@idg.chph.ras.ru

2. Физико-математическая модель. Анализ специфики явления позволил создать достаточно простую физико-математическую модель, позволившую оценить возмущения в Е-слое ионосферы, вызванные излучением метеороида. Модель учитывает все основные необходимые для достижения цели физические процессы. Торможение и абляция метеороида в атмосфере описывается уравнениями физической теории метеоров [7]:

$$\frac{dV_b}{dt} = -\frac{0.5\pi R_b^2 \rho_h V_b^2}{M_b},\\ \frac{dM_b}{dt} = -\sigma_{ab} \frac{\pi R_b^2 \rho_h V_b^3}{2}, \quad \frac{dS}{dt} = V_b,$$
(1)

где t – время, V_b , M_b – скорость и масса метеороида, R_b – радиус его миделева сечения, $\sigma_{ab}(V_b, M_b, R_b, h_b)$ – коэффициент абляции, значения которого рассчитывались по модели аблирующего поршня [8, 9], h_b – высота, на которой находился метеороид в момент времени t, ρ_h – плотность атмосферы на высоте h_b (использовались параметры атмосферы ATMCIRA), $S = (h_0 - h_b)/\sin \alpha$ – пройденный путь, h_0 – начальная высота расчетного участка траектории болида, α – угол наклона траектории. Поперечное расширение метеороида описывается уравнением [10]

$$\frac{dR_b}{dt} = V_b \sqrt{\frac{\rho_h}{\rho_b}}.$$
(2)

Газодинамические процессы в испаренном веществе метеороида и в окружающем воздухе моделируются множеством независимых следующих друг за другом вдоль траектории цилиндрических взрывов, каждый из которых описывается системой одномерных цилиндрических уравнений радиационной газодинамики. Система уравнений, описывающая движение газа, в лагранжевых координатах имеет вид [11]:

~

$$\frac{\partial u}{\partial t} + r \frac{\partial p}{\partial m} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} - \frac{\partial (ur)}{\partial m} = 0,$$
$$\frac{\partial e}{\partial t} + p \frac{\partial (ur)}{\partial m} + \frac{\partial (Wr)}{\partial m} = 0, \quad (3)$$

где *m* – лагранжева массовая координата (*dm* = $= \rho r dr$, где r - радиус), u - скорость, p - давление, v – удельный объем ($v = 1/\rho$, где ρ – плотность газа), е – удельная внутренняя энергия, W – плотность потока теплового излучения. Предполагается, что газ находится в состоянии локального термодинамического равновесия. Использовались табличные уравнения состояния паров вещества метеороида и воздуха $e = e_{v,a}(\rho, T), p = p_{v,a}(\rho, T)$. Здесь T – температура, индексы v и a относятся к пару и воздуху, соответственно.

Дифференциальное уравнение переноса, описывающее поле излучения, формулируется для групповой интенсивности излучения $I_i = \int\limits_{-\infty}^{\epsilon_{i,2}} I_\epsilon d\epsilon$, где I_ϵ – спектральная интенсивность излучения, зависящая, помимо пространственных координат и времени, от энергии фотонов ϵ и направления их распространения, $\epsilon_{i,1}$ и $\epsilon_{i,2}$ – границы группы по энергиям фотонов, *i* – номер группы. Уравнение переноса излучения имеет вид

$$\frac{\partial I_i}{\partial s} + k_{pi}I_i = k_{pi}B_i. \tag{4}$$

Здесь

$$k_{pi} = \frac{\int_{\epsilon_{i,1}}^{\epsilon_{i,2}} k_{\epsilon} B_{\epsilon} d\epsilon}{\int_{\epsilon_{i,1}}^{\epsilon_{i,2}} B_{\epsilon} d\epsilon}, \quad B_{i} = \int_{\epsilon_{i,1}}^{\epsilon_{i,2}} B_{\epsilon} d\epsilon,$$
$$B_{\epsilon} = \frac{15}{\pi^{5}} \frac{\sigma \epsilon^{3}}{\exp(\epsilon/T) - 1},$$

где k_ϵ — спектральный коэффициент поглощения излучения, исправленный на вынужденное испускание, B_{ϵ} – равновесная интенсивность излучения, $\sigma = 0.1029 \,\mathrm{MBt}/(\mathrm{cm}^2 \mathrm{sB}^4)$ – постоянная Стефана– Больцмана, ∂s – элемент длины луча вдоль единичного вектора Ω в направлении распространения фотонов.

Зависимости $k_{\epsilon} = k_{\epsilon}(T, \rho, \epsilon)$, характеризующие оптические свойства газов, задавались в виде таблиц. Термодинамические и оптические характеристики паров вещества метеороида (LL-хондрита) вычислялись на основе смеси из 16 элементов: Fe-O-Mg-Si-C-N-H-S-Al-Ca-Na-K-Ti-Cr-Mn-Ni [12]. Также были использованы термодинамические и оптические характеристики воздуха [13, 14].

Для получения газодинамических параметров при решении системы уравнений (3) с учетом лучистого теплообмена, необходимо знать $W = \sum_{i} W_{i}$, где W_i – модуль групповой плотности потока излучения ($\mathbf{W}_i = \int I_i \mathbf{\Omega} d\mathbf{\Omega}$, где $d\mathbf{\Omega}$ – элемент телесного угла около единичного вектора Ω). При сравнительно слабой анизотропии поля излучения удобно воспользоваться диффузионным приближением уравнений переноса излучения [15]:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial(rW_i)}{\partial r} + k_{pi}cU_i = k_{pi}B_i, \quad \frac{c}{3}\frac{\partial U_i}{\partial r} + k_{pi}W_i = 0, \quad (5)$$

Здесь U_i – групповая плотность энергии излучения $(U_i = \frac{1}{c} \int I_i d\Omega$, где c – скорость света).

Решение системы уравнений (3)–(5) дает зависимости от времени радиуса r_i^* излучающего цилиндра

> Письма в ЖЭТФ том 103 вып. 11-12 2016

и интенсивности излучения I_i^* в радиальном направлении с его поверхности. Плотность потока излучения q_i на больших расстояниях от излучающего цилиндра (участка траектории болида) рассчитывается по формуле

$$q_i = \frac{2r_i^* I_i^* \exp(-\tau_i)}{R} \left(\frac{\xi}{1+\xi^2} + \operatorname{arctg} \xi\right), \quad (6)$$

Здесь $\xi = \frac{d \sin \beta}{R}$, R – расстояние от центра цилиндра (точки C) до точки наблюдения M, q_i - модуль вектора плотности потока излучения \mathbf{q}_i , направленного вдоль луча CM, в точке M, d – половина длины цилиндра, τ_i – оптическая толщина для *i*-й группы фотонов вдоль прямой CM от ее пересечения с поверхностью цилиндра до точки M, β – угол между прямой CM и осью цилиндра, определяемый формулой

$$\cos \beta = \left| \frac{x \cos \alpha - (z - h) \sin \alpha}{\sqrt{(x^2 + y^2 + (z - h)^2)}} \right|,$$

где α – угол наклона траектории болида, h – высота цилиндрического взрыва, x, y, z – координаты точки М в декартовой системе координат с началом в точке О на поверхности Земли под точкой С и координатными плоскостями: (XOY) – горизонтальная плоскость, (XOZ) – плоскость падения метеороида, (YOZ) – плоскость, перпендикулярная плоскостям (XOY) и (XOZ). Координаты точки C: x = 0, y = 0,z = h.

Начальные данные для системы уравнений (3) задавались в соответствии с моделью [8, 9] в момент времени t_0 нахождения метеороида в точке С его траектории.

Пусть *j* – номер цилиндрического взрыва. Индексом j отметим величины, характеризующие этот взрыв. Тогда полная плотность потока излучения q в точке наблюдения находится суммированием плотностей потока излучения от всех цилиндрических взрывов (с соответствующим запаздыванием каждого их них): $\mathbf{q} = \sum_{j} \sum_{i} \mathbf{q}_{ji}$. Энерговыделение в единице объема газа за счет поглощения излучения на высотах нижней ионосферы от всего участка траектории болида рассчитывается по формуле $Q = \sum_{i} \sum_{i} q_{ji} k_{pi}$, где k_{pi} – коэффициент поглощения излучения *i*-й группы энергий фотонов на заданной высоте. Полученные значения Q используются в расчетах ионизации и возбуждения нижней ионосферы, которые проводились в рамках нуль-мерной плазмохимической 22-компонентной модели, включающей малые возбужденные компоненты [16]. Параметры нейтральной атмосферы рассчитывались по модели MSISE-90.

лась неявная абсолютно устойчивая полностью консервативная схема [11]. Система разностных уравнений, аппроксимирующая дифференциальные уравнения (5), решалась в каждый момент времени t методом прогонки. Построенная разностная схема основана на принципе консервативности разностных схем. Суть схемы состоит в том, что внутри каждого слоя по радиусу в предположении постоянства газодинамических параметров находится аналитическое решение системы (5) как для плотности энергии U_i , так и для плотности потока W_i . Это решение в цилиндрическом случае выражается через модифицированные функции Бесселя первого и второго рода первого и нулевого порядков и имеет вид

Для решения системы уравнений (3) использова-

$$W_{i} = c_{1}I_{1}\left(\sqrt{3}k_{pi}r\right) + c_{2}K_{1}\left(\sqrt{3}k_{pi}r\right),$$

$$cU_{i} = B_{i} + \sqrt{3}\left(-c_{1}I_{0}\left(\sqrt{3}k_{pi}r\right) + c_{2}K_{0}\left(\sqrt{3}k_{pi}r\right)\right)$$

Пользуясь непрерывностью W_i и U_i в целых и полуцелых узлах разностной сетки, строится трехточечная разностная схема для значений U_i , определенных в полуцелых узлах сетки (W_i относятся к целым узлам). Граничные условия задаются из условия симметрии на оси и отсутствия падающего извне излучения на периферии. Использование такой схемы позволяет правильно описать теплообмен излучением между оптически толстыми и оптически тонкими слоями газа.

3. Верификация модели. Модель была верифицирована сравнением результатов расчетов с известными данными наблюдений по кривым светимости [17] в видимом диапазоне длин волн, полученными в разных точках наземных наблюдений, и в инфракрасном диапазоне, измеренными со спутников [1], а также с имеющимися интегральными данными оптических измерений [1].

Расчеты проводились для стадии пролета тела от высоты 60 км, соответствующей входу в плотные слои атмосферы и началу испарения, до высоты 30 км, соответствующей отделению крупного фрагмента и разрушению тела. Полная энергия метеороида принималась равной 500 кТ в тротиловом эквиваленте, наклон траектории – 17° к горизонтальной поверхности, скорость метеороида на высоте 60 км–20 км/с, начальный радиус метеороида – 10 м [1]. В расчетах были использованы следующие группы по энергиям фотонов: инфракрасное излучение ($0.03 \div 1.1 \Rightarrow B$) – i = 1; видимый свет ($1.1 \div 3.1 \Rightarrow B$) – i = 2; ультрафиолетовый диапазон ($3.1 \div 6 \Rightarrow B$) – i = 3и ($6 \div 9 \Rightarrow B$) – i = 4. На рис. 1 приведены зависимости изменения скорости метеороида V_b (кривая 1) и его



Рис. 1. Зависимости от времени t и высоты h_b , на которой находился метеороид в этот момент времени, его скорости V_b (кривая 1) и массы M_b (кривая 2)

массы M_b (кривая 2) от высоты h_b и времени t, полученные при решении системы уравнений (1), (2). Эти данные использовались для задания начальных условий для системы уравнений (3), (5) в задаче о цилиндрическом взрыве. Газодинамические параметры, полученные с помощью решения этой системы уравнений, использовались для расчета интенсивностей излучения (уравнение (4) вдоль радиуса в каждый момент времени газодинамического процесса). На рис. 2а для примера приведены зависимости от



Рис. 2. Зависимости от времени t параметров цилиндрического взрыва на высоте 30 км. (а) – Максимальные температуры T паров (кривая 1) и воздуха (кривая 2). (b) – Интенсивности излучения I_i^* для трех групп по энергиям фотонов (i = 1, 2, 3): 1 – инфракрасный диапазон; 2 – видимый; 3 – ближний ультрафиолет

времени максимальной температуры T паров (кривая 1) и воздуха (кривая 2) для цилиндрического взрыва на высоте 30 км (в конце траектории). Соответствующие зависимости от времени интенсивностей излучения I_i^* для трех групп по энергиям фотонов (i = 1, 2, 3) представлены на рис. 2b, где номер группы соответствует номеру кривой. Отметим, что главная роль в излучении принадлежит парам вещества метеороида. Использование полученных зависимостей от времени интенсивностей излучения каждого из рассматриваемых цилиндров и зависимостей от времени соответствующих радиусов свечения этих цилиндров позволяет получить плотность потока излучения в любой точке наблюдения M в необходимом диапазоне длин волн (формула (6)).

На рис. 3 приведено сравнение расчетных (жирные кривые) и полученных из оптических измерений



Рис. 3. Зависимости от времени расчетных (жирные кривые) и полученных из оптических измерений (тонкие кривые) отношений плотностей потоков излучения q_i к максимальным $q_{i \max}$. (а) – Видимый диапазон энергий фотонов. (b) – Инфракрасный

(тонкие кривые) кривых светимости для двух диапазонов длин волн излучения: рис. За соответствует видимому диапазону (кривые светимости построены по измерениям с помощью оптических датчиков в различных точках наземных наблюдений [17], расчетная кривая относится к точке на поверхности Земли под точкой траектории на высоте 30 км), рис. 3b соответствует инфракрасному излучению (кривая светимости построена по данным измерений со спутника [1], расчетная кривая – для точки, находящейся на высоте 700 км над той же точкой траектории). Здесь время отсчитывается: на рис. За от момента времени, когда метеороид находился на высоте 95 км, как в [17], а на рис. 3b от момента, соответствующего максимуму светимости, как в [1]. Такое же, как по кривым светимости, согласие результатов расчетов данным наблюдений получено и по интегральным характеристикам излучения. В расчетах полная энергия высвета составила величину $8.4 \cdot 10^{14}$ Дж (~40 % от полной энергии метеороида), из них $3.1 \cdot 10^{14}$ Дж в ви-



Рис. 4. Зависимости от времени t и горизонтальной координаты X (a) и пространственное распределение в момент времени t = 12 c (3:20:32 UT) (b) плотностей потоков излучения q во всем рассматриваемом диапазоне энергий фотонов на высоте 100 км. Стрелкой отмечена проекция рассматриваемого расчетного участка траектории метеороида на горизонтальную плоскость



Рис. 5. Зависимости плазменной частоты f_p от времени t на высотах $h = 90 \div 120$ км по вертикали от точки, соответствующей нахождению метеороида на высоте 30 км (a), и ее пространственное распределение в горизонтальной плоскости на высоте 90 км в момент времени 14 c (3:20:34 UT)(b)

димом диапазоне длин волн (~15% от полной энергии метеороида). Это значение согласуется с оценкой $3.7 \cdot 10^{14}$ Дж, полученной из измерений со спутника [1]. Согласуется с измеренной величиной максимальной плотности потока излучения в инфракрасном диапазоне длин волн (3.6 kBr/m^2 – это значение плотности потока излучения, приведенное в [1] и полученное для точки наблюдения на поверхности Земли пересчетом из данных спутниковых измерений) и величина соответствующей плотности потока излучения, равная 4 kBr/m^2 , рассчитанная в рамках модели для точки на поверхности Земли прямо под максимальным энерговыделением на высоте h = 30 км (время 3:20:32 UT).

Письма в ЖЭТФ том 103 вып. 11–12 2016

Таким образом, предложенная модель позволяет достаточно адекватно описать свечение болида в процессе его пролета на высотах $60 \div 30$ км и позволяет получать радиационные характеристики процесса в любых пространственных и временных точках. На рис. 4 представлены зависимости от времени (рис. 4а) и пространственное распределение (рис. 4(b) плотностей потоков излучения на высоте 100 км. Здесь и далее X – расстояние вдоль проекции траектории на горизонтальную плоскость, отсчитываемое от точки начала расчетного участка траектории (высота 60 км), Y – расстояние вдоль перпендикуляра к этой прямой в горизонтальной плоскости, стрелкой отмечена проекция расчетного



Рис. 6. Высотно-временное распределение изменения полного электронного содержания ΔTEC в вертикальной плоскости траектории (a) и его пространственное распределение в горизонтальной плоскости в момент времени 14 с (3:20:34 UT)(b)

участка траектории болида на горизонтальную плоскость.

4. Возмущение ионосферы. С помощью описанной выше модели были получены пространственные и временные распределения концентраций электронов на высотах 90 ÷ 150 км в области размером 400 км вдоль траектории и 300 км поперек на временах пролета метеороида, вызванные тепловым излучением, испускаемым высокотемпературными слоями испаренного вещества метеороида и воздуха.

Представленные на рис. 5 расчетные значения плазменной частоты на высотах нижней ионосферы количественно совпадают с наблюдательными данными работы [4]. На рис. 6 приведено высотновременное распределение изменения полного электронного содержания в единицах TECU $(10^{16}/M^2)$. Излучение метеороида привело к существенному возмущению нижней ионосферы Земли. Расчетная максимальная величина вариаций TEC (0.1 TECU) согласуется с данными наблюдений на пунктах регистрации сигналов системы GPS в уральском регионе $(0.07 \div 0.5 \text{ TECU})$ [5]. Приближенный характер параметров метороида, полученных на основании косвенных данных (500 \pm 100 кТ в [1]), приводит к ~ 10 % вариациям величины f_p . Потери энергии на тепловое излучение пропорциональны энергии метеороида, так как доля этих потерь слабо меняется с изменением его энергии [8, 9].

Необходимо подчеркнуть, что возмущения электронной концентрации рассчитаны без учета электродинамических плазменных (таких, как электрические поля поляризации и токовые системы в плазме, расширяющейся в геомагнитном поле) и газодинамических эффектов на высотах нижней ионосферы. Данные ограничения модели не позволяют аккуратно рассчитать релаксационные процессы на значительных пространственных и временных масштабах.

5. Заключение. Результаты расчетов показали, что излучение Челябинского болида в первые 10 с его пролета от высоты 60 до высоты 30 км вызвало возмущение нижней ионосферы Земли, величина которого согласуется с данными наблюдений на пунктах регистрации сигналов системы GPS в уральском регионе и с данными радара EKB системы SuperDARN. За это время потери энергии метеороида на излучение составили величину порядка 40% от его полной энергии. Численные модели геофизических эффектов пролета метеороидов в верхней и средней атмосфере Земли должны учитывать радиационные эффекты. Пренебрежение этими процессами может привести к занижению энергии метеороида, которая обычно оценивается с помощью сравнения результатов наблюдений сейсмических эффектов с результатами численного 3D моделирования газодинамических процессов в атмосфере, вызванных пролетом и падением метеороидов.

Авторы благодарят М.Ю.Кузьмичеву (ИДГ РАН) за ценные обсуждения.

- P.G. Brown, J.D. Assink, L. Astiz et al. (Collaboration), Nature 503, 238 (2013).
- Г. В. Гивишвили, Л. Н. Лещенко, В. В. Алпатов, С. А. Григорьева, С. В. Журавлев, В. Д. Кузнецов, О. А. Кусонский, В. Б. Лапшин, М. В. Рыбаков, Астрономич. Вестник 47(4), 304 (2013).
- А.В. Тертышников, В.В. Алпатов, Я.В. Глухов, Д.В. Давиденко, Гелиогеофизические исследования 5, 65 (2013).
- О.И. Бернгардт, А.А. Добрынина, Г.А. Жеребцов, А.В. Михалев, Н.П. Перевалова, К.Г. Ратовский, Р.А. Рахматулин, В.А. Саньков, А.Г. Сорокин, ДАН 452(2), 205 (2013).
- N.P. Perevalova, N.V. Shestakov, S.V. Voeykov, H. Takahashi, and M. Guojie, Geophys. Res. Lett. 42(16), 6535 (2015).
- М. Ю. Кузьмичева, Т. В. Лосева, А. Н. Ляхов, Гелиогеофизические исследования 13, 82 (2015).
- Б. Ю. Левин, Физическая теория метеоров и метеорное вещество в Солнечной системе, АН СССР, М. (1956), 296 с.
- А.П. Голубь, И.Б. Косарев, И.В. Немчинов, В.В. Шувалов, Астрономич. Вестник **30**(3), 213 (1996).
- 9. А.П. Голубь, И.Б. Косарев, И.В. Немчинов,

О.П. Попова, Астрономич. Вестник **47**(6), 811 (1997).

- С. С. Григорян, Космические исследования 17(6), 875 (1979).
- А. А. Самарский, Ю. И. Попов, Разностные методы решения задач газовой динамики, Наука, М. (1992), 424 с.
- И.Б. Косарев, Теплофизика высоких температур 31(2), 99 (2009).
- 13. Н. М. Кузнецов, *Термодинамические функции и* ударные адиабаты воздуха при высоких температурах, Машиностроение, М. (1965), 462 с.
- 14. И.В. Авилова, Л.М. Биберман, В.С. Воробьев, В.М. Замалин, Г.А. Кобзев, А.Н. Лагарьков, А.Х. Мнацаканян, Г.Э. Норман, Оптические свойства горячего воздуха, Наука, М. (1970), 320 с.
- Б. Н. Четверушкин, Математическое моделирование задач динамики излучающего газа, Наука, М. (1985), 304 с.
- Н.В. Смирнова, А.Н. Ляхов, Ю.И. Зецер, А.П. Осепян, Ч.-И. Менг, Р. Смит, Г.К.Ш. Нильсен, Космические исследования 42(3), 219 (2004).
- J. Borovička, P. Spurný, P. Brown, P. Wiegert, P. Kalenda, D. Clark, and L. Shrbený, Nature 503, 235 (2013).