

## О коллективных спиновых возбуждениях в купратных ВТСП с электронным допированием

М. В. Еремин<sup>1)</sup>, М. А. Малахов

Казанский (Приволжский) федеральный университет, 420008 Казань, Россия

Поступила в редакцию 13 мая 2016 г.

Предложена аналитическая формула для расчета динамической спиновой восприимчивости электронно-допированных купратов с учетом трехцентровых членов. Результаты расчета мнимой части восприимчивости воспроизводят основные особенности неупругого рассеяния нейтронов (INS) и рентгеновских лучей (RIXS). Показано, что высокочастотное поведение дисперсии коллективных спиновых возбуждений главным образом определяется значениями параметров зоны проводимости и практически не зависит от обменной связи спинов меди. В формировании спинового отклика в области  $\mathbf{Q} \cong (\pi, \pi)$  определяющую роль играют параметры спиновой и сверхпроводящей щелей, а также корреляционные эффекты, связанные с трехцентровыми членами.

DOI: 10.7868/S0370274X1613004X

Исследования спектра коллективных спиновых возбуждений в купратных высокотемпературных сверхпроводниках (ВТСП) в центре внимания современных исследований. Они могут быть ответственны за механизм высокотемпературной сверхпроводимости. Для этой цели используются различные экспериментальные методы. Неупругое рассеяние нейтронов (INS) дает информацию о возбуждениях в области больших волновых векторов  $\mathbf{Q} \cong (\pi, \pi)$ . Область малых волновых векторов изучена методами ядерного и квадрупольного резонансов (NMR/NQR). Для исследования области промежуточных значений волновых векторов в последние годы успешно используется метод неупругого рассеяния рентгеновских лучей (RIXS) [1–5]. Интерпретация экспериментальных данных, и в особенности по RIXS, пока противоречива. В теоретических расчетах в духе приближения случайных фаз (RPA) положение максимума в мнимой части спиновой восприимчивости дырочно-допированных сверхпроводников может быть согласовано (при подходящем выборе параметров) с экспериментальными данными по RIXS, что интерпретируется в пользу парамагнетонной природы спиновых возбуждений. Однако эта интерпретация плохо подходит для объяснения данных по рассеянию нейтронов. В частности, спектральный вес дугообразной ветви с дисперсией “вверх” получается слишком слабым [6]. Это обстоятельство указывает на наличие коллективных колебаний магнетонного типа, которые

свойственны двумерным антиферромагнетикам с локализованными спинами на позициях меди. По мере накопления экспериментальных данных RIXS как для электронно-, так и дырочно-допированных сверхпроводников выяснилось, что имеется значительная разница в поведении спиновых возбуждений в них [5], происхождение которой трудно связать с возбуждениями магнетонного типа. В [7] проведены численные расчеты в рамках кластеров из 12 и 15 спинов, с использованием модели Хаббарда. Результаты расчетов [7] качественно соответствуют имеющимся данным по RIXS. В настоящей работе мы показываем, каким образом данные как по RIXS, так и по INS электронно-допированных купратов могут быть объяснены в аналитических методах расчета, позволяющих рассчитать не только значения частот, но и спектральные веса (интенсивности), причем как в нормальном, так и в сверхпроводящем состояниях.

Минимальной моделью для описания двойственного поведения спинов в электронно-допированных купратах считается  $t$ - $J$  модель. Гамильтониан модели в представлении операторов Хаббарда имеет вид

$$\begin{aligned}
 H = & \sum_{i,j,\sigma} t_{ij} X_i^{\sigma,0} X_j^{0,\sigma} + \frac{1}{2} \sum_{i,j} G_{ij} \delta_i \delta_j - \\
 & \frac{1}{2} \sum_{i,j,\sigma,\sigma'} J_{ij} (-1)^{1-\sigma-\sigma'} X_i^{\sigma,\sigma'} X_j^{\bar{\sigma},\bar{\sigma}'} - \\
 & \sum_{i \neq j,l,\sigma,\sigma'} \frac{t_{il} t_{jl}}{U} (-1)^{1-\sigma-\sigma'} X_i^{\sigma,0} X_l^{\bar{\sigma},\bar{\sigma}'} X_j^{0,\sigma'}. \quad (1)
 \end{aligned}$$

<sup>1)</sup>e-mail: Mikhail.Eremin@kpfu.ru

Здесь  $X_i^{\sigma,0}(X_j^{0,\sigma})$  – операторы рождения (уничтожения) композитных квазичастиц,  $J_{ij}$  – параметр суперобменного взаимодействия между спинами и  $G_{ij}$  – параметр кулоновского взаимодействия,  $\delta_i$  – число носителей (дырок) на одну элементарную ячейку. Первый и третий члены гамильтониана (1) соответствуют  $t$ - $J$  модели [8–10], а последний учитывает перескоки носителей через узлы решетки занятыми спинами с противоположной ориентацией спинов ( $\bar{\sigma} = -\sigma$ ). Через  $U$  обозначена эффективная энергия кулоновского отталкивания двух дырок в одной элементарной ячейке. Такие трехцентровые члены автоматически возникают при выводе гамильтониана  $t$ - $J$  модели. Их роль в формировании дисперсии и спаривании квазичастиц обсуждалась в работах [11–13]. Путем численных расчетов в рамках фрагмента из 12-спинов авторы [7, 13] продемонстрировали применимость  $t$ - $J$  модели с учетом трехцентровых членов для описания спектра коллективных спиновых колебаний, регистрируемых в спектрах RIXS. Входящий в гамильтониан оператор кулоновского взаимодействия дырок на разных узлах решетки коммутирует с оператором спина. Но параметры кулоновского взаимодействия  $G_{ij}$  входят в перенормированные значения параметров зоны проводимости. Ниже параметры зоны будут задаваться в соответствии с данными по фотоэлектронной спектроскопии (ARPES), а параметр обменного взаимодействия между ближайшими соседями  $J_{01} = J_1$  согласовываться с данными по рассеянию нейтронов.

Для вывода формулы динамической спиновой восприимчивости используем метод функций Грина. Считая, что дальний магнитный порядок отсутствует, составляем цепочку уравнений из пяти функций Грина:  $\langle\langle S_{\mathbf{q}}^+ | S_{-\mathbf{q}}^- \rangle\rangle$ ,  $\sum_{i,l} J_{il} e^{-i\mathbf{q}\mathbf{R}} \langle\langle S_i^+ S_l^z - S_l^z S_i^+ | S_{-\mathbf{q}}^- \rangle\rangle$ ,  $\sum_{\mathbf{k}} (t_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} - t_{\mathbf{k}}) \langle\langle X_{\mathbf{k}}^{\uparrow,0} X_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^{0,\downarrow} | S_{-\mathbf{q}}^- \rangle\rangle$ ,  $\langle\langle X_{\mathbf{k}}^{\uparrow,0} X_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^{0,\downarrow} | S_{-\mathbf{q}}^- \rangle\rangle$  и  $\langle\langle X_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^{0,\downarrow} X_{\mathbf{k}}^{\uparrow,0} | S_{-\mathbf{q}}^- \rangle\rangle$ , аналогично тому, как это было сделано в [14–17] для дырочно-допированных купратов. В итоге для динамической спиновой восприимчивости получено следующее выражение:

$$\chi^{\pm}(\omega, \mathbf{q}) = \frac{\chi \zeta_{t,J} + (2J_1 K_1 (2 - \gamma_{\mathbf{q}}) - \chi_{t,J}) \zeta}{[1 + \lambda] \zeta_{t,J} + [\omega^2 - \Omega_{\mathbf{q}}^2 - \bar{J}_1 t_1 (2 - \gamma_{\mathbf{q}}) - \lambda_{t,J}] \zeta}. \quad (2)$$

Здесь  $\Omega_{\mathbf{q}}^2 = 2J_1^2 \alpha |K_1| (2 - \gamma_{\mathbf{q}}) (\Delta_{sp} + 2 + \gamma_{\mathbf{q}})$  – квадрат частоты спиновых возбуждений магнетонного типа, реализующихся в родительских соединениях ВТСП при малых индексах допирования.  $\Delta_{sp}$  – безразмерный параметр спиновой щели, характеризующий частоту коллективных колебаний локализованных спинов при значении волнового вектора  $\mathbf{Q} = (\pi, \pi)$ ,  $K_1 =$

$= 4 \langle S_i^z S_{i+1}^z \rangle$  – спин-спиновая корреляционная функция между ближайшими спинами меди,  $\alpha$  – параметр расщепления, который определяется правилом сумм  $\langle s_0^z s_1^z \rangle = \frac{1-\delta}{4}$ , где  $\delta$  – число носителей в расчете на одну элементарную ячейку,  $\gamma_{\mathbf{q}} = \cos q_x a + \cos q_y a$ ,  $\bar{J}_1 = -J_1 \langle X_{i+1}^{0,\sigma} X_i^{\sigma,0} \rangle$ . Функция  $\chi = \chi(\omega, \mathbf{q})$  является восприимчивостью невзаимодействующих квазичастиц. Функции  $\chi, \chi_{t,J}, \zeta, \zeta_{t,J}, \lambda, \lambda_{t,J}$  определяются формулами:

$$\chi = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} \chi_{\mathbf{k},\mathbf{q}}, \quad \chi_{t,J} = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} M_{\mathbf{k},\mathbf{q}} \chi_{\mathbf{k},\mathbf{q}}, \quad (3)$$

$$\zeta = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} \zeta_{\mathbf{k},\mathbf{q}}, \quad \zeta_{t,J} = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} M_{\mathbf{k},\mathbf{q}} \zeta_{\mathbf{k},\mathbf{q}}, \quad (4)$$

$$\lambda = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} \lambda_{\mathbf{k},\mathbf{q}}, \quad \lambda_{t,J} = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} M_{\mathbf{k},\mathbf{q}} \lambda_{\mathbf{k},\mathbf{q}}. \quad (5)$$

При  $T < T_c$  функции  $\chi_{\mathbf{k},\mathbf{q}}$  и  $\zeta_{\mathbf{k},\mathbf{q}}$  имеют вид:

$$\chi_{\mathbf{k},\mathbf{q}} = S_{xx} \frac{n_{\mathbf{k}}^h - n_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^h}{\omega + E_{\mathbf{k}} - E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}} + S_{yy} \frac{n_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^h - n_{\mathbf{k}}^h}{\omega - E_{\mathbf{k}} + E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}} + S_{xy} \frac{n_{\mathbf{k}}^h + n_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^h - P}{\omega + E_{\mathbf{k}} + E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}} + S_{yx} \frac{P - n_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^h - n_{\mathbf{k}}^h}{\omega - E_{\mathbf{k}} - E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}}, \quad (6)$$

$$\zeta_{\mathbf{k},\mathbf{q}} = S_{xx} \frac{1}{\omega + E_{\mathbf{k}} - E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}} + S_{yy} \frac{1}{\omega - E_{\mathbf{k}} + E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}} + S_{xy} \frac{1}{\omega + E_{\mathbf{k}} + E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}} + S_{yx} \frac{1}{\omega - E_{\mathbf{k}} - E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}}. \quad (7)$$

В (6), (7) и далее  $E_{\mathbf{k}} = \sqrt{(\varepsilon_{\mathbf{k}} - \mu)^2 + \Delta_{\mathbf{k}}^2}$  – энергия боголюбовских квазичастиц,  $n_{\mathbf{k}}^h = \langle X_{\mathbf{k}}^{0,\sigma} X_{\mathbf{k}}^{\sigma,0} \rangle = P f_{\mathbf{k}}^h$  – числа заполнения,  $P = \frac{1+\delta}{2}$ ,  $f_{\mathbf{k}}^h = 1/(1 + e^{-E_{\mathbf{k}}/k_B T})$  – ферми-функции в дырочном представлении. Это представление сейчас более удобно, так как в родительском соединении купратов, когда носителей тока нет, нижняя хаббардовская зона состояний полностью заполнена. Для краткости записи когерентных факторов используются обозначения  $S_{xx} = x_{\mathbf{k}} x_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} + z_{\mathbf{k}} z_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}$ ,  $S_{yy} = y_{\mathbf{k}} y_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} + z_{\mathbf{k}} z_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}$ ,  $S_{xy} = x_{\mathbf{k}} y_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} - z_{\mathbf{k}} z_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}$ ,  $S_{yx} = y_{\mathbf{k}} x_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} - z_{\mathbf{k}} z_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}$ .

Энергия квазичастиц определяется выражением:

$$\varepsilon_{\mathbf{k}} = 2t_{\text{eff}}^{(1)} (\cos k_x a + \cos k_y a) + 4t_{\text{eff}}^{(2)} \cos k_x a \cos k_y a + \dots, \quad (8)$$

в котором в качестве эффективных (перенормированных) интегралов перескока для первых, вторых и третьих соседей выступают величины:

$$t_{\text{eff}}^{(1)} = t_1 \left( P + \frac{0.5 + F_1^t}{1 + \delta} K_1 \right) +$$

$$+ \left[ J_1 \frac{1 - F_1^J}{2P} + G_1 \frac{1 - F_1^G}{P} - 3 \frac{t_1^2}{U} (f + 1) \right] \langle X_0^{0,\uparrow} X_1^{\uparrow,0} \rangle, \quad (9)$$

$$t_{\text{eff}}^{(2)} = t_2 \left( P + \frac{0.5 + F_2^t}{1 + \delta} K_2 \right) + G_1 \frac{1 - F_2^G}{P} \langle X_0^{0,\uparrow} X_2^{\uparrow,0} \rangle + \frac{t_1^2}{U} \left( K_1 (f + 2) - 2 \frac{1 - \delta}{1 + \delta} \left[ P^2 + \frac{K_2}{4} \right] \right), \quad (10)$$

$$t_{\text{eff}}^{(3)} = t_3 \left( P + \frac{0.5 + F_3^t}{1 + \delta} K_3 \right) + G_1 \frac{1 - F_3^G}{P} \langle X_0^{0,\uparrow} X_3^{\uparrow,0} \rangle + \frac{t_1^2}{2U} \left( K_1 (f + 2) - \frac{1 - \delta}{1 + \delta} \left[ P^2 + \frac{K_3}{4} \right] \right). \quad (11)$$

Согласование уравнений для функций Грина приводит к условию  $t_{\text{eff}}^{(i)} = P t_i (1 - F_i^t)$ . В частности, положив  $F_i^J = F_i^G = f = 1$  и учитывая, что  $J_1 = 2 \frac{t_1^2}{U}$ , из (9) получаем уравнение для оценки параметра  $F_1^t$  через корреляционные функции и концентрацию носителей:

$$F_1^t = \frac{-0.5 K_1 + 6 P J_1 t_1^{-1} \langle X_0^{0,\uparrow} X_1^{\uparrow,0} \rangle}{2 P^2 + K_1}. \quad (12)$$

Функция  $\lambda_{\mathbf{k},\mathbf{q}}$  в (5) состоит из трех членов:

$$\lambda_{\mathbf{k},\mathbf{q}} = J_1 F_1^J \gamma_{\mathbf{q}} \chi_{\mathbf{k},\mathbf{q}} + P J_1 (1 - f) \gamma_{2\mathbf{k}+\mathbf{q}} \chi_{\mathbf{k},\mathbf{q}} + \pi_{\mathbf{k},\mathbf{q}}. \quad (13)$$

Первый соответствует обменно полю от локализованных спинов, второй связан с трехцентровыми членами. Ранее он не отмечался. Структурный фактор имеет вид  $\gamma_{2\mathbf{k}+\mathbf{q}} = \cos(2k_x + q_x)a + \cos(2k_y + q_y)a + 2(\cos k_x a \cos(k_y + q_y)a + \cos k_y a \cos(k_x + q_x)a)$ . Последнее слагаемое в (13) соответствует так называемому кинематическому полю и записывается в виде:

$$\begin{aligned} \pi_{\mathbf{k},\mathbf{q}} = & S_{xx} \frac{t'_k (n_k^h - P) - t'_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} (n_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^h - P)}{\omega + E_{\mathbf{k}} - E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}} + \\ & + S_{yy} \frac{t'_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} n_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^h - t'_k n_k^h}{\omega - E_{\mathbf{k}} + E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}} + S_{yx} \frac{t'_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} (P - n_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^h) - t'_k n_k^h}{\omega - E_{\mathbf{k}} - E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}} + \\ & + S_{xy} \frac{t'_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} n_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^h - t'_k (P - n_k^h)}{\omega + E_{\mathbf{k}} + E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}}. \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь  $t'_k = \sum_j (1 - F_j^t) t_{ij}$  – редуцированный интеграл перескока.

Для сокращения записи в (3)–(5) используются обозначения:

$$M_{\mathbf{k},\mathbf{q}} = \frac{1}{2} (\bar{J}_1 \gamma_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} - \bar{J}_1 \gamma_{\mathbf{k}} - 2\omega) (t_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} - t_{\mathbf{k}}) - \frac{t_1^2}{U} J_1 T_{\mathbf{k},\mathbf{q}}, \quad (15)$$

$$\begin{aligned} T_{\mathbf{k},\mathbf{q}} = & 4 K_1 \gamma_{\mathbf{q}} \gamma_{2\mathbf{k}+\mathbf{q}} - \left( \frac{3}{2} + 8 K_1 \right) \gamma_{2\mathbf{k}+\mathbf{q}} + \\ & + (1 + 2 K_2 + K_3) \left( \gamma_{2(\mathbf{k}+\mathbf{q})} + \frac{1}{2} \gamma_{2\mathbf{k}} \right), \end{aligned} \quad (16)$$

$$\gamma_{2\mathbf{k}} = 4 \cos k_x a \cos k_y a + \cos 2k_x + \cos 2k_y, \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \gamma_{2(\mathbf{k}+\mathbf{q})} = & 4 \cos(k_x + q_x) a \cos(k_y + q_y) a + \\ & + \cos 2(k_x + q_x) a + \cos 2(k_y + q_y) a. \end{aligned} \quad (18)$$

Как видно, полученное выражение для динамической спиновой восприимчивости (2) содержит как характеристики коллективизированных, так и локализованных спинов, которые представлены, в частности, спин-спиновыми корреляционными функциями и частотой  $\Omega_{\mathbf{q}}$ . Выражение (2), в отсутствие трехцентровых членов и условий согласования в выборе параметров проектирования (9)–(11), соответствует полученному в работах [18, 19]. Ниже, для более точного сопоставления с данными по RIXS и INS мы приведем графики мнимой части спиновой восприимчивости. Мнимая часть в (2) получается путем подстановки  $\omega \rightarrow \omega + i\Gamma$ , где, как и обычно,  $\Gamma$  – параметр затухания. Важно отметить, что из-за наличия функций  $\zeta$  и  $\zeta_{t,J}$ , которые содержат сверхпроводящую щель, вклад локализованных спинов в восприимчивость при  $T < T_c$  автоматически “вымораживается”. Интересно отметить, что при описании взаимосвязи восприимчивостей локализованных и коллективизированных спинов важную роль играет также функция  $M_{\mathbf{k},\mathbf{q}}$ . В этой функции, как можно видеть из (15), доминирующая роль, на не очень высоких частотах, принадлежит трехцентровым членам.

Часть результатов нашего численного расчета по формуле (2) приведена на рис. 1 и 2. Эффектив-

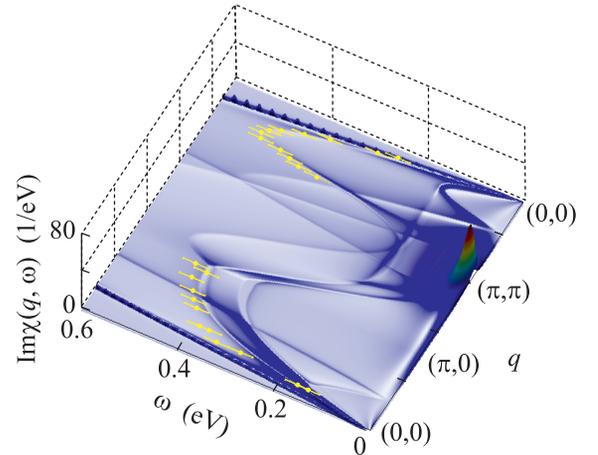


Рис. 1. (Цветной онлайн) Рассчитанная по формуле (2) мнимая часть спиновой восприимчивости как функция частоты и волнового вектора,  $\Gamma = 5$  мэВ. Волновые числа изменяются вдоль треугольного контура  $(0,0) - (0,\pi) - (\pi,\pi) - (0,0)$  по зоне Бриллюэна. Символы соответствуют экспериментальным данным RIXS из работы [5] для  $\text{Nd}_{2-x}\text{Ce}_x\text{CuO}_4$

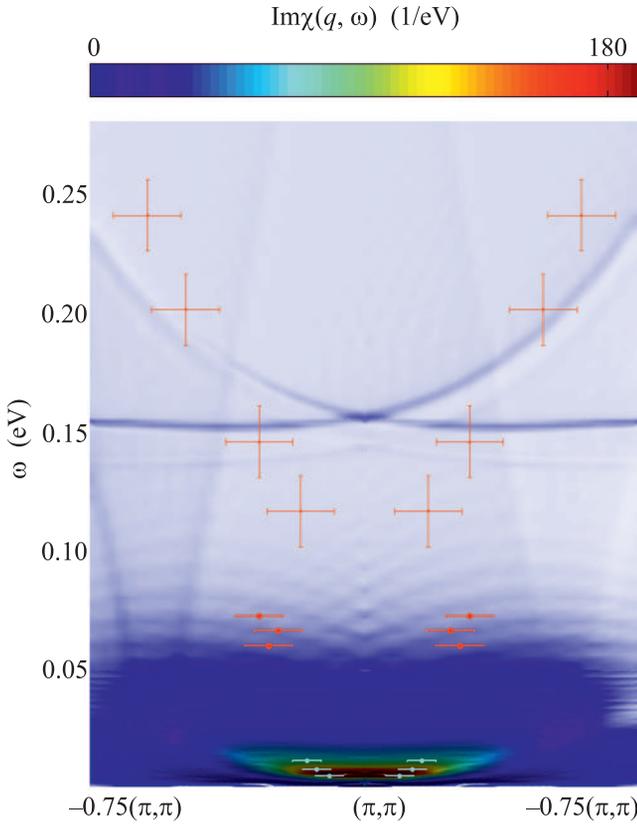


Рис. 2. (Цветной онлайн) Мнимая часть спиновой восприимчивости вдоль диагонали зоны Бриллюэна в окрестности  $\mathbf{Q} = (\pi, \pi)$ ,  $\Gamma = 0.5$  мэВ. Символы с погрешностями измерений – данные из работы [24] для  $\text{Pr}_{0.88}\text{LaCe}_{0.12}\text{CuO}_{4-x}$

ные параметры зоны проводимости выбраны равными:  $t_{\text{eff}}^{(1)} = -0.2$  эВ,  $t_{\text{eff}}^{(2)} = -0.3t_{\text{eff}}^{(1)}$ ,  $t_{\text{eff}}^{(3)} = 0.1t_{\text{eff}}^{(1)}$  в соответствии с их значениями, оцененными из данных фотоэмиссионной спектроскопии в [20, 21]. При значениях спиновых корреляторов:  $K_1 = -0.22$ ,  $K_2 = K_3 = 0$ ,  $\delta = 0.3$ , параметрах согласования:  $F_1^J = 0.3$ ,  $F_{1,2,3}^G = F_{2,3}^J = f = 1$ ,  $\alpha = 1.5$ ,  $J_1 = 0.11$  эВ, затравочные интегралы перескока в гамильтониане (1) и, соответственно, в функциях  $\chi_{t,J}$ ,  $\zeta_{t,J}$  и  $\lambda_{t,J}$  оказались равными (эВ):  $t_1 = -0.48$ ,  $t_2 = 0.18$ ,  $t_3 = -0.007$ . Температура считалась равной  $T = 10$  К. Зависимость параметра сверхпроводящей щели бралась согласно [22, 23], т.е. в виде  $\Delta_{\mathbf{k}} = \Delta_1(\cos k_x - \cos k_y) + \Delta_4(\cos 3k_x - \cos 3k_y)$ , где (мэВ)  $\Delta_1 = 3.9$ ,  $\Delta_4 = -2$ . Безразмерный параметр спиновой щели ( $\Delta_{\text{sp}} = 10^{-3}$ ), входящий в выражение (2), согласован с положением резонансного пика в рассеянии нейтронов на волновом векторе  $\mathbf{Q} = (\pi, \pi)$  в  $\text{Pr}_{0.88}\text{LaCe}_{0.12}\text{CuO}_{4-x}$ . Как видно из рис. 1 и 2, рассчитанная дисперсия в положении максимумов мнимой части спиновой восприимчивости имеет много

общего с той, что обнаружена методами RIXS и INS. Высокочастотные участки рассчитанных и измеренных методов RIXS значительно выше ожидаемых в предположении о магнотно-подобном характере спиновых возбуждений. К тому же, они достаточно диффузны и больше напоминают ветви парамагнетного типа. Частота их сильно зависит от значений интегралов перескока, определяющих дисперсию квазичастиц. Кроме того, расчет воспроизводит так называемую асимметрию между дырочно- и электронно-допированными ВТСП. На рис. 1 видно, что максимум частоты вдоль координатной оси примерно на 0.45 эВ и ниже частоты соответствующей максимуму на линии вдоль диагонали зоны Бриллюэна. В дырочно-допированных ВТСП такой эффект не наблюдается. Важно также отметить, что результаты нашего расчета по части дисперсии частоты высокочастотной части спиновых возбуждений согласуются с кластерными численными расчетами [7], что свидетельствует в пользу корректности сделанных расщеплений для функций Грина. Расчет по формуле (2) требует меньших затрат машинного времени. Удастся рассчитать гораздо большее число точек в зоне Бриллюэна и тем самым более детально сравнить результат с экспериментальными данными. На рис. 1 они изображены символами с указанием погрешности изменений. В качестве предсказаний, вытекающих из выражения (2), можно отметить наличие новой ветви на сравнительно низких частотах при изменении волновых векторов вдоль диагонали зоны Бриллюэна. Интересно было бы проверить это предсказание экспериментально. Отметим, что частотное положение этой новой ветви также может изменяться при изменении параметров зоны проводимости. В кластерных расчетах наличие такой ветви не отмечалось. В отличие от кластерных расчетов из рис. 1 и 2 хорошо видно, что спектральный вес сильно смещен в сторону низких частот. Главный пик у мнимой части спиновой восприимчивости находится в области волнового вектора  $\mathbf{Q} = (\pi, \pi)$ , причем он является U-образным, что хорошо соответствует данным по рассеянию нейтронов [24, 25]. В формировании этого пика, как и случае дырочно-допированных купратов, важную роль играет сверхпроводимость. Сверхпроводимость “выталкивает” спектральный вес в сторону высоких частот. На малых частотах, в области  $\mathbf{Q} = (\pi, \pi)$  при  $T < T_c$ , имеется щель в спектре спиновых возбуждений порядка  $2(\Delta_1 - \Delta_4)$ . Однако, дугообразная ветвь с дисперсией вниз (как это имеет место в случае дырочно-допированных купратов) сейчас отсутствует. Как это видно из рис. 2, наш расчет в этом аспекте согласуется с экспериментальными дан-

ными. Положение двух экспериментальных “точек-символов” на энергиях 120 и 70 мэВ не воспроизводятся в нашем расчете. Причина этого пока неясна. Возможно, это указывает на то, что выражение (2) преувеличивает затухание магноноподобной компоненты спинов  $\Omega_q$  из-за электронно-дырочных возбуждений. Граница области электронно-дырочных возбуждений хорошо видна на рис. 1. в виде зубчатых стенок. Качественно она полностью соответствует той, что обычно получается в приближении случайных фаз. Это связано с наличием знаменателя  $\omega + E_{\mathbf{k}} - E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}$  у функций, входящих в формулу (2).

Работа М.А.М. выполнена при поддержке программы повышения конкурентноспособности К(П)ФУ.

1. L. Braicovich, J. van den Brink, V. Bisogni, M. Sala, L. J. P. Ament, N. B. Brookes, G. M. De Luca, M. Salluzzo, T. Schmitt, V. N. Strocov, and G. Ghiringhelli, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 077002 (2010).
2. M. Le Tacon, G. Ghiringhelli, J. Chaloupka et al. (Collaboration), *Nature Physics* **7**, 725 (2011).
3. M. P. M. Dean, G. Dellea, R. S. Springell et al. (Collaboration), *Nat. Mater.* **12**, 1019 (2013).
4. M. Guarise, B. D. Piazza, H. Berger, E. Giannini, T. Schmitt, H. M. Rønnow, G. A. Sawatzky, J. van den Brink, D. Altenfeld, I. Eremin, and M. Grioni, *Nat. Comm.* **5**, 5760 (2014).
5. W. S. Lee, J. J. Lee, E. A. Nowadnick et al. (Collaboration), *Nature Physics* **10**, 883 (2014).
6. D. Reznik, J.-P. Ismer, I. Eremin, L. Pintschovius, T. Wolf, M. Arai, Y. Endoh, T. Masui, and S. Tajima, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 132503 (2008).
7. C. J. Jia, E. A. Nowadnick, K. Wohlfeld, Y. F. Kung, C.-C. Chen, S. Johnston, T. Tohyama, B. Moritz, and T. P. Devereaux, *Nat. Comm.* **5**, 3314 (2014).
8. P. W. Anderson, *Science* **235**, 1196 (1987).
9. Ю.А. Изюмов, *Успехи физических наук* **167**, 465 (1997).
10. N. M. Plakida, *High-Temperature Cuprate Superconductors. Experiment, Theory, and Applications*, Springer, Berlin, Heidelberg, N.Y., Hong Kong, London, Milan, Paris, Tokyo (2011).
11. В. В. Вальков, Т. А. Валькова, Д. М. Дзедзисавили, С. Г. Овчинников, *Письма в ЖЭТФ* **75**, 450 (2002).
12. М. М. Коршунов, С. Г. Овчинников, А. В. Шерман, *Письма в ЖЭТФ* **80**, 45 (2004).
13. Y. Wang, K. Wohlfeld, B. Moritz, C. J. Jia, M. van Veenendaal, K. Wu, C.-C. Chen, and T. P. Devereaux, *Phys. Rev. B* **92**, 075119 (2015).
14. М. В. Еремин, А. А. Алеев, И. М. Еремин, *ЖЭТФ* **133**, 262 (2008) [*JETP* **106**, 752 (2008)].
15. M. V. Eremin, I. M. Shigapov, and I. M. Eremin, *Eur. Phys. J. B.* **85**, 131 (2012).
16. M. V. Eremin, I. M. Shigapov, and H. T. D. Thuy, *J. Phys.: Cond. Matt.* **25**, 345701 (2013).
17. M. V. Eremin, I. M. Shigapov, and I. M. Eremin, *Magnetic Resonance in Solids. Electronic J.* **16**, 14206 (2014).
18. А. И. Андреев, М. В. Еремин, И. М. Еремин, *Письма в ЖЭТФ* **86**, 386 (2007) [*JETP* **106**, 752 (2008)].
19. А. И. Андреев, М. В. Еремин, И. М. Еремин, *ЖЭТФ* **135**, 65 (2009) [*JETP Lett.* **84**, 167 (2009)].
20. N. P. Armitage, F. Ronning, D. H. Lu et al. (Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **88**, 25 (2002).
21. J.-P. Ismer, I. Eremin, T. Rossi, D. Morr, and K. Dirk, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 047005 (2007).
22. G. Blumberg, A. Koitzsch, A. Gozar, B. S. Dennis, C. A. Kendziora, P. Fournier, and R. L. Greene, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 107002 (2002).
23. H. Matsui, T. Terashima, T. Sato, T. Takahashi, M. Fujita, and K. Yamada, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 017003 (2005).
24. S. D. Wilson, Sh. Li, H. Woo, P. Dai, H. A. Mook, C. D. Frost, S. Komiya, and Y. Ando, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 157001 (2006).
25. S. D. Wilson, Sh. Li, P. Dai, W. Bao, J.-H. Chung, H. J. Kang, S.-H. Lee, S. Komiya, Y. Ando, and Q. Si, *Phys. Rev. B* **74**, 144514 (2006).