

# Магнитоплазменные возбуждения и эффект перенормировки скорости электронов и дырок в подвешенном графене, исследованные методом неупругого рассеяния света

В. И. Кукушкин<sup>1)</sup>, В. Е. Кирпичев, И. В. Кукушкин

Институт физики твердого тела РАН, 142432 Черноголовка, Россия

Поступила в редакцию 1 июня 2016 г.

Методом неупругого рассеяния света впервые исследованы свойства плазменных и магнитоплазменных возбуждений в свободно подвешенном графене. Помимо одночастичных возбуждений, связанных с переходами между пустыми уровнями Ландау электронов и дырок, впервые обнаружены коллективные плазменные и магнитоплазменные возбуждения в системе электронов (и дырок) различной плотности. Показано, что в пределе больших факторов заполнения происходит гибридизация плазменных и циклотронных мод, отвечающая закону Кона, что позволяет прямым способом измерять плазменную и циклотронную энергии. Из зависимости циклотронной энергии от магнитного поля в подвешенном графене исследовано изменение скорости электронов и дырок от их концентрации. Обнаружен эффект сильной перенормировки дисперсии электронов и дырок, заключающийся в увеличении скорости (на 40–50 %) при уменьшении концентрации носителей заряда вплоть до  $10^{11}$  см<sup>-2</sup>. В подвешенном графене, а также в графене, лежащем на поверхности двуокиси кремния, измерены зависимости ширины магнитоплазменных резонансов от концентрации носителей заряда и показано, что минимальные ширины резонансов составляют 3.5 и 14.8 мэВ, соответственно.

DOI: 10.7868/S0370274X16130087

Система двумерных электронов в графене привлекает значительный интерес благодаря своим необычным свойствам – линейный безмассовый закон дисперсии, отвечающий дираковскому спектру, отсутствие энергетической щели – все это обеспечивает появление новых особенностей даже в старых физических явлениях, таких, например, как квантовый эффект Холла. За последние 10 лет вышло огромное количество экспериментальных и теоретических работ, посвященных исследованию электронных свойств графена, наиболее существенные результаты которых можно найти в многочисленных обзорах [1–7]. Следует отметить, что подавляющее большинство результатов, полученных для электронной системы в графене, объясняется в рамках одночастичных представлений, а многочастичные эффекты в графене практически не проявляются. В первую очередь это связано с большой энергией Ферми двумерных электронов (из-за линейного закона дисперсии), а также со значительной амплитудой случайного потенциала (беспорядка), который неизбежно возникает в однослойной структуре. Следует отметить, что сравнительно высокая подвижность носителей заряда в графене не может

служить индикатором высокого качества электронной системы (из-за безмассовости электронов), а реальным параметром, отражающим совершенство структур, является, например, время импульсной релаксации электронов или ширина линии циклотронного резонанса. Таким образом, на фоне двух больших энергий (Ферми и амплитуды беспорядка) электрон-электронное взаимодействие в графене является слабым, что подавляет наиболее интересные многочастичные эффекты. Хорошо известно, что одним из самых простых и наиболее сильных проявлений коллективных свойств электронной системы являются плазменные и магнитоплазменные колебания, свойства которых хорошо изучены в традиционных двумерных системах, реализующихся, например, в кремниевых МДП-структурах [8] и в квантовых ямах GaAs/AlGaAs [9]. Традиционными методами исследования плазменных возбуждений являются резонансное поглощение (в СВЧ- или ИК-диапазонах) [10, 11] и неупругое рассеяние света [12, 13]. Эти методы также были применены для обнаружения и изучения свойств плазменных и магнитоплазменных волн в графене и были выявлены основные проблемы, которые ограничивают исследования этих коллективных возбуждений [14, 15]. При исследовании резонансного поглощения

<sup>1)</sup>e-mail: kukush1@mail.ru

в графеновых структурах, лежащих на поверхности двуокиси кремния и имеющих конечный размер, были обнаружены как объемные, так и краевые магнитоплазменные моды [16, 17]. Однако при этом было установлено, что характерная ширина резонансов превышает 10 мэВ, что в тысячу раз больше характерной ширины аналогичных резонансов, измеряемых в структурах GaAs/AlGaAs [18]. Таким образом, система двумерных электронов в графене, лежащем на поверхности двуокиси кремния, характеризуется очень большой неоднородностью и беспорядком, что приводит к аномально большому уширению резонансных линий поглощения и ограничивает возможности по изучению плазменных волн. С другой стороны известно, что для повышения качества электронной системы в графене правильно использовать графеновый монослой, подвешенный на контактах [19, 20]. В этом случае монослой не соприкасается с подложкой и после его прокалывания в вакууме с помощью электрического тока [21] можно значительно увеличивать проводимость и подвижность электронов (при фиксированной плотности) [22] и, следовательно, получать значительно более длинные времена релаксации импульса и значительно более узкие резонансные линии.

В настоящей работе мы исследовали плазменные и магнитоплазменные возбуждения двумерных электронов и дырок в подвешенном графене методом неупругого рассеяния света. Для этой цели мы разработали установку, которая позволяла с помощью микроподвижек находить в криостате с магнитом графеновые структуры, подвешенные на контактах, и измерять в них спектры неупругого рассеяния света с пространственным разрешением 2 мкм. Методом токового отжига обеспечивалось получение оптимальных транспортных характеристик носителей заряда в подвешенном графене, что позволяло получать наиболее узкие линии неупругого рассеяния света. Помимо одночастичных возбуждений, связанных с переходами между пустыми уровнями Ландау электронов и дырок [23, 24], впервые обнаружены коллективные плазменные и магнитоплазменные возбуждения в системе электронов (и дырок) различной плотности. Показано, что, несмотря на линейную дисперсию носителей заряда в графене, гибридизация плазменных и циклотронных мод в пределе больших факторов заполнения происходит в соответствии с законом Кона, что позволяет прямым способом измерять циклотронную энергию и перенормированную скорость электронов и дырок. Из зависимости энергии магнитоплазменных возбуждений от магнитного поля установлено, как изменя-

ется скорость электронов и дырок от концентрации в подвешенном графене. Обнаружен эффект сильной перенормировки дисперсии электронов и дырок, заключающийся в увеличении скорости (на 40–50 %) при уменьшении концентрации носителей заряда вплоть до  $10^{11} \text{ см}^{-2}$ . В подвешенном графене, а также в графене, лежащем на поверхности двуокиси кремния измерены зависимости ширины магнитоплазменных резонансов от концентрации электронов и дырок и показано, что минимальная ширина резонанса отвечает концентрациям  $2.5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  и  $6.5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ , соответственно, в первом и втором случае.

Для исследования спектров неупругого рассеяния света от структур подвешенного графена, имеющих характерный размер 10 мкм, мы разработали установку, которая позволяла с помощью криогенной трехкоординатной подвижки находить эти микроструктуры в криостате с магнитным полем. Схема установки показана на рис. 1. Пространственное

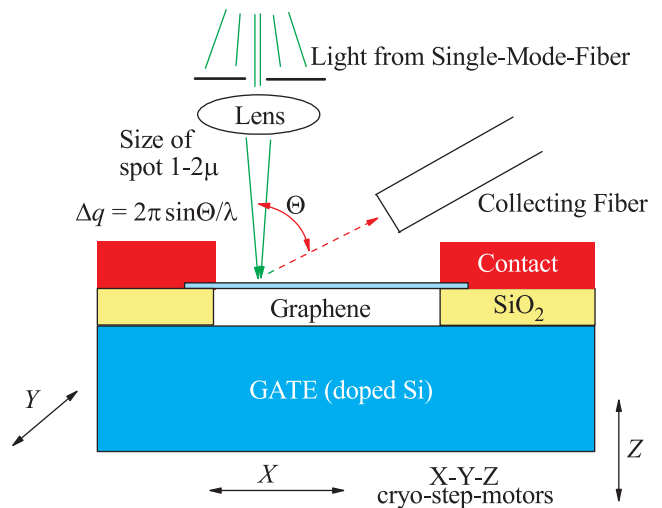


Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема установки для исследования спектров неупругого рассеяния света от структур подвешенного графена, имеющих характерный размер 10 мкм. Установка позволяла с помощью криогенной трехкоординатной подвижки находить эти микроструктуры в криостате с магнитным полем при низких температурах. Пространственное разрешение установки составляло 2 мкм

разрешение установки составляло 2 мкм. Для фотовозбуждения микроструктуры мы использовали лазер с длиной волны 532 нм, излучение которого через одномодовый световод и асферическую микролинзу фокусировалось в размер 1–2 мкм. Рассеянный свет собирался через собирающие световоды с диаметром 200 мкм. Конфигурация световодов поз-

воляла изменять величину импульса, передаваемого от света в двумерную систему, в диапазоне от  $0.5$  до  $1.1 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$ . Спектры неупругого рассеяния света записывались с помощью двойного спектрометра (спектральное разрешение  $0.1 \text{ мэВ}$ ) и ССД-камеры, охлаждаемой до температуры  $-90^\circ\text{C}$ . В работе использовался криостат с магнитом, позволяющий производить измерения в интервале температур  $1.5\text{--}4.2 \text{ К}$  и в магнитном поле до  $13 \text{ Т}$ . Структура с подвешенным графеном была изготовлена традиционным методом, описанным ранее [25, 26]. Механически отщепленный кусочек графена с характерным размером  $10 \text{ мкм}$  наносился на очищенную поверхность структуры  $\text{Si}/\text{SiO}_2$  (толщина двуокиси кремния составляла  $300 \text{ нм}$ , а легированная кремниевая подложка служила в качестве затвора). Затем на слой графена наносились два  $\text{Au}/\text{Ti}$  контакта, после чего слой  $\text{SiO}_2$  под графеном (часть, не закрытая контактами) удалялся с помощью жидкого травления. В результате получался графеновый слой, подвешенный на контактах и удаленный от затвора (легированного кремния) на расстояние  $300 \text{ нм}$ . Для улучшения структурного качества получившегося образца он отжигался  $1 \text{ ч}$  при температуре  $200^\circ\text{C}$  в аргоново-водородной смеси, и, кроме того, мы применяли метод прокалывания графенового слоя током в вакууме, который позволял удалять с поверхности подвешенного графена остаточные примеси и дефекты [21, 22]. Для этого через подвешенный графен, помещенный в криостат с магнитом, в течение  $5 \text{ мин}$  в вакууме пропусклся ток (порядка  $2 \text{ мА}$ ), что приводило к значительному разогреву образца (по оценкам вплоть до  $300\text{--}400^\circ\text{C}$ ). После такой процедуры, повторенной несколько раз, подвижность электронов в графене увеличивалась в три раза и при концентрации  $2 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  она достигала величины  $2 \cdot 10^5 \text{ см}^2/\text{Vs}$ . Характерные зависимости подвижности электронов и дырок от концентрации, измеренные при  $1.5 \text{ К}$  до и после процедуры прокалывания током, показаны на рис. 2. Во избежание электростатического разрыва подвешенной структуры (из-за притяжения к затвору) мы ограничивали приложенное напряжение так, что концентрация электронов (и дырок) не превышала  $5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ . При больших напряжениях наблюдалось уширение линий, которое свидетельствовало о развивающейся в системе неоднородности.

На рис. 3 представлен спектр неупругого рассеяния света, измеренный при температуре  $T = 1.5 \text{ К}$  в магнитном поле  $B = 1.1 \text{ Т}$ , электронной плотности  $3 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  и при импульсе передачи  $0.55 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$ . В этом спектре присутствуют несколько хорошо из-

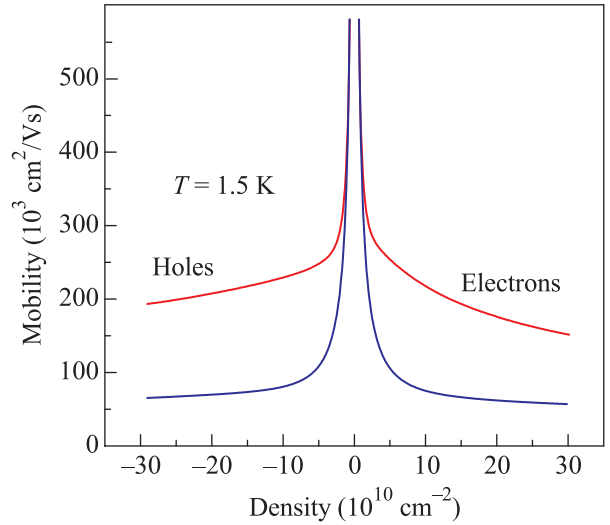


Рис. 2. (Цветной онлайн) Характерные зависимости подвижности электронов и дырок от концентрации, измеренные при  $1.5 \text{ К}$  до и после процедуры прокалывания током слоя графена

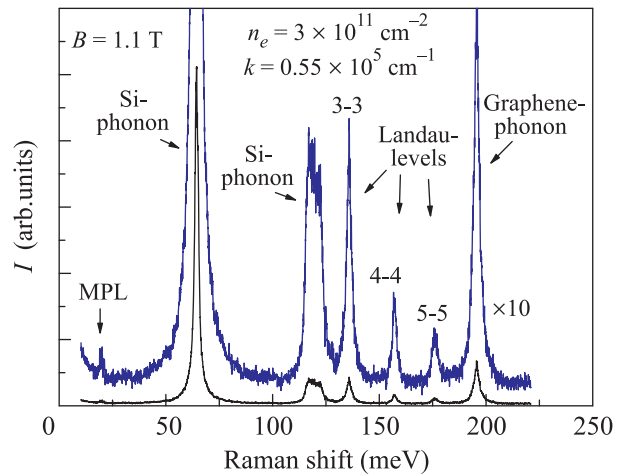


Рис. 3. (Цветной онлайн) Спектр неупругого рассеяния света, измеренный при температуре  $T = 1.5 \text{ К}$  в магнитном поле  $B = 1.1 \text{ Т}$ , электронной плотности  $n_S = 3 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  и при импульсе передачи  $q = 0.55 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$ . Длина волны лазера  $532 \text{ нм}$ . В спектре присутствует слабая, ранее не наблюдавшаяся линия (MPL), с рамановским сдвигом около  $16 \text{ мэВ}$ , которая отвечает коллективным магнитоплазменным возбуждениям в системе двумерных электронов в подвешенном графене

вестных интенсивных линий, которые возникают от кремниевой подложки (линии с рамановским сдвигом  $64$  и  $120 \text{ мэВ}$ ), а также линия, отвечающая графеновому фонону с рамановским сдвигом  $196 \text{ мэВ}$  [27, 28]. Кроме того, в спектре наблюдаются также три интенсивные линии, отвечающие одночастичным переходам между уровнями Ландау электронов

и дырок (3-3), (4-4) и (5-5) (со сдвигами 136, 157 и 176 мЭВ, соответственно), свойства которых подробно исследовались в работах [23, 24]. В спектре также присутствует слабая, ранее не наблюдавшаяся линия, с рамановским сдвигом около 16 мЭВ, которая, как это будет показано ниже, отвечает коллективным магнитоплазменным возбуждениям в системе двумерных электронов в подвешенном графене. Из рис. 4а видно, что по мере увеличения магнитного поля эта новая линия неупругого рассеяния света

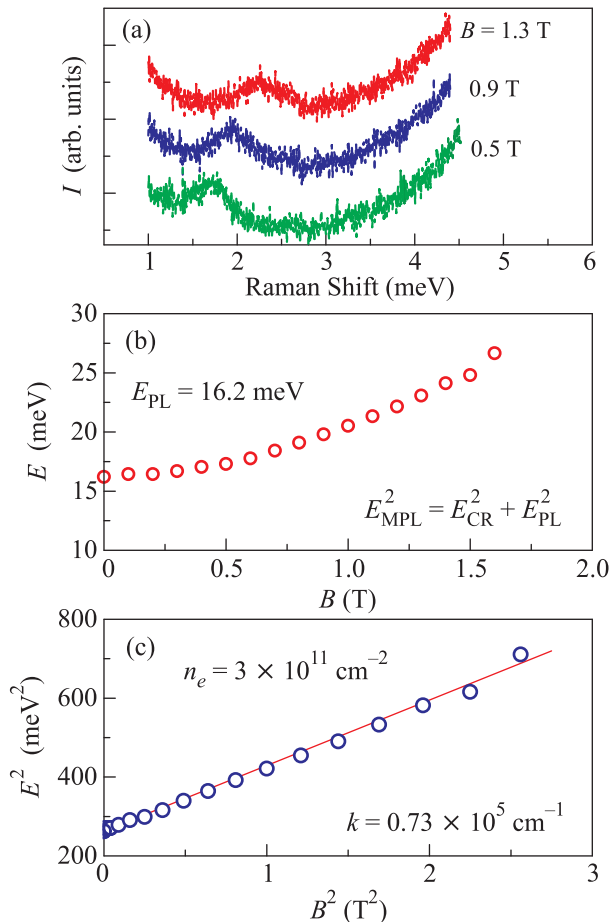


Рис. 4. (Цветной онлайн) (а) – Изменение спектра неупругого рассеяния света, связанного с магнитоплазменными возбуждениями при увеличении магнитного поля. (б) – Зависимость рамановского сдвига линии магнитоплазмона от магнитного поля. (в) Та же зависимость, представленная в координатах квадрат энергии от квадрата магнитного поля

сдвигается в сторону больших энергий. Зависимость рамановского сдвига этой линии от магнитного поля представлена на рис. 4б. Из этого рисунка видно, что магнитополевая зависимость спектрального сдвига соответствует стандартной зависимости, которая наблюдается для магнитоплазменных возбуж-

дений и отвечает гибридизации плазменной и циклотронной энергий [29]. Несмотря на то, что дисперсия электронов в графене является не квадратичной, а линейной, при больших факторах заполнения (в квазиклассическом пределе) уровни Ландау оказываются практически эквидистантными, и выполняется стандартный закон для гибридизации мод:

$$E^2 = E_{PL}^2 + E_{CR}^2, \quad (1)$$

где  $E_{PL}$  – плазменная энергия, а  $E_{CR}$  – циклотронная энергия. Чтобы проверить, выполняется ли соотношение (1) и для отдельного определения вкладов  $E_{PL}$  и  $E_{CR}$ , мы построили ту же самую зависимость в координатах  $E^2$  от  $B^2$ . В этом случае зависимость, отвечающая (1), становится линейной, а параметры  $E_{PL}$  и  $E_{CR}$  определяются из величины пороговой энергии при  $B = 0$  и из наклона линейной зависимости, соответственно. Как видно из рис. 4с, формула (1) выполняется хорошо во всем диапазоне магнитных полей, а величина  $E_{PL} = 16.2$  мЭВ при  $n_S = 3 \cdot 10^{11}$  см<sup>-2</sup> и  $q = 0.55 \cdot 10^5$  см<sup>-1</sup>.

Необходимо отметить, что ожидаемое значение плазменной энергии в графене при этих параметрах электронной системы и диэлектрической проницаемости  $\epsilon = 1$  равно 36.9 мЭВ и значительно превышает экспериментальное значение. Этот факт имеет естественное объяснение, поскольку в нашем случае из-за близости затвора к электронной системе мы имеем дело с экранированными плазменными возбуждениями, частота которых значительно уменьшена. Это утверждение подтверждается тем, что зависимость плазменной частоты от импульса передачи, измеренная нами, не соответствовала корневой, как ожидается для нормальных плазменных мод, а была ближе к линейной, что отвечает случаю экранированного плазмона [30]. Изучению свойств плазменных возбуждений в нулевом магнитном поле будет посвящена отдельная статья, в дальнейшем нас будет интересовать циклотронный вклад в магнитоплазменную энергию. Поскольку циклотронная энергия определяется скоростью носителей заряда, то мы будем исследовать изменение этой скорости от плотности электронов и дырок. Как известно, такое изменение скорости в пределе малых концентраций было установлено в ряде экспериментов [31, 32], однако величина эффекта была незначительной и поэтому независимое изучение этого интересного явления альтернативными методами является крайне желательным.

На рис. 5а показана зависимость циклотронной энергии электронов от магнитного поля в подвешенном графене, которая была измерена из спектраль-

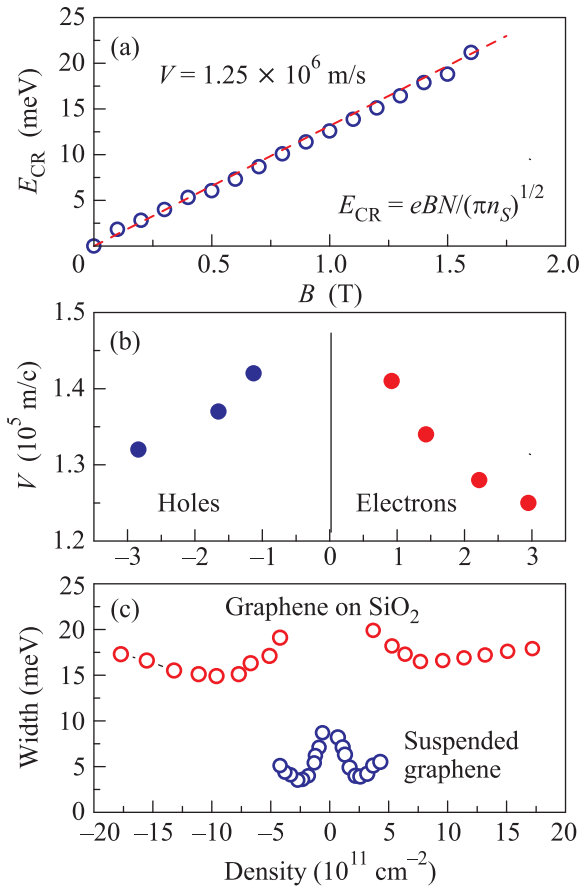


Рис. 5. (Цветной онлайн) (а) – Магнитополевая зависимость циклотронной энергии электронов в подвешенном графене, которая была измерена из спектрально-сдвига магнитоплазменной линии при концентрации  $3 \cdot 10^{11}$  см $^{-2}$  и  $T = 1.5$  К. (б) – Зависимости скорости электронов и дырок в подвешенном графене от их концентрации. (с) – Зависимости ширины магнитолазменной линии от концентрации электронов и дырок, измеренные в графене, лежащем на двуокиси кремния, и в графене, подвешенном на контактах

ного сдвига магнитолазменной линии при концентрации  $3 \cdot 10^{11}$  см $^{-2}$  и  $T = 1.5$  К. Видно, что в соответствии с формулой (2) эта зависимость является линейной функцией магнитного поля, и из наклона этой зависимости можно извлекать значение скорости носителей заряда при различных плотностях. При концентрации электронов  $3 \cdot 10^{11}$  см $^{-2}$  значение скорости электронов в подвешенном графене оказалось равным  $1.25 \cdot 10^6$  м/с, что несколько выше общепринятой величины  $1.05 \cdot 10^6$  м/с. Оказалось, что по мере уменьшения плотности электронов и дырок их скорость не остается постоянной, а заметно увеличивается. Из рис. 5б видно, что при концентрациях около  $1 \cdot 10^{11}$  см $^{-2}$  скорость как электронов, так и дырок увеличивается до  $1.43 \cdot 10^6$  м/с, что почти на 40% пре-

вышает стандартное значение. Увеличение скорости электронов и дырок при малых концентрациях означает, что дисперсия носителей заряда в графене при малых импульсах становится сублинейной, что, скорее всего, связано с эффектами взаимодействия, которые приводят к перенормировке дисперсии [33, 34].

Другим важным вопросом, который исследовался в настоящей работе, был вопрос о ширине линии магнитолазменного резонанса в графене, которая напрямую определяет качество структуры и время релаксации импульса носителей заряда. Дело в том, что по мере уменьшения плотности носителей (вплоть до нуля) проводимость системы остается конечной и, следовательно, кажется, что подвижность электронов и дырок обращается в бесконечность (см. рис. 2). Разумеется, что этот вывод является ошибочным, а объяснение заключается в том, что в пределе низких концентраций система становится неоднородной (разбивается на домены, состоящие из электронов и дырок) и концентрация носителей заряда никогда не обращается в ноль. Таким образом, при низких плотностях невозможно определить подвижность электронов и дырок, и потому особенно актуальными становятся измерения ширины резонансных линий в пределе низких концентраций. На рис. 5с представлены зависимости ширины линии магнитолазменных возбуждений от концентрации, измеренные методом неупругого рассеяния света в графене. Для сравнения показаны зависимости, измеренные для графена, лежащего на двуокиси кремния, и для графена, подвешенного на контактах. Прежде всего видно, что уширение линий в подвешенном графене почти в 5 раз меньше, чем в графене, лежащем на SiO $_2$ , что свидетельствует о значительно более высоком совершенстве электронной системы, которая реализуется в первом случае. Кроме того, минимальная ширина резонанса 3.5 мэВ достигается в подвешенном графене при концентрациях электронов и дырок около  $2.5 \cdot 10^{11}$  см $^{-2}$ , в то время как в графене, лежащем на двуокиси кремния, минимальное значение ширины линии 14.8 мэВ наблюдается при значительно более высоких плотностях –  $6.5 \cdot 10^{11}$  см $^{-2}$ . Важный ответ заключается в том, что в подвешенном графене при концентрациях меньше, чем  $1 \cdot 10^{11}$  см $^{-2}$  резонансные линии начинают резко уширяться, что указывает на нарастание неоднородности в электронной системе и на появление отдельных доменов электронов и дырок с различной плотностью. Неоднородность в концентрации проявляется в пространственных флуктуациях плазменной частоты, что, естественно, приводит к уширению магнитолазменной линии.

Таким образом, в настоящей работе методом неупругого рассеяния света впервые исследованы свойства плазменных и магнитоплазменных возбуждений в свободно подвешенном графене. Из зависимости циклотронной энергии от магнитного поля в подвешенном графене исследовано изменение скорости электронов и дырок от их концентрации, и обнаружен эффект значительной перенормировки дисперсии электронов и дырок. Кроме того, измерены зависимости ширины магнитоплазменных резонансов от концентрации носителей заряда.

Работа была выполнена при поддержке Российского Научного Фонда (грант РНФ-14-12-00693).

1. A. H. Castro Neto, F. Guinea, N. M. R. Peres, K. S. Novoselov, and A. K. Geim, *Rev. Mod. Phys.* **81**, 109 (2009).
2. N. M. R. Peres, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 2673 (2010).
3. M. Orlita and M. Potemski, *Semicond. Sci. Technol.* **25**, 063001 (2010).
4. M. O. Goerbig, *Rev. Mod. Phys.* **83**, 1193 (2011).
5. S. Das Sarma, S. Adam, E. H. Hwang, and Enrico Rossi, *Rev. Mod. Phys.* **83**, 407 (2011).
6. V. Kotov, B. Uchoa, V. Pereira, F. Guinea, and A. H. Castro Neto, *Rev. Mod. Phys.* **84**, 1067 (2012).
7. D. N. Basov, M. M. Fogler, A. Lanzara, F. Wang, and Y. Zhang, *Rev. Mod. Phys.* **86**, 959 (2014).
8. S. J. Allen, Jr., D. C. Tsui, and R. A. Logan, *Phys. Rev. Lett.* **38**, 980 (1977).
9. D. Heitmann, *Surf. Sci.* **170**, 332 (1986).
10. S. J. Allen, Jr., H. L. Stormer, and J. C. M. Hwang, *Phys. Rev. B* **28**, R4875 (1983).
11. I. V. Kukushkin, J. H. Smet, S. A. Mikhailov, D. V. Kulakovskii, K. von Klitzing, and W. Wegscheider, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 156801 (2003).
12. D. Richards, B. Jusserand, H. Peric, and B. Etienne, *Phys. Rev. B* **47**, 16 028 (1993).
13. L. V. Kulik, I. V. Kukushkin, S. Dickmann, V. E. Kirpichev, A. B. Van'kov, A. L. Parakhonsky, J. H. Smet, K. von Klitzing, and W. Wegscheider, *Phys. Rev. B* **72**, 073304 (2005).
14. I. Crassee, M. Orlita, M. Potemski, A. L. Walter, M. Ostler, Th. Seyller, I. Gaponenko, J. Chen, and A. B. Kuzmenko, *Nano Letters* **12**, 2470 (2012).
15. L. Ju, B. Geng, J. Horng, C. Girit, M. Martin, Z. Hao, H. A. Bechtel, X. Liang, A. Zettl, Y. R. Shen, and F. Wang, *Nature Nanotechnol.* **6**, 630 (2011).
16. H. Yan, X. Li, B. Chandra, G. Tulevski, Y. Wu, M. Freitag, W. Zhu, P. Avouris, and F. Xia, *Nature Nanotechnol.* **7**, 330 (2012).
17. H. Yan, Z. Li, X. Li, W. Zhu, P. Avouris, and F. Xia, *Nano Lett.* **12**, 3766 (2012).
18. I. V. Andreev, V. M. Muravev, V. N. Belyanin, and I. V. Kukushkin, *Appl. Phys. Lett.* **105**, 202106 (2014).
19. J. C. Meyer, A. K. Geim, M. I. Katsnelson, K. S. Novoselov, T. J. Booth, and S. Roth, *Nature* **446**, 60 (2007).
20. X. Du, I. Skachko, A. Barker, and E. Y. Andrei, *Nature Nanotechnol.* **3**, 491 (2008).
21. J. Moser, A. Barreiro, and A. Bachtold, *App. Phys. Lett.* **91**, 163513 (2007).
22. K. I. Bolotina, K. J. Sikes, Z. Jiang, M. Klima, G. Fudenberg, J. Hone, P. Kim, and H. L. Stormer, *Sol. State Comm.* **146**, 351 (2008).
23. C. Faugeras, M. Amado, P. Kossacki, M. Orlita, M. Kohne, A. A. L. Nicolet, Y. I. Latyshev, and M. Potemski, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 036807 (2011).
24. C. Faugeras, S. Berciaud, P. Leszczynski, Y. Henni, K. Nogajewski, M. Orlita, T. Taniguchi, K. Watanabe, C. Forsythe, P. Kim, R. Jalil, A. K. Geim, D. M. Basko, and M. Potemski, *Phys. Rev. Lett.* **114**, 126804 (2015).
25. K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morozov, D. Jiang, M. I. Katsnelson, I. V. Grigorieva, S. V. Dubonos, and A. A. Firsov, *Nature* **438**, 197 (2005).
26. Y. B. Zhang, Y. W. Tan, H. L. Stormer, and P. Kim, *Nature* **438**, 201 (2005).
27. A. C. Ferrari, J. C. Meyer, V. Scardaci, C. Casiraghi, M. Lazzeri, F. Mauri, S. Piscanec, D. Jiang, K. S. Novoselov, S. Roth, and A. K. Geim, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 187401 (2006).
28. C. Faugeras, M. Amado, P. Kossacki, M. Orlita, M. Sprinkle, C. Berger, W. A. de Heer, and M. Potemski, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 186803 (2009).
29. K. W. Chiu and J. J. Quinn, *Phys. Rev. B* **9**, 4724 (1974).
30. V. M. Muravev, C. Jiang, I. V. Kukushkin, J. H. Smet, V. Umansky, and K. von Klitzing, *Phys. Rev. B* **75**, 193307 (2007).
31. D. C. Elias, R. V. Gorbachev, A. S. Mayorov, S. V. Morozov, A. A. Zhukov, P. Blake, L. A. Ponomarenko, I. V. Grigorieva, K. S. Novoselov, F. Guinea, and A. K. Geim, *Nature Physics* **7**, 701 (2011).
32. A. Bostwick, F. Speck, T. Seyller, K. Horn, M. Polini, R. Asgari, A. H. MacDonald, and E. Rotenberg, *Science* **328**, 999 (2010).
33. S. Das Sarma, E. H. Hwang, and W. K. Tse, *Phys. Rev. B* **75**, 121406 (2007).
34. L. S. Levitov, A. V. Shtyk, and M. V. Feigelman, *Phys. Rev. B* **88**, 235403 (2013).