

Управляемые сингулярности Ван Хова и намагниченность в двумерном электронном газе со спин-орбитальным взаимодействием в параллельном магнитном поле

Ю. Я. Ткач¹⁾

Институт радиотехники и электроники им. Котельникова РАН, 141190 Фрязино, Россия

Поступила в редакцию 12 мая 2016 г.

После переработки 3 июня 2016 г.

Решена задача о нахождении одночастичной плотности состояний двумерного электронного газа со спин-орбитальным взаимодействием в параллельном магнитном поле. Показано, что корневая сингулярность плотности состояний ($N(E) \sim 1/\sqrt{E+1}$), существующая в минимуме энергии при нулевом магнитном поле, с увеличением поля становится логарифмической (сингулярность Ван Хова) и смещается вглубь спектра, а минимальная энергия спектра уменьшается. Наличие двух типов спин-орбитального взаимодействия (Рашбы и Дрессельхауза) приводит при определенных направлениях магнитного поля к двум пикам плотности состояний и дополнительной ступеньке в плотности состояний. Энергетическое положение этих особенностей можно определить по намагниченности электронного газа. Это позволяет находить постоянные Рашбы и Дрессельхауза.

DOI: 10.7868/S0370274X16140071

Исследования двумерного электронного газа (2DEG) со спин-орбитальным взаимодействием в магнитном поле имеет как минимум 30-летнюю историю со времени публикации пионерской работы Бычкова и Рашбы [1]. В этой работе впервые было обращено внимание на корневую сингулярность плотности состояний в минимуме спектра 2DEG со спин-орбитальным взаимодействием (SOI) и его проявления в осцилляциях намагниченности системы. В настоящее время низкоразмерные структуры с SOI имеют большое практическое значение и активно исследуются разными методами [2–4]. Современное состояние исследований намагниченности в низкоразмерных системах можно понять из недавних обзоров [5, 6]. Кроме того упомянем обзор [7], посвященный исследованию одновременного действия SOI Рашбы и Дрессельхауза на 2DEG методами фотогальванической спектроскопии.

В настоящей работе мы обращаем внимание на то, что при приложении магнитного поля, параллельного плоскости 2DEG, вышеупомянутая сингулярность плотности состояний не исчезает, а становится логарифмической сингулярностью Ван Хова [8] и сдвигается вглубь спектра. Отметим также уменьшение “мощности” сингулярности, т.е. уменьшение интеграла плотности состояний в пике, и исчезновение при дальнейшем увеличении магнитного поля. При на-

личии одновременного действия SOI Рашбы и Дрессельхауза мы получаем два пика и дополнительную ступеньку в плотности состояний. Их расположение и начало спектра (минимальная энергия) зависят от напряженности магнитного поля и соответствующих постоянных Рашбы и Дрессельхауза. Это дает принципиальную возможность экспериментально определить константы этих спин-орбитальных взаимодействий.

Максимумы плотности состояний и их энергетическое положение можно определить по спектру оптического поглощения, емкостным измерениям, анизотропии проводимости и ее зависимости от концентрации, а также зависимости намагниченности от энергии Ферми. В качестве примера измеряемой величины, отражающей особенности плотности состояний, мы вычислили намагниченность системы при нулевой температуре и ее производную в зависимости от энергии Ферми. Подчеркнем, что все особенности как в плотности состояний так и намагниченности разыгрываются в области малых концентраций, когда заполнена лишь нижняя спиновая подзона. Ранее именно в области малых концентраций для 2DEG со спин-орбитальным взаимодействием предсказывалось ряд интересных особенностей в туннельном токе [9], спин-холловской проводимости [10] и проводимости на постоянном токе [11].

Мы ограничились магнитным полем параллельным 2DEG, т.к. такая задача для спектра и волновых

¹⁾e-mail: utkach@gmail.com

функций решается точно, в отличие от наклонного поля [12, 13], хотя из-за сложности поверхности Ферми вычислить зависимость плотности состояний от энергий в случае одновременного действия SOI Рашбы и Дрессельхауза удается только численно. Заметим, что в случае одного вида SOI и отсутствия магнитного поля плотность состояний хорошо известна и приведена, например, в книге Винклера [14] и совпадает с формулой (10) при стремлении магнитного поля к нулю.

Гамильтониан 2DEG со спин-орбитальным взаимодействием Рашбы и Дрессельхауза в параллельном магнитном поле $\mathbf{B} = B(\cos \theta, \sin \theta)$ имеет вид:

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + \frac{\alpha}{\hbar}(p_x \sigma_y - p_y \sigma_x) + \frac{\nu}{\hbar}(p_x \sigma_x - p_y \sigma_y) + \beta_x \sigma_x + \beta_y \sigma_y, \quad (1)$$

где m – эффективная масса электрона, $\mathbf{p} = (p_x, p_y)$ – двумерный импульс электрона, α и ν – постоянные спин-орбитального взаимодействия Рашбы и Дрессельхауза соответственно, σ_x и σ_y – матрицы Паули, $\beta = (g^*/2)\mu_\beta \mathbf{B}$, g^* – эффективный g -фактор, который предполагается изотропным и не зависящим от величины магнитного поля, μ_β – магнетон Бора. Векторный потенциал выбран в калибровке $\mathbf{A} = (0, 0, yB \cos \theta - xB \sin \theta)$.

Диагонализация гамильтониана дает закон дисперсии и собственные волновые функции:

$$E_\lambda(\mathbf{k}) = k^2 + 2\lambda \sqrt{(\gamma k_x + k_y + \beta_x)^2 + (k_x + \gamma k_y - \beta_y)^2}, \quad (2)$$

$$\psi_{\mathbf{k}\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2S}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i\lambda e^{i\varphi} \end{pmatrix} e^{i(k_x x + k_y y)}, \quad (3)$$

где $\lambda = \pm 1$ – индекс спиновых подзон, $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$, $\tan \varphi = (\gamma k_x + k_y + \beta_x)/(k_x + \gamma k_y - \beta_y)$, S – площадь образца. Здесь k нормировано на $k_0 = \frac{\alpha m}{\hbar^2}$, энергия $E_\lambda(\mathbf{k})$ на $E_{so} = \frac{\hbar^2 k_0^2}{2m}$ и $\beta = (g^*/2)\mu_\beta \mathbf{B}/\alpha k_0$, $\gamma = \nu/\alpha$.

Для построения качественной картины и получения аналитических результатов рассмотрим случай спин-орбитального взаимодействия только Рашбы (аналогичные результаты получаются и в случае взаимодействия Дрессельхауза, т.к. эти взаимодействия связаны простым унитарным преобразованием [9]). В этом случае без магнитного поля система аксиально-симметрична. Для определенности будем считать, что магнитное поле направлено по оси x и мало ($\beta \ll 1$). При этом условии уравнение (2) для $E_\lambda(\mathbf{k})$ можно упростить:

$$E_\lambda(\mathbf{k}) = k^2 + 2\lambda k \left(1 + \frac{\sin \phi}{k} \beta\right), \quad (4)$$

где ϕ – угол между \mathbf{k} и осью x . Заметим, что без магнитного поля $E_\lambda(\mathbf{k})$ достигает минимума при $k = 1$.

Плотность состояний определяется соотношением:

$$N(E) = \frac{1}{(2\pi)^2} \sum_\lambda \int k \delta(E - E_\lambda(k, \phi)) dk d\phi \quad (5)$$

или, переходя к переменным E, ϕ , находим:

$$N(E) = \frac{1}{(2\pi)^2} \sum_\lambda \int \left[\frac{k_{+, \lambda}}{k_{+, \lambda} + \lambda} + \frac{k_{-, \lambda}}{|k_{-, \lambda} + \lambda|} \right] d\phi. \quad (6)$$

Здесь $k_{\pm, \lambda}$ получено из решения уравнения (4) относительно k :

$$k_{\pm, \lambda} = -\lambda \pm \sqrt{E_\lambda + 1 - 2\lambda\beta \sin \phi}. \quad (7)$$

Подставляя выражение (7) в (6) и ограничиваясь концентрациями, при которых заполнена только нижняя спиновая подзона (ниже численно мы убедимся, что только в этой области концентраций и существуют пики в плотности состояний), получаем следующее выражение для плотности:

$$N(E) = \frac{1}{\pi^2} \int_{\phi_1}^{\pi/2} \frac{d\phi}{\sqrt{E + 1 + 2\beta \sin \phi}}, \quad (8)$$

где

$$\phi_1 = \begin{cases} -\arcsin\left(\frac{E+1}{2\beta}\right) & \text{при } \left|\frac{E+1}{2\beta}\right| < 1 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{при } E + 1 > 2\beta. \end{cases} \quad (9)$$

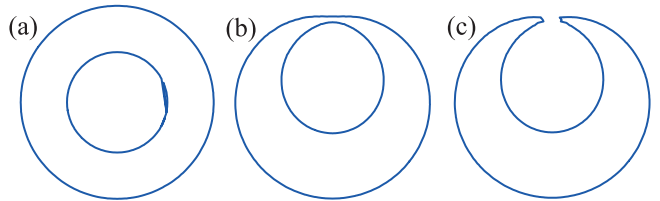


Рис. 1. (Цветной онлайн) Изменение контура поверхности Ферми ($E_F = -0.9$) в \mathbf{k} -пространстве с увеличением магнитного поля в случае спин-орбитального взаимодействия Рашбы: (а) – $\beta = 0$; (б) – $\beta = 0.45$; (с) – $\beta = 0.5$ (именно этот контур отвечает пику плотности состояний)

Интегрирование в уравнение (8) сводится к полным эллиптическим интегралам первого рода $K(x)$ [15]. В результате имеем:

$$N(E) = \begin{cases} \frac{1}{\pi^2 \sqrt{\beta}} K\left(\sqrt{\frac{E+1+2\beta}{4\beta}}\right) & \text{при } \left|\frac{E+1}{2\beta}\right| < 1 \\ \frac{2}{\pi^2 \sqrt{E+1+2\beta}} K\left(\sqrt{\frac{4\beta}{E+1+2\beta}}\right) & \text{при } E + 1 > 2\beta. \end{cases} \quad (10)$$

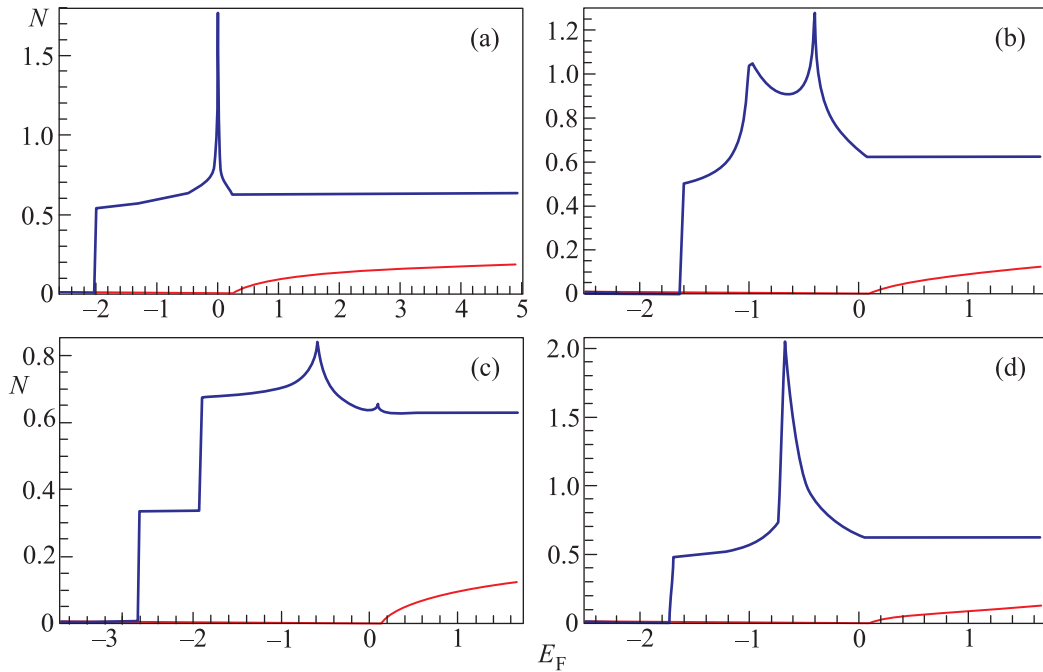


Рис. 2. (Цветной онлайн) Плотность состояний как функция энергии при постоянном магнитном поле для разных соотношений постоянных Дрессельхауза и Рашбы и ориентаций магнитного поля: (а) отвечает $\beta = 0.5, \gamma = 0$; (b) $\beta = 0.25, \gamma = 0.1$; (с) $\beta = 0.25, \gamma = 0.5$; (d) $\beta = 0.25, \gamma = 0.1$. (а)–(с) – Поле направлено по оси x . (d) – Соответствует $\beta \parallel (1, 1)$. На всех рисунках нижние кривые описывают вклад второй спиновой подзоны

Из этого выражения видно, что минимальная энергия определяется соотношением:

$$E_b = -1 - 2\beta, \quad (11)$$

а пик плотности отвечает энергии

$$E_m = -1 + 2\beta. \quad (12)$$

Кроме этого заметим, что максимум $N(E)$, согласно выражению (7) для $k_{+,-}$ и $k_{-,-}$, отвечает совпадению этих величин при $\phi = \pi/2$. Это условие соответствует переходу от двухсвязной поверхности Ферми к односвязной (см. рис. 1).

В случае одновременного действия спин-орбитального взаимодействия Рашбы и Дрессельхауза $N(E)$ определялась численно следующим соотношением:

$$N(E) = \frac{1}{(2\pi)^2} \lim_{\Delta E \rightarrow 0} \sum_{\lambda} \frac{S(E + \Delta E) - S(E)}{\Delta E}. \quad (13)$$

Здесь $S(E)$ – площадь области в \mathbf{k} -пространстве, где выполняется неравенство $E \geq E_{\lambda}(\mathbf{k})$. Энергия $E_{\lambda}(\mathbf{k})$ определяется соотношением (2).

Характерные зависимости плотности состояний от энергии для фиксированной напряженности магнитного поля для разных параметров спин-орбитального взаимодействия приведены на рис. 2.

В случае, когда одновременно присутствуют взаимодействия Рашбы и Дрессельхауза, появляются две сингулярности в плотности состояний и в начале спектра может возникнуть дополнительная ступенька, отвечающая появлению второй поверхности Ферми в \mathbf{k} -пространстве (рис. 2с). Отметим также появление зависимости плотности состояний от направления магнитного поля (рис. 2b, d). Дальнейшее увеличение магнитного поля приводит к исчезновению сингулярностей в плотности, а появление второй спиновой подзоны делает плотность состояний постоянной и равной $N_0 = m/\pi\hbar^2$.

Для выявления полученных особенностей спектра была рассчитана намагниченность системы. Подчеркнем, что намагниченность является термодинамически равновесной функцией, поэтому не возникает проблем, связанных с расчетом неравновесного распределения электронов. Магнитный момент \mathbf{M} единицы площади 2DEG при постоянном химическом потенциале (μ) будем вычислять по стандартной формуле:

$$M = - \left(\frac{\partial \Omega}{\partial \mathbf{B}} \right)_{\mu, T}, \quad (14)$$

где Ω – термодинамический потенциал

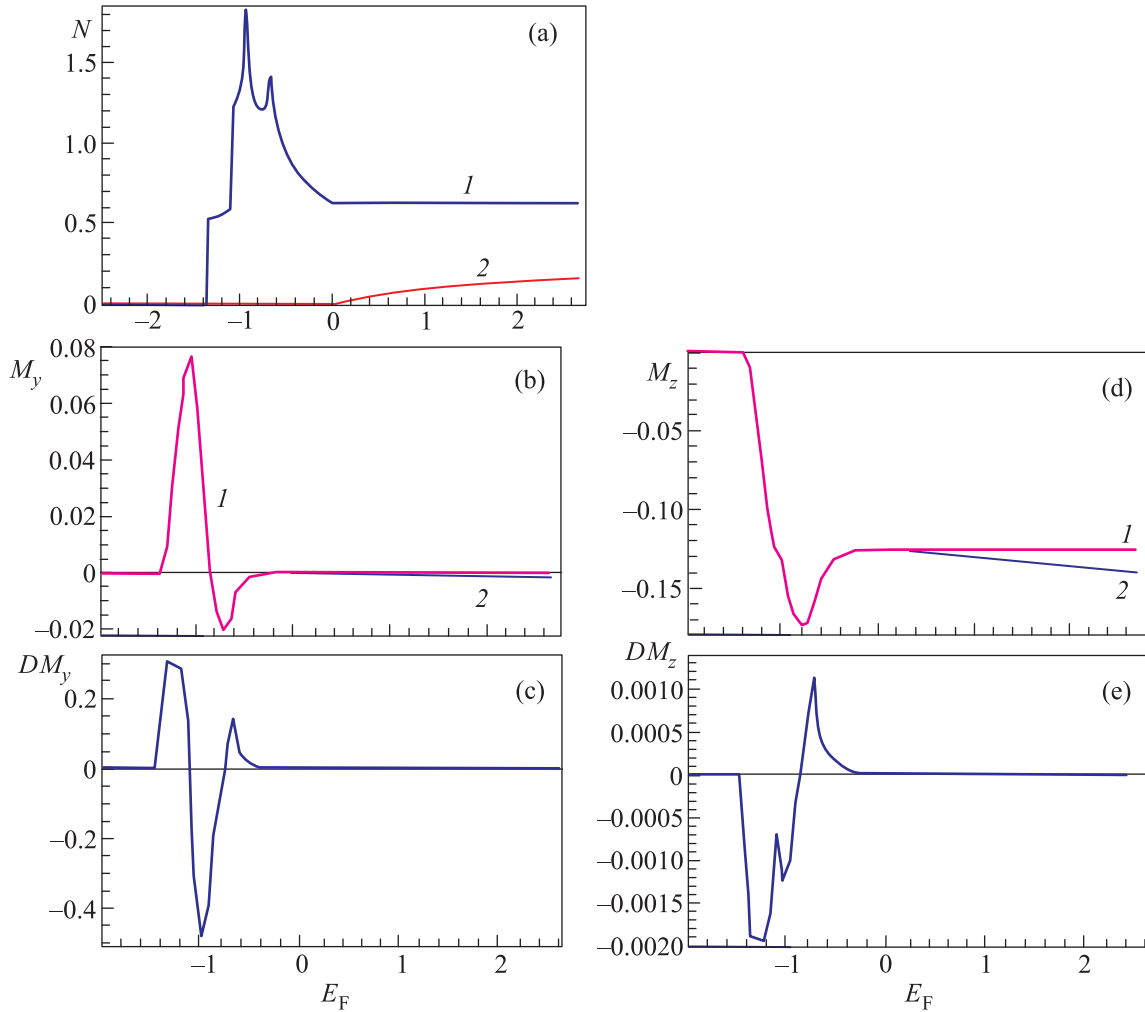


Рис. 3. (Цветной онлайн) Плотность состояний и намагниченность как функция энергии Ферми для $\gamma = 0,1$ и $\beta = (0.1, 0)$. (a) – Отвечает плотности состояний; кривая 1 – полной плотности; кривая 2 – вклад второй спиновой подзоны. (b) и (d) – Намагниченности в y - и x -направлениях. (c) и (e) – Производные $\partial M_{y,x}/\partial E_F$, соответственно

$$\Omega = -T \sum_{\mathbf{k}, \lambda} \ln[1 + \exp(\frac{\mu - E_{\mathbf{k}, \lambda}}{T})]. \quad (15)$$

В результате из (3)–(5) находим:

$$M_{x,y} = - \sum_{\mathbf{k}, \lambda} \left[\frac{1}{1 + \exp(\frac{E_{\mathbf{k}, \lambda} - \mu}{T})} \right] \frac{\partial E_{\mathbf{k}, \lambda}}{\partial \beta_{x,y}}. \quad (16)$$

Взаимосвязь плотности состояний и намагниченности иллюстрирует рис. 3, из которого видно, что намагниченность хорошо отражает особенности, возникающие в плотности состояний.

Таким образом, в нашей работе найдено, что сингулярность, существующая в начале спектра 2D электронного газа со спин-орбитальным взаимодействием, при наложении магнитного поля перемещается вглубь спектра. В случае, когда имеем два типа спин-орбитального взаимодействия (Рашбы и Дрессельхауза) магнитное поле приводит к появлению

двух пиков плотности состояний. Положение пиков при сканировании по положению уровня Ферми легко увязывается с постоянными Рашбы и Дрессельхауза. Показано, что положение максимумов пиков плотности можно фиксировать, измеряя намагниченность или ее производные от положения уровня Ферми.

Хотя рассмотрение проведено для одночастичной плотности, мы считаем, что такой режим можно реализовать. С одной стороны можно подбирать структуры с большой энергией спин-орбитального взаимодействия, в качестве примера можно привести поверхность ВtTeI с $E_{so} \approx 0.1$ эВ и поверхностной концентрацией только в нижней спиновой подзоне вплоть до $1.9 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-2}$ при $m = 0.2m_0$ [16, 17]). Вторая возможность: расположить вблизи 2D слоя затвор, экранирующий кулоновское взаимодействие.

Более того, если допустить, что постоянные Рашбы и Дрессельхауза известны и иметь возможность менять расстояние между 2DEG и затвором, то такие измерения могли бы являться исследованием многочастичных эффектов взаимодействия электронов.

Я благодарен В.А. Сабликову за неоднократные обсуждения работы и критические замечания. Работа была частично поддержана РФФИ (проект # 14-02-00237).

1. Y. A. Bychkov and E. I. Rashba, *J. Phys. C Solid State Phys.* **17**, 6039 (1984).
2. J. Zutic, J. Fabian, and S. Das Sarma, *Rev. Mod. Phys.* **76**, 323 (2004).
3. J. Fabian, A. Matos-Abiague, C. Ertler, P. Stano, and I. Zutic, *Acta Physica Slovaca* **57**, 565 (2007).
4. D. D. Awschalom and M. J. Flatté, *Nat. Phys.* **3**, 153 (2007).
5. A. Usher and A. Elliott, *J. Phys: Cond. Matt.* **21**, 103202 (2009).
6. M. A. Wilde, B. Rupperecht, F. Herzog, A. Ibrahim, and D. Grundler, *Phys. Stat. Sol. B* **251**, 1710 (2014).
7. S. D. Ganichev and L. E. Golub, *Phys. Stat. Sol. B* **251**, 1725 (2014).
8. L. Van Hove, *Phys. Rev.* **89**, 1189 (1953).
9. V. A. Sablikov and Yu. Ya. Tkach, *Phys. Rev. B* **76**, 245321 (2007).
10. M.-Ch. Chang, *Phys. Rev. B* **71**, 085315 (2005).
11. V. Brosco, L. Benfatto, E. Cappelluti, and C. Grimaldi, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 166602 (2016).
12. Ю. А. Бычков, В. И. Мельников, Э. И. Рашба, *ЖЭТФ* **98**, 717 (1990).
13. M. Valin-Rodrigues, *Phys. Rev. B* **73**, 235306 (2006).
14. R. Winkler, *Spin-Orbit Coupling Effects in Two-Dimensional Electron and Hole Systems*, Springer, N.Y. (2003).
15. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик, *Таблица интегралов, сумм, рядов и произведений*, Наука, М. (1971).
16. M. Sakano, M. Bahramy, A. Katayama, T. Shimojima, H. Murakawa, Y. Kaneko, W. Malaeb, S. Shin, K. Ono, H. Kumigashira, R. Arita, N. Nagaosa, H. Y. Hwang, Y. Tokura, and K. Ishizaka, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 107204 (2013).
17. X. Xi, C. Ma, Z. Liu, Z. Chen, W. Ku, H. Berger, C. Martin, D. B. Tanner, and G. L. Carr, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 155701 (2013).