

## Дисперсия антистоксовой полосы в спектре световой пули фемтосекундного филамента

А. Е. Дормидонов<sup>+1)</sup>, В. О. Компанец\*, С. В. Чекалин\*, В. П. Кандидов<sup>+</sup>

<sup>+</sup>МГУ им. Ломоносова, физический факультет, 119992 Москва, Россия

\*Институт спектроскопии РАН, 108840 Троицк, Москва, Россия

Поступила в редакцию 15 июня 2016 г.

После переработки 27 июня 2016 г.

Установлена закономерность, определяющая дисперсионный сдвиг антистоксовой полосы суперконтинуума световой пули в филаменте фемтосекундного лазерного импульса в прозрачных диэлектриках. Теоретически полученное дисперсионное уравнение для антистоксова сдвига подтверждено спектроскопическими исследованиями филаментации импульсов ближнего и среднего ИК-диапазона в плавленном кварце и фторидах.

DOI: 10.7868/S0370274X16150066

Явление филаментации фемтосекундного лазерного излучения при нелинейно-оптическом взаимодействии с прозрачными средами охватывает эффекты пространственно-временной локализации светового поля, формирования широкополосного суперконтинуума (СК) и конической эмиссии [1–4]. Филаментация возникает при прохождении через прозрачный диэлектрик излучения мощностью, превышающей критическую мощность самофокусировки, и сопровождается генерацией лазерной плазмы, дефокусировка в которой ограничивает рост интенсивности. Суперконтинуум филамента является перспективным источником излучения фемтосекундной длительности для время-разрешенной спектроскопии, и его исследованию уделяется значительное внимание. Вид спектра СК существенно зависит от дисперсионных свойств диэлектрика. При филаментации импульса на длине волны в области нормальной дисперсии групповой скорости (ДГС) интенсивность спектральных компонент в антистоксовой области монотонно убывает с уменьшением их длины волны. В условиях аномальной ДГС (АДГС) спектр в антистоксовой области СК является существенно немонотонным [5–9].

В настоящее время накоплен обширный материал экспериментальных и теоретических исследований генерации изолированной антистоксовой полосы СК при филаментации в твердотельных диэлектриках фемтосекундных импульсов ближнего и среднего ИК-диапазонов [10–16]. Частотно-угловой

спектр СК адекватно воспроизводит интерференционная модель [17], согласно которой формирование изолированной антистоксовой полосы является результатом конструктивной интерференции широкополосного излучения СК в условиях АДГС, а также близкая ей модель трехволнового смешения [18], которая описывает образование глобального максимума в спектре.

Антистоксово крыло СК неразрывно связано с формированием световых пуль – устойчивых образований с высокой пространственно-временной локализацией светового поля в объеме конденсированной среды при филаментации фемтосекундного излучения [19–21]. Формирование световых пуль в условиях слабой, средней и сильной АДГС экспериментально исследовано в [22], численно в [23].

В настоящей работе представлены результаты экспериментального и аналитического исследования общих закономерностей формирования антистоксовой полосы СК световых пуль при филаментации фемтосекундного лазерного излучения в условиях сильной АДГС. Установлено, что закон материальной дисперсии среды определяет антистоксов сдвиг изолированной полосы СК при филаментации импульсов на длине волны ближнего и среднего ИК-диапазонов в прозрачных твердотельных диэлектриках.

Эволюция напряженности светового поля  $E(r, t, z)$  линейно поляризованного фемтосекундного лазерного импульса в нелинейной среде описывается однонаправленным уравнением распространения (UPPE) [24]. В системе координат, движущейся с групповой скоростью импульса  $v_g$ , уравнение для

<sup>1)</sup>e-mail: dormidonov@gmail.com

компоненты  $\tilde{E}(\theta, \omega, z)$  частотно-углового спектра светового поля может быть представлено в виде

$$i \frac{\partial \tilde{E}(\theta, \omega, z)}{\partial z} = \left( k(\omega) \cos \theta - \frac{\omega}{v_g} \right) \tilde{E}(\theta, \omega, z) + \frac{2\pi\omega^2}{c^2 k(\omega) \cos \theta} \tilde{P}(\theta, \omega, z). \quad (1)$$

Здесь  $k(\omega) = \frac{\omega n(\omega)}{c}$  – волновое число,  $\omega$  – частота спектральной компоненты,  $\theta$  – угол между направлением ее распространения и осью  $z$ ,  $\tilde{P}(\theta, \omega, z)$  – Фурье-образ нелинейной поляризации  $P(r, t, z)$ ,  $c$  – скорость света,  $n(\omega)$  – линейный показатель преломления среды [25].

При филаментации в условиях аномальной дисперсии групповой скорости, наряду с самофокусировкой фемтосекундного лазерного импульса, развивается его компрессия во времени, что приводит к образованию световой пули длительностью около двух оптических осцилляций и менее [19–21]. Нелинейная поляризация  $P(r, t, z)$ , обусловленная керровской нелинейностью и нелинейностью самонаведенной лазерной плазмы, приводит к сильной фазовой самомодуляции поля экстремально сжатой световой пули, и, как следствие этого, к сверхуширению частотно-углового спектра излучения – генерации СК. Световая пуля является широкополосным источником СК, движущимся в среде со скоростью, близкой к групповой скорости импульса  $v_g$ . В рассматриваемых средах за время своего существования световая пуля проходит расстояние длиной  $l$  порядка 1 мм [13].

Спектральные компоненты СК  $\tilde{E}(\theta, \omega, z)$  при значительной отстройке от центральной частоты импульса  $\omega_0$  имеют малую интенсивность, и их распространение описывается линейным уравнением распространения в диспергирующей среде:

$$i \frac{\partial \tilde{E}(\theta, \omega, z)}{\partial z} = \left( k(\omega) \cos \theta - \frac{\omega}{v_g} \right) \tilde{E}(\theta, \omega, z). \quad (2)$$

Положим  $z = 0$  в точке начала генерации компонент СК световой пулей. Тогда решение уравнения (2) для компоненты  $\tilde{E}(\theta, \omega, z)$  СК, излученной в точке  $z = 0$ , имеет следующий вид:

$$\tilde{E}(\theta, \omega, z) = \tilde{E}_0(\theta, \omega) \exp \{ i\varphi(\theta, \omega, z) - i\varphi_0(0) \}, \quad (3)$$

где

$$\varphi(\theta, \omega, z) = \left( k(\omega) \cos \theta - \frac{\omega}{v_g} \right) z \quad (4)$$

– набег фазы спектральной компоненты при распространении на расстояние  $z$ ,  $\tilde{E}_0(\theta, \omega)$  – амплитуда

компоненты при генерации,  $\varphi_0(0)$  – начальная фаза, определяемая текущей ( $z = 0$ ) фазой излучения широкополосного источника СК.

При фазовой самомодуляции фаза излучения СК совпадает с фазой  $\varphi(0, \omega_0, z)$  центральной спектральной компоненты, в которой сосредоточена основная часть энергии импульса. Без потери общности можно положить, что  $\varphi(0, \omega_0, z = 0) = 0$ . Тогда начальная фаза  $\varphi_0(z)$  гармоники СК, излучаемой световой пулей в произвольной точке  $z$ , равна:

$$\varphi_0(z) = \varphi(0, \omega_0, z) = \left( k_0 - \frac{\omega_0}{v_g} \right) z, \quad (5)$$

где  $k_0 = k(\omega_0)$  – волновое число на центральной частоте  $\omega_0$ . В результате сдвиг фаз  $\Delta\varphi(\theta, \omega, z)$  между спектральными компонентами СК  $\tilde{E}(\theta, \omega)$ , которые излучены световой пулей в начальной точке  $z = 0$  и в произвольной точке  $z$ , равен

$$\Delta\varphi(\theta, \omega, z) = \left( k(\omega) \cos \theta - k_0 - \frac{\omega - \omega_0}{v_g} \right) z. \quad (6)$$

В дальней зоне спектральная интенсивность  $I(\theta, \omega)$  излучения СК, распространяющегося под углом  $\theta$ , равна суперпозиции всех плоских волн  $\tilde{E}(\theta, \omega)$ , излученных световой пулей на отрезке ее существования длиной  $l$ :

$$I(\theta, \omega) \sim l^2 \text{sinc}^2 \left( \frac{\Delta\varphi(\theta, \omega, l)}{2} \right). \quad (7)$$

Условием конструктивной интерференции, или “синхронизма” компонент СК, является равенство нулю сдвига фаз  $\Delta\varphi(\theta, \omega, l)$ :

$$k(\omega) \cos \theta - k_0 - \frac{\omega - \omega_0}{v_g} = 0. \quad (8)$$

При малых углах распространения антистоксовых компонент ( $\cos \theta \approx 1$ ) уравнение (8) определяет частоту  $\omega_{SC}$ , на которой спектральная интенсивность в излучении СК максимальна:

$$k(\omega_{SC}) - k_0 - \frac{\omega_{SC} - \omega_0}{v_g} = 0, \quad (9)$$

или, переходя к длинам волн,

$$\lambda_0 n(\lambda_{SC}) - \lambda_{SC} n_0 - \frac{c}{v_g} (\lambda_0 - \lambda_{SC}) = 0. \quad (10)$$

Здесь  $\lambda_{SC} = \frac{2\pi c}{\omega}$  – длины волны максимума спектральной интенсивности в антистоксовой области СК,  $\lambda_0 = \frac{2\pi c}{\omega_0}$  – центральная длина волны импульса,  $n_0 = n(\lambda_0)$ . Полученные выражения (9) или (10) являются дисперсионными уравнениями для антистоксовой полосы в спектре световой пули при фемтосекундной филаментации. Дисперсионные уравнения

(9), (10) определяют для любого диэлектрика с известной дисперсионной зависимостью  $k(\omega)$  или  $n(\lambda)$  положение максимума в спектре широкополосного СК, которое излучает световая пуля, сформировавшаяся при филаментации импульса на центральной длине волны  $\lambda_0$ .

Формально соотношение (9) можно переписать в виде

$$\sum_{n=2}^{\infty} k_n \frac{\Omega^n}{n!} = 0, \quad (11)$$

где  $k_n = \left. \frac{d^n k}{d\omega^n} \right|_{\omega_0}$ ,  $\Omega = \omega - \omega_0$  – сдвиг частоты компоненты СК от центральной частоты импульса. При малой отстройке  $\Omega$  в сумме (11) достаточно оставить первые два слагаемых. Тогда сдвиг частоты определяется соотношением:

$$\Omega = -3 \frac{k_2}{k_3}. \quad (12)$$

Отсюда следует, что антистоксов сдвиг ( $\Omega > 0$ ) в спектре СК возможен только при  $k_2 < 0$ , т.е. в режиме АДГС, поскольку  $k_3 > 0$  для большинства прозрачных диэлектриков в ближнем и среднем ИК-диапазоне. При нормальной ДГС ( $k_2 > 0$ ) световая пуля не образуется, и частотно-угловой спектр СК имеет характерную X-образную форму, при которой антистоксовы компоненты распространяются под углом  $\theta$ , величина которого возрастает с увеличением отстройки  $|\Omega|$  [26]. При  $k_2 = 0$  дисперсия групповой скорости отсутствует, и антистоксов сдвиг  $\Omega = 0$ .

Сдвиг  $\Delta\lambda = \lambda_0 - \lambda_{SC}$  длины волны максимума  $\lambda_{SC}$  спектральной интенсивности в антистоксовой области СК от центральной длины волны лазерного импульса, рассчитанный по (10) для плавленого кварца, кристаллов LiF, CaF<sub>2</sub> и BaF<sub>2</sub>, представлен на рис. 1 непрерывными линиями. Сдвиг  $\Delta\lambda$  обращается в нуль на длине волны импульса  $\lambda_0^{k_2=0}$ , при которой отсутствует ДГС ( $k_2 = 0$ ). Длина волны  $\lambda_0^{k_2=0}$  нулевой ДГС для плавленого кварца равна 1.27, для LiF – 1.23, CaF<sub>2</sub> – 1.55 и BaF<sub>2</sub> – 1.92 мкм [25].

Световая пуля формируется при согласованной компрессии лазерного излучения в пространстве и времени в филаменте [27]. Такой режим достигается при симметрии времени и пространственных переменных, которая имеет место при равенстве дисперсионной  $L_{dis} = \frac{\tau_0^2}{|k_2|}$  и дифракционной  $L_{dif} = k_0 a_0^2$  длин, где  $\tau_0$  – половина длительности импульса,  $a_0$  – радиус пучка, определяемые по уровню  $e^{-1}$ . Требование симметрии не является жестким, и световые пули образуются при  $L_{dis} \approx L_{dif}$  в условиях АДГС при филаментации излучения, мощность которого превышает критическую мощность самофокусиров-

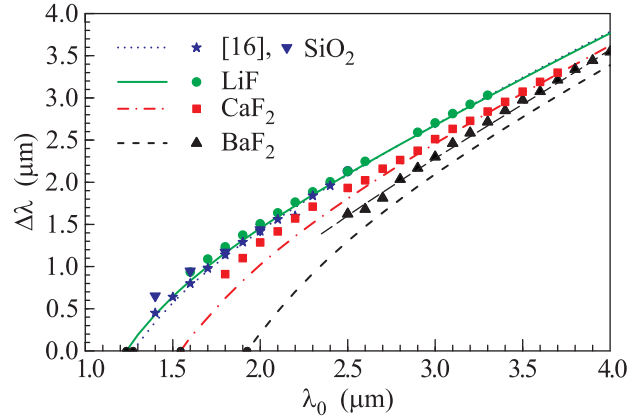


Рис. 1. (Цветной онлайн) Сдвиг  $\Delta\lambda$  длины волны максимума  $\lambda_{SC}$  в антистоксовой области СК от центральной длины волны  $\lambda_0$  лазерного импульса при филаментации в условиях АДГС в различных материалах. Рассчитанные по (10) зависимости  $\Delta\lambda(\lambda_0)$  изображены непрерывными кривыми; тонкой пунктирной линией обозначена зависимость  $\Delta\lambda(\lambda_0)$  для BaF<sub>2</sub>, полученная с учетом поправки  $v_g$ . Экспериментально измеренные значения  $\Delta\lambda$  представлены символами; символом “\*” обозначены данные из [16]

ки. Условие  $L_{dis} \approx L_{dif}$  можно принять как определение сильной АДГС, при которой формируется устойчивая световая пуля, генерирующая СК с максимумом спектральной интенсивности в антистоксовой области на длине волны  $\lambda_{SC}$ , вычисляемой по (9) или (10). Из условия сильной АДГС следует область применимости уравнений (9) и (10) для СК в филаменте лазерного излучения с конкретными параметрами в диэлектрике с известной дисперсией  $n(\lambda)$ . При  $L_{dis} > L_{dif}$  ДГС является слабой, импульс распадается в процессе образования световой пули, и спектр СК существенно зависит от энергии импульса.

Экспериментальные исследования спектра СК при филаментации импульсов в плавленом кварце и кристаллах LiF, CaF<sub>2</sub> и BaF<sub>2</sub> выполнены на спектротрическом фемтосекундном комплексе на основе перестраиваемого параметрического усилителя TOPAS, совмещенного с регенеративным усилителем Spitfire Pro. Длина волны импульсов  $\lambda_0$  варьировалась в полосе от 1.2 до 4.8 мкм. Лазерные импульсы длительностью на половине высоты от 60 до 120 фс фокусировались тонкой CaF<sub>2</sub> линзой с фокусным расстоянием 20 см на переднюю грань образцов толщиной 30 мм. Диаметр пучка в перетяжке по уровню  $e^{-1}$  составлял 50–120 мкм, энергия импульсов измерялась датчиком Fieldmax с детектором PS-10 и варьировалась в диапазоне 0.5–18 мкДж для дости-

жения режима одиночной световой пули при филаментации в рассматриваемых диэлектриках. В плавленом кварце световая пуля формировалась, например, в импульсе на длине волны  $\lambda_0 = 1.4 \mu\text{м}$  при энергии  $0.73 \mu\text{кДж}$ , пиковых значениях мощности  $12.2 \text{ МВт}$  и интенсивности  $6.2 \cdot 10^{11} \text{ Вт/см}^2$ , в  $\text{CaF}_2$  – в импульсе на длине волны  $\lambda_0 = 3.65 \mu\text{м}$  при энергии  $16.5 \mu\text{кДж}$ . Для регистрации спектров использовались волоконный спектрометр ASP-100MF и спектрометр ASPIRHS (Avesta Ltd.) в спектральных диапазонах  $0.2\text{--}1.1 \mu\text{м}$  и  $1.2\text{--}2.5 \mu\text{м}$  соответственно. При записи интегральных спектров антистоксовой полосы СК излучение фокусировалось на тонкий диффузный рассеиватель, установленный непосредственно перед спектрометрами. В плавленом кварце,  $\text{CaF}_2$  и  $\text{BaF}_2$  при рассматриваемых параметрах излучения не наблюдалась модификация материала, и запись спектров осуществлялась при частоте следования импульсов  $1 \text{ кГц}$ . В  $\text{LiF}$  при филаментации образуются центры окраски, и показатель преломления меняется с увеличением экспозиции, что качественно меняет структуру спектра СК. Поэтому при регистрации спектров в  $\text{LiF}$  образец с каждым импульсом перемещался перпендикулярно направлению его распространения.

На рис. 2, в качестве примера, приведены спектры СК в антистоксовой полосе, измеренные в  $\text{LiF}$

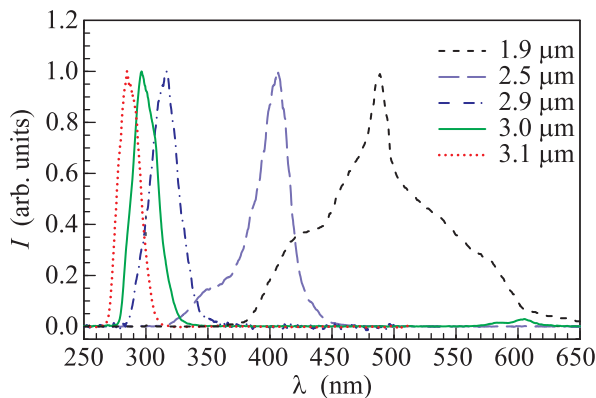


Рис. 2. (Цветной онлайн) Экспериментальные спектры антистоксовой полосы СК световой пули при филаментации в режиме одиночного импульса на различной длине волны  $\lambda_0$  в кристалле  $\text{LiF}$ . Длительность импульса  $80\text{--}100 \text{ фс}$  (FWHM), радиус пучка по уровню  $e^{-1}$  –  $70\text{--}110 \mu\text{м}$ , энергия импульса увеличивается от  $4 \mu\text{кДж}$  при  $\lambda_0 = 1.9 \mu\text{м}$  до  $13 \mu\text{кДж}$  при  $\lambda_0 = 3.3 \mu\text{м}$

при филаментации в режиме одиночного импульса на ряде длин волн  $\lambda_0$ . Видно, что с увеличением центральной длины волны импульса  $\lambda_0$  возрастает антистоксов сдвиг  $\Delta\lambda$  максимума спектральной полосы

видимого света СК. Ширина антистоксова максимума составляет  $20\text{--}25 \text{ нм}$  при ширине спектра начального импульса  $200\text{--}250 \text{ нм}$ . Подобная трансформация спектров СК зарегистрирована во всех рассматриваемых материалах.

Значения антистоксова сдвига  $\Delta\lambda$ , полученные из экспериментальных спектров, близки к теоретически рассчитанным кривым  $\Delta\lambda(\lambda_0)$  в области длин волн  $\lambda_0$ , для которых выполняется условие формирования устойчивой световой пули (рис. 1). Для кристалла  $\text{LiF}$  экспериментальные значения  $\Delta\lambda$  совпадают с рассчитанными во всем рассматриваемом диапазоне длин волн  $\lambda_0$ . В плавленом кварце и кристалле  $\text{CaF}_2$  отклонение измеренных значений  $\Delta\lambda$  от теоретических не превышает  $20\%$  с приближением  $\lambda_0$  к  $\lambda_0^{k_2=0}$ . При этом результаты измерения сдвига  $\Delta\lambda$  в плавленом кварце, взятые из [16], лежат на теоретической кривой. Систематическое отклонение расчетных и экспериментальных значений сдвига  $\Delta\lambda$  в  $\text{BaF}_2$  связано с заметным отличием групповых скоростей световой пули и импульса. Как показывает численное моделирование, выполненное относительно напряженности  $E(r, t, z)$  с нелинейной поляризацией  $P(r, t, z)$ , описывающей керровскую нелинейность и нелинейность лазерной плазмы при фото- и лавинной ионизации среды, а также тормозное поглощение [24], скорость световой пули, сформировавшейся в импульсе на длине волны  $\lambda_0 = 3 \mu\text{м}$ , составляет  $0.996v_g$ . При подстановке данной поправки в выражение (10) расчетное положение максимума СК совпадает с экспериментальным (рис. 1).

При слабой ДГС ( $L_{\text{dis}} > L_{\text{dif}}$ ), которая имеет место в импульсе с  $\lambda_0$ , незначительно превышающей длину волны нулевой дисперсии  $\lambda_0^{k_2=0}$ , измеряемый спектр СК существенно зависит от энергии импульса. В этих условиях, как следует из численного решения задачи филаментации (1) с нелинейной поляризацией  $P(r, t, z)$ , импульс при малой энергии распадается на субимпульсы, что приводит к сложной картине частотно-углового спектра, имеющей несколько максимумов.

На основе анализа фазовых соотношений для гармоник широкополосного СК, излучаемого световой пулей, образующейся при филаментации фемтосекундного импульса в условиях АДГС, установлено, что антистоксов сдвиг изолированной полосы СК определяется материальной дисперсией среды. Получено дисперсионное уравнение для антистоксовой полосы в спектре СК световой пули, которое позволяет аналитически рассчитать величину сдвига в зависимости от длины волны импульса и соотношения для материальной дисперсии среды. Полученное

дисперсионное уравнение применимо для СК устойчивой световой пули, формирующейся в условиях сильной АДГС, при которой дисперсионная длина импульса близка к дифракционной. Установленная теоретически закономерность подтверждена экспериментально спектроскопическими исследованиями СК при филаментации в плавленом кварце и фторидах фемтосекундных импульсов на длине волны, перестраиваемой в широкой области ближнего и среднего ИК диапазонов. Таким образом, для любого диэлектрика с известной дисперсионной зависимостью можно предсказать положение максимума антистоксова крыла СК, которое излучает устойчивая световая пуля, формирующаяся в среде при аномальной дисперсии групповой скорости.

Работа проведена при поддержке грантов РФФИ 14-22-02025-офи\_м и гранта Президента Российской Федерации НШ-9695.2016.2.

1. V. P. Kandidov, O. G. Kosareva, I. S. Golubtsov, W. Liu, A. Becker, N. Aközbeq, C. M. Bowden, and S. L. Chin, *Appl. Phys. B* **77**, 149 (2003).
2. S. L. Chin, S. A. Hosseini, W. Liu, Q. Luo, F. Théberge, N. Aközbeq, A. Becker, V. P. Kandidov, O. G. Kosareva, and H. Schroederet, *Can. J. Phys.* **83**, 863 (2005).
3. A. Couairon and A. Mysyrowicz, *Phys. Rep.* **441**, 47 (2007).
4. В. П. Кандидов, С. А. Шленов, О. Г. Косарева, *Квант. электроника* **39**, 205 (2009).
5. A. Salimonia, S. L. Chin, and R. Vallée, *Opt. Express* **13**, 5731 (2005).
6. M. L. Naudeau, R. J. Law, T. S. Luk, T. R. Nelson, and S. M. Cameron, *Opt. Express* **14**, 6194 (2006).
7. J. Liu, R. Li, and Z. Xu, *Phys. Rev. A* **74**, 043801 (2006).
8. Е. О. Сметанина, В. О. Компанец, С. В. Чекалин, В. П. Кандидов, *Квант. электроника* **42**, 913 (2012).
9. Е. О. Сметанина, В. О. Компанец, С. В. Чекалин, В. П. Кандидов, *Квант. электроника* **42**, 920 (2012).
10. С. В. Чекалин, В. О. Компанец, Е. О. Сметанина, В. П. Кандидов, *Квант. электроника* **43**, 326 (2013).
11. E. O. Smetanina, V. O. Kompanets, S. V. Chekalin, A. E. Dormidonov, and V. P. Kandidov, *Opt. Lett.* **38**, 16 (2013).
12. J. A. Dharmadhikari, R. A. Deshpande, A. Nath, K. Dota, D. Mathur, and A. K. Dharmadhikari, *Appl. Phys. B* **117**, 471 (2014).
13. A. E. Dormidonov, V. O. Kompanets, S. V. Chekalin, and V. P. Kandidov, *Opt. Express* **23**, 29202 (2015).
14. P. Vasa, J. A. Dharmadhikari, A. K. Dharmadhikari, R. Sharma, M. Singh, and D. Mathur, *Phys. Rev. A* **89**, 043834 (2014).
15. V. Jukna, J. Galinis, G. Tamošauskas, D. Majus, and A. Dubietis, *Appl. Phys. B* **116**, 477 (2014).
16. A. Couairon, V. Jukna, J. Darginavičius, D. Majus et al., in *Laser Filamentation*, ed. by A. D. Bandrauk, E. Lorin, J. V. Moloney, Springer International Publishing (2016), CRM Series in Mathematical Physics, p. 147.
17. A. E. Dormidonov and V. P. Kandidov, *Laser Phys.* **19**, 1993 (2009).
18. M. Kolesik, E. M. Wright, and J. V. Moloney, *Opt. Express* **13**, 10729 (2005).
19. С. В. Чекалин, В. О. Компанец, А. Э. Докукина, А. Е. Дормидонов, Е. О. Сметанина, В. П. Кандидов, *Квант. электроника* **45**, 401 (2015).
20. S. V. Chekalin, A. E. Dokukina, A. E. Dormidonov, V. O. Kompanets, E. O. Smetanina, and V. P. Kandidov, *J. Phys. B* **48**, 094008 (2015).
21. I. Gražulevičiūtė, R. Šuminas, G. Tamošauskas, A. Couairon, and A. Dubietis, *Opt. Lett.* **40**, 3719 (2015).
22. I. Gražulevičiūtė, N. Garejev, D. Majus, V. Jukna, G. Tamošauskas, and A. Dubietis, *J. Opt.* **18**, 025502 (2016).
23. Е. Д. Залозная, А. Е. Дормидонов, В. П. Кандидов, *Оптика атмосферы и океана* **29**, 184 (2016).
24. M. Kolesik and J. V. Moloney, *Phys. Rev. E* **70**, 036604 (2004).
25. <http://refractiveindex.info>.
26. В. П. Кандидов, Е. О. Сметанина, А. Е. Дормидонов, В. О. Компанец, С. В. Чекалин, *ЖЭТФ* **140**, 484 (2011).
27. Y. Silbergberg, *Opt. Lett.* **15**, 1282 (1990).