Письма в ЖЭТФ, том 104, вып. 6, с. 424 – 429

Краевые плазмон-поляритоны на полуплоскости

А. А. Заболотных[1)], *В. А. Волков*

Институт радиотехники и электроники им. Котельникова РАН, 125009 Москва, Россия

Московский физико-технический институт, 141700 Долгопрудный, Россия

Поступила в редакцию 15 августа 2016 г.

Учтено влияние электромагнитного запаздывания на спектр краевых плазмонов в полубесконечной 2D электронной системе. Задача сводится к сложным интегральным уравнениям для потенциалов, которые решены с помощью существенного упрощения интегрального ядра. Проанализировано пространственное распределение потенциалов, зарядов и токов. Показано, что в высокопроводящей 2D системе краевые плазмон-поляритоны добротны при любых частотах, в том числе при частотах, меньших τ^{-1}, где τ – время релаксации электронов.

DOI: 10.7868/S0370274X16180090

Введение. Плазмоны в двумерных (2D) электронных системах (ЭС) в полупроводниковых структурах изучаются уже почти полвека, начиная с пионерской теоретической работы [1] и первых экспериментальных работ [2–4].

Спектр 2D плазмонов, в отличие от 3D плазмонов, не имеет щели при нулевом волновом векторе [1, 5] и в чистой системе ($\tau \to \infty$, где τ –время релаксации электрона) в квазистатическом и длинноволновом пределах имеет вид $\omega_0(q) = \sqrt{2\pi n_0 e^2 q/\varkappa m}$, где q – модуль волнового вектора плазмона, n_0 – невозмущенная 2D концентрация электронов в системе, m – эффективная масса электрона, $e > 0$ – модуль заряда электрона, $\varkappa$ – диэлектрическая проницаемость среды, в которую помещена 2D система.

При конечном τ частота плазмона становится комплексной величиной, мнимая часть которой соответствует затуханию плазмона со временем. В вышеуказанных пределах дисперсия принимает вид

$$\omega_{\text{bulk}}(q) = \omega' + i\omega'' = \sqrt{\omega_0^2(q) - 1/4\tau^2} - i/2\tau. \quad (1)$$

Видно, что плазмон добротный, т.е. $\omega' \gtrsim \omega''$, начиная с частот порядка $1/\tau$. При меньших частотах плазмон затухает быстрее, чем осциллирует.

Однако ситуация кардинально изменяется, если учесть электромагнитное запаздывание [6, 7]. В работе [7] были рассмотрены свойства 2D плазмон-поляритонов, т.е. плазмонов при учете электромагнитного запаздывания, в 2D ЭС с конечным временем релаксации τ. Было получено, что характерный вид спектра сильно зависит от величины безразмерной проводимости $\widetilde{\sigma} = 2\pi\sigma/c$, где $\sigma = e^2 n_0 \tau/m$ – статическая удельная проводимость 2D ЭС (имеющая в системе единиц СГС размерность скорости), c – скорость света (для простоты рассматривается 2D система, помещенная в вакуум: $\varkappa = 1$). Если проводимость 2D системы "мала" ($\widetilde{\sigma} < 1$), то спектр плазмон-поляритона низкодобротен и качественно похож на спектр плазмона (1) в том смысле, что условие $\omega' \geq \omega''$ выполняется с конечных значений ω' и волнового вектора q. Однако при "большой" проводимости 2D системы ($\widetilde{\sigma} > 1$) спектр плазмон-поляритонов сильно изменяется (см. рис. 1 из работы [7]). В такой системе плазмон-поляритон добротен, т.е. $\omega' \gtrsim \omega''$, при любых волновых векторах q и частотах ω', даже при частотах $\omega' < 1/\tau$.

Как известно, вдоль края 2D системы может бежать краевой плазмон [8–13]. В квазистатическом пределе его закон дисперсии $\omega_{\text{edge}}(q)$ похож на закон дисперсии объемного плазмона (плазмона в системе без границы) (1):

$$\omega_{\text{edge}}(q) = \sqrt{\alpha^2\omega_0^2(q) - 1/4\tau^2} - i/2\tau, \quad (2)$$

где q –волновой вектор вдоль границы, константа $\alpha \approx 0.906$, согласно точному решению задачи [10], $\alpha = \sqrt{2/3} \approx 0.816$, согласно приближенному решению [11]. При $\omega'\tau < 1$ краевой плазмон сильно затухает, как и объемный плазмон в квазистатическом пределе.

На важность эффектов электромагнитного запаздывания указывалось в экспериментальных работах по 2D плазмонам [14–19]. Упомянем также теоретические работы по микроволновому отклику массивов антиточек [20] и 2D ЭС в виде полосы [21]. Спектр

[1)]e-mail: andrey.zabolotnyh@phystech.edu

плазмон-поляритонов в двуслойной системе с конечным τ был проанализирован в работе [22].

Цель настоящей работы – учесть влияние электромагнитного запаздывания на спектр краевых плазмонов (т.е. краевых плазмон-поляритонов) в простейшей полубесконечной 2D электронной системе – на полуплоскости. Существенно, что будет использован простейший подход, развитый в свое время в работе Феттера [11] при рассмотрении спектра краевых плазмонов без учета запаздывания.

2. Основные уравнения и метод решения. Рассмотрим 2D ЭС, помещенную в вакуум ($\varkappa = 1$), лежащую в полуплоскости $x > 0$, $z = 0$; граница 2D системы совпадает с осью y. Будем моделировать границу резким скачком концентрации электронов до нуля при $x < 0$.

Будем искать спектр краевого плазмон-поляритона в длинноволновом пределе $q \ll k_F$, где $\hbar k_F$ – импульс Ферми, т.к. влияние запаздывания наиболее сильно, когда длина волны плазмона порядка длины волны света при той же частоте. Будем использовать классическое уравнение для средней скорости электронов (уравнение Эйлера) и уравнения Максвелла.

Уравнение для средней скорости электронов $\mathbf{v} = (v_x, v_y)$ можно записать в виде (см., например, [11, 23])

$$\partial_t \mathbf{v} + \mathbf{v}/\tau = -s^2 \nabla n/n_0 - e\mathbf{E}/m, \tag{3}$$

где $\mathbf{E} = -\nabla\varphi - \partial_t \mathbf{A}/c$ – среднее поле, наведенное электронами, $\mathbf{A} = (A_x, A_y)$ – вектор-потенциал в плоскости 2D ЭС, n – возмущение равновесной концентрации, первое слагаемое в правой части уравнения (3) описывает давление, s по порядку величины равно скорости Ферми v_F, $s^2 = 3v_F^2/4$, согласно работе [23].

Уравнения Максвелла для скалярного и векторного потенциалов φ, $\mathbf{A} = (A_x, A_y)$ и A_z в калибровке Лоренца имеют вид

$$\left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta\right)\begin{pmatrix}\varphi\\ \mathbf{A}\\ A_z\end{pmatrix} = 4\pi\begin{pmatrix}\rho\\ \mathbf{j}/c\\ 0\end{pmatrix}\delta(z), \tag{4}$$
$$\mathrm{div}\mathbf{A} + \partial_z A_z + \partial_t\varphi/c = 0,$$

где $\mathrm{div} = (\partial_x, \partial_y)$, $\rho = -en$ – возмущение электронной плотности, $\mathbf{j}$ –2D плотность тока, текущего в 2D ЭС. Отметим, что из уравнений (4) следует уравнение непрерывности $\partial_t\rho + \mathrm{div}\mathbf{j} = 0$.

В безграничном случае уравнения (3), (4) определяют спектры независимых TE и TM мод [7]; причем обычному продольному плазмону со спектром (1) соответствует TM мода при больших (вдали от световой ветки) волновых векторах. Граница "перемешивает" TE и TM моды.

Будем искать решения в виде бегущей вдоль границы волны $\mathbf{A} = \mathbf{A}(x,z)\exp(iq_y y - i\omega t)$, $\varphi = \varphi(x,z)\exp(iq_y y - i\omega t)$; $\mathbf{A}(x,z)$, $\varphi(x,z)$ должны уменьшаться при удалении от границы. $A_z = 0$, т. к. нет токов поперек 2D ЭС. Компоненту вектор-потенциала A_y можно исключить с помощью уравнения калибровки. Поэтому сконцентрируемся на уравнениях для $\varphi(x,z)$ и $A_x(x,z)$:

$$\left(\partial_x^2 + \partial_z^2 - \beta^2\right)\begin{pmatrix}\varphi(x,z)\\ A_x(x,z)\end{pmatrix} = 4\pi e\begin{pmatrix}n(x)\\ \frac{n_0 v_x(x)}{c}\end{pmatrix}\delta(z), \tag{5}$$

где мы линеаризовали плотность тока $\mathbf{j} = -en_0\mathbf{v}$, $\beta = \sqrt{q_y^2 - \omega^2/c^2}$, $\mathrm{Re}\,\beta > 0$; $v_x(x) = 0$ и $n(x) = 0$ при $x < 0$.

Система уравнений (5) в 2D пространстве сводится методом функций Грина к системе интегральных уравнений в 1D пространстве. Полученную систему уравнений можно пытаться решить методом Винера–Хопфа (см., например, [10]). Однако решение, полученное таким образом (если его вообще удается получить в явном виде), очень громоздкое и с трудом поддается анализу. Поэтому для получения спектра плазмонов в ограниченных системах часто используют приближенные методы, одним из которых является метод упрощения ядра в интегральном уравнении для $\varphi(x,z)$ (и $A_x(x,z)$), который мы и будем использовать.

Для вычисления закона дисперсии плазмонов в 2D ЭС метод упрощения ядра интегрального уравнения, по-видимому, впервые был применен в работе [11]. В этой работе был вычислен спектр краевого плазмона и магнитоплазмона в геометрии полубесконечной 2D системы с прямолинейной границей в квазистатическом пределе. В случае краевого плазмона (без внешнего магнитного поля) полученный спектр хорошо согласуется со спектром краевого плазмона, полученным из точного решения [10], отличие состоит лишь в величине константы α (см. Введение). Поэтому можно надеяться, что и для спектра краевого плазмон-поляритона этот метод также даст разумные результаты. Упомянем, что этот метод использовался для нахождения спектра плазмона в полосе [24], спектра краевого магнитоплазмона на границе двух двумерных слоев [25], спектров краевых плазмонов в графене [26] и топологических системах [27, 28].

Суть метода состоит в следующем. Рассмотрим первое уравнение системы (5) (второе рассматривается аналогично) при $z = 0$, т.е. в плоскости 2D системы, и перейдем к интегральному уравнению в 1D пространстве:

$$\varphi(x, z = 0) = -2e \int_{-\infty}^{+\infty} K_0(\beta|x - x'|)n(x')dx', \quad (6)$$

где $K_0(x)$ – функция Макдональда нулевого порядка, которая имеет асимптотики $K_0(x) = \sqrt{2/(\pi x)}\exp(-|x|)$ при $x \to \infty$, $K_0(x) = \ln(2/x) - \gamma$ при $x \to 0$, где $\gamma \approx 0.577$ –постоянная Эйлера–Маскерони. Метод состоит в замене ядра $K_0(x)$ на более простое ядро $L_0(x)$ так, чтобы у них совпадали площади под графиками функций и вторые моменты (более подробно см. [11] и ссылки внутри). Оказывается, что для ядра $K_0(x)$ в качестве приближенного ядра можно взять $L_0(x) = \pi\exp(-\sqrt{2}\beta|x|)/\sqrt{2}$. После замены ядра K_0 на L_0 в интегральном уравнении (6), получаем, что, т. к. $L_0(x)$ является функцией Грина оператора $(-\partial_x^2 + 2\beta^2)/(2\pi\beta)$, то для $\varphi(x, 0)$ и $A_x(x, 0)$ можно перейти к дифференциальным уравнениям

$$\begin{cases} (\partial_x^2 - 2\beta^2)\varphi(x, 0) = 4\pi\beta e n(x), \\ (\partial_x^2 - 2\beta^2)A_x(x, 0) = 4\pi\beta e n_0 v_x(x)/c, \end{cases} \quad (7)$$

где $n(x)$ и $v_x(x)$ равны нулю при $x < 0$ и отличны от нуля при $x > 0$. Таким образом, вместо интегральных уравнений (5) мы получили дифференциальные уравнения в 1D пространстве (7).

После подстановки концентрации n из уравнения непрерывности и тока $\mathbf{j}$ из уравнения (3) в уравнения (7), при $x > 0$ получаем следующую систему уравнений

$$\begin{cases} s^2\varphi''''(x) + (\omega\widetilde{\omega} - 2\omega_p^2 - 2\beta^2 s^2 - s^2 q_y^2)\varphi''(x) + \\ +2\beta^2(\omega_p^2 - \omega\widetilde{\omega} + s^2 q_y^2)\varphi(x) = 0, \\ A_x''(x) - 2(\beta^2 + \omega_p^2\omega/(\widetilde{\omega}c^2))A_x(x) = \\ = (2\omega_p^2\varphi'(x) + 2\beta^2 s^2\varphi'(x) - s^2\varphi'''(x))/(-i\widetilde{\omega}c), \end{cases} \quad (8)$$

где введены обозначения $\widetilde{\omega} = \omega + i/\tau$, $\omega_p^2 = 2\pi e^2 n_0\beta/m$; значения $\varphi(x)$ и $A_x(x)$ берутся при $z = 0$. Отметим, что в уравнение для $\varphi(x)$ не вошли компоненты вектор-потенциала. При $x < 0$ имеем, очевидно, простую систему уравнений

$$\begin{cases} (\partial_x^2 - 2\beta^2)\varphi(x) = 0, \\ (\partial_x^2 - 2\beta^2)A_x(x) = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Обсудим граничные условия для систем уравнений (8), (9). Во-первых, будем искать локализованные вблизи границы решения, т.е. падающие при $x \to \pm\infty$. Во-вторых, будем считать, что $\varphi(x)$, $A_x(x)$ и их первые производные непрерывны при $x = 0$, это следует из уравнений (7) и отсутствия дельта-образных (а также более сингулярных) зарядов и токов на границе [29]. Наконец, в-третьих, нормальная к границе компонента тока (или скорости) должна обращаться в нуль на границе $v_x(x = 0) = 0$.

Теперь переходим к решению систем уравнений (8), (9). Решаем сначала уравнение для $\varphi(x)$, получаем

$$\varphi(x) = \varphi_0 e^{\sqrt{2}\beta x}, \qquad x < 0; \quad (10)$$

$$\varphi(x) = \varphi_1 e^{-\lambda_1 x} + \varphi_2 e^{-\lambda_2 x}, \quad x > 0; \quad (11)$$

где $\varphi_{0,1,2}$ – константы. При условиях малости s и q_y: $s/c \ll 1$, $|\omega_p^2 - \omega\widetilde{\omega}| \gg s^2 q_y^2$, $|2\omega_p^2 - \omega\widetilde{\omega}| \gg s^2|q_y^2 + 2\beta^2|$ имеем

$$\lambda_1^2 = 2\beta^2\frac{\omega_p^2 - \omega\widetilde{\omega}}{2\omega_p^2 - \omega\widetilde{\omega}}, \quad \lambda_2^2 = \frac{2\omega_p^2 - \omega\widetilde{\omega}}{s^2}, \quad (12)$$

знак $\lambda_{1,2}$ определяется из условия $\mathrm{Re}\lambda_{1,2} > 0$.

Подставляем полученное решение для $\varphi(x)$ при $x > 0$ в правую часть второго уравнения системы (8). Решив уравнение для $A_x(x)$, получаем

$$A_x(x) = A_0 e^{\sqrt{2}\beta x}, \qquad x < 0; \quad (13)$$

$$A_x(x) = A_1 e^{-\lambda_1 x} + A_2 e^{-\lambda_2 x} + A_3 e^{-\gamma x}, \quad x > 0; \quad (14)$$

где $A_{0,1,2,3}$ – константы, $\gamma^2 = 2(\beta^2 + \omega_p^2\omega/(\widetilde{\omega}c^2))$ и $\mathrm{Re}\gamma > 0$. Константы $A_{1,2}$ однозначно связаны с $\varphi_{1,2}$:

$$A_{1,2} = \frac{\varphi_{1,2}\lambda_{1,2}(2\omega_p^2 + 2\beta^2 s^2 - s^2\lambda_{1,2}^2)}{i\widetilde{\omega}c(\lambda_{1,2}^2 - \gamma^2)}. \quad (15)$$

Мы получили 5 неизвестных констант ($\varphi_{0,1,2}$ и $A_{0,3}$), а также 5 граничных условий в нуле (непрерывность $\varphi(x)$, $A_x(x)$ и их производных, а также зануление тока на границе). Подставляя полученные выражения для $\varphi(x)$ и $A_x(x)$ в граничные условия, можно получить дисперсионное уравнение. При условии, что $\omega\widetilde{\omega}$ одного порядка с $2\omega_p^2 - \omega\widetilde{\omega}$, а также условий, использованных при упрощении корней $\lambda_{1,2}$, получаем

$$\omega\widetilde{\omega} = D\left[2\omega_p^2(1 - \delta) - \omega\widetilde{\omega}\right], \text{ где } D = \sqrt{\frac{\omega_p^2 - \omega\widetilde{\omega}}{2\omega_p^2 - \omega\widetilde{\omega}}}, \quad (16)$$

$$\delta = \frac{\sqrt{1 + (\omega_p^2\omega)/(c^2\widetilde{\omega}\beta^2)} - 1}{D + \sqrt{1 + (\omega_p^2\omega)/(c^2\widetilde{\omega}\beta^2)}}.$$

В квазистатическом пределе ($c \to \infty$) коэффициент $\delta \to 0$, и мы получаем дисперсионное уравнение, полученное в работе [11]. Однако, чтобы получить дисперсионное уравнение (16) недостаточно просто заменить q_y на $\sqrt{q_y^2 - \omega^2/c^2}$ в дисперсионном уравнении без запаздывания.

3. Анализ дисперсионного уравнения. Дисперсионное уравнение (16) позволяет найти спектр краевых плазмон-поляритонов, см. рисунки 1 и 2.

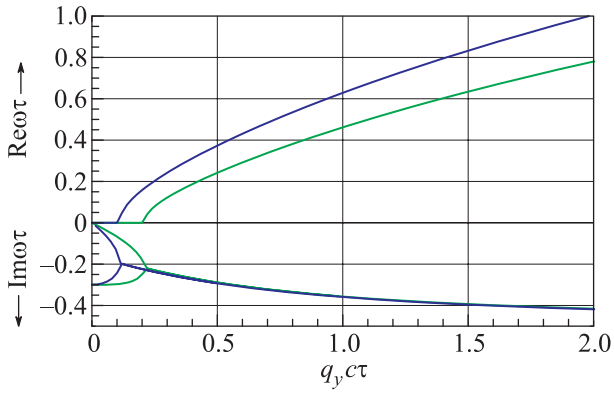

Рис. 1. (Цветной онлайн) Спектры плазмон-поляритонов при безразмерной проводимости 2D системы $\widetilde{\sigma} = 2\pi e^2 n_0 \tau/(mc) = 0.7$. Зеленым обозначен спектр краевого плазмон-поляритона, синим – объемного с тем же q_y при $q_x = 0$. По вертикальной оси отложены действительная (верхняя часть графика) и мнимая (нижняя часть) части комплексной частоты плазмон-поляритонов, обезразмеренные на время релаксации электрона τ

Рассмотрим сначала случай $\widetilde{\sigma} < 1$ (рис. 1). В этом случае при малых волновых векторах спектр краевого плазмон-поляритона чисто релаксационный: $\omega\tau = -i(1-\widetilde{\sigma})$ или $\omega = 0$ при $q_y = 0$. При больших волновых векторах получаем обычный спектр (2) с $\alpha = \sqrt{2/3}$.

При стремлении $\widetilde{\sigma}$ к единице снизу область чистой релаксации сжимается, и при $\widetilde{\sigma} = 1$ исчезает.

Характерный вид спектров краевого и объемного плазмон-поляритонов в случае $\widetilde{\sigma} > 1$ представлен на рис. 2. Напомним кратко особенности объемного плазмон-поляритона при $\widetilde{\sigma} > 1$. Его спектр имеет асимптотику $\omega = \widetilde{\sigma} cq/\sqrt{\widetilde{\sigma}^2 - 1} - i\tau(\widetilde{\sigma} cq/(\widetilde{\sigma}^2 - 1))^2$ при $q \to 0$. То есть $\omega' \propto q$, $\omega'' \propto q^2$, поэтому при малых q плазмон-поляритон добротный. Теперь вернемся к краевому плазмон-поляритону. В нуле его спектр имеет линейную асимптотику и для ω', и для ω'', в отличие от объемного, т.е. $\omega = vq_y$, где v –комплексная скорость. График зависимости $v(\widetilde{\sigma})$ представлен на рис. 3. Зависимость $v(\widetilde{\sigma})$ имеет асимптотики:

$$v/c = \begin{cases} \sqrt[4]{3}(1-i)/(2\sqrt[4]{\widetilde{\sigma}^2 - 1}), & \widetilde{\sigma} \to 1+0; \\ 1 - (1+i\sqrt{3})/(4\sqrt[3]{4}\widetilde{\sigma}^{2/3}), & \widetilde{\sigma} \to \infty. \end{cases} \quad (17)$$

Действительная часть скорости $\mathrm{Re}\, v$ больше c при $1 < \widetilde{\sigma} < \widetilde{\sigma}_c$, где $\widetilde{\sigma}_c \approx 1.57$ (см. рис. 3). При $\widetilde{\sigma} \to \infty$ действительная часть скорости v стремится к c снизу, мнимая часть скорости стремится к нулю. $\mathrm{Re}\, v > \mathrm{Im}\, v$ при любой $\widetilde{\sigma} > 1$, а значит краевой плазмон-поляритон добротный ($\omega' > \omega''$) при сколь угодно малых q_y и, следовательно, частотах ω'.

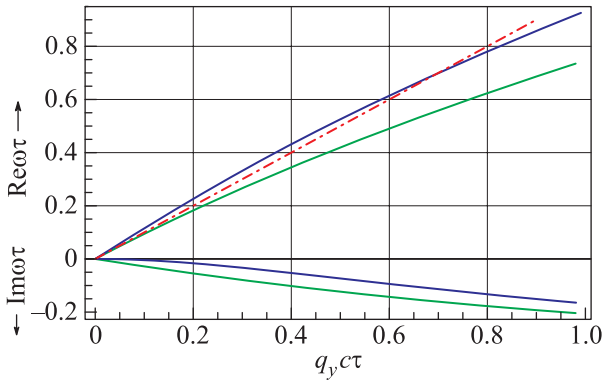

Рис. 2. (Цветной онлайн) Спектры плазмон-поляритонов при проводимости 2D системы $\widetilde{\sigma} = 2$. Зеленым обозначен спектр краевого плазмон-поляритона, синим – объемного с тем же q_y при $q_x = 0$. По вертикальной оси отложены действительная (верхняя часть графика) и мнимая (нижняя часть) части комплексной частоты плазмон-поляритонов. Красным штрих-пунктиром обозначен закон дисперсии света $\omega = cq_y$

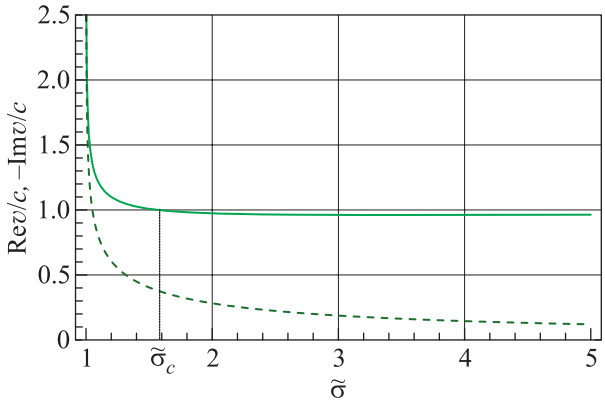

Рис. 3. (Цветной онлайн) Зависимости действительной $\mathrm{Re}\, v$ (сплошная линия) и мнимой $\mathrm{Im}\, v$ (пунктир) частей скорости краевого плазмон-поляритона v при $q_y \to 0$ от безразмерной проводимости $\widetilde{\sigma} > 1$

Характерная длина локализации поля краевого плазмон-поляритона определяется корнем λ_1 и составляет $1/\mathrm{Re}\lambda_1$. При больших значениях q_y (вдали от светового конуса) $\mathrm{Re}\lambda_1 \approx q_y/\sqrt{2}$. При $q_y \to 0$ имеем: $\lambda_1 = q_y$ при $\widetilde{\sigma} \to 1+0$; $\lambda_1 \propto 1/\sqrt[3]{\widetilde{\sigma}}$ при $\widetilde{\sigma} \to \infty$. Таким образом, при малых q_y, чем больше проводимость, тем больше область локализации плазмона. При больших q_y область локализации не зависит от проводимости и порядка q_y^{-1}. Характерные виды за-

висимостей $\varphi(x)$ и $A_x(x)$, а также плотности заряда $\rho(x)$ и тока $j_x(x)$, от координаты x, приведены на рис. 4, 5. Параметры указаны в подписи к рис. 4.

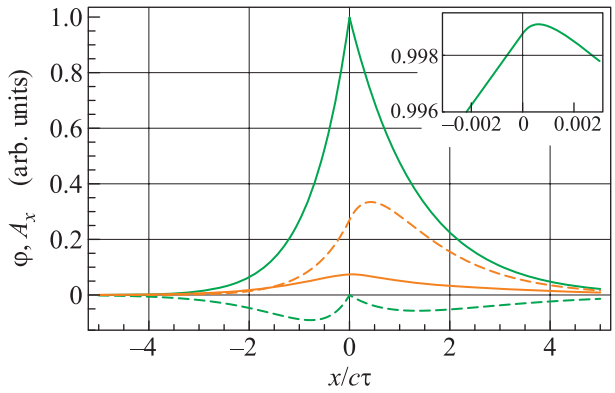

Рис. 4. (Цветной онлайн) Зависимости комплексных амплитуд потенциала $\varphi(x, z = 0)$ (зеленый) и вектор-потенциала $A_x(x, z = 0)$ (оранжевый) в относительных единицах (полагали $\varphi_1 = 1$) от координаты x, обезразмеренной на $c\tau$; 2D ЭС находится в области $x > 0$. Сплошной линией обозначена действительная часть φ и A_x, пунктиром – мнимая. На вставке – увеличенная часть графика $\varphi(x)$ вблизи нуля. Графики построены для $\widetilde{\sigma} = 2$, $q_y c\tau = 1.2$, $\omega\tau \approx 0.86 - i0.23$ (см. рис. 2). Для отношения c/s было взято характерное значение 10^3. Характерная длина локализации $1/Re\lambda_1 \approx 1.4c\tau$

Обсудим теперь пространственное распределение заряда. Одна часть заряда сосредоточена на короткой длине $1/\mathrm{Re}\lambda_2$ (см. вставку на рис. 5a), другая – на большой длине $1/\mathrm{Re}\lambda_1$. Мы оценили количество заряда, сконцентрированное на обеих длинах. Оказалось, что при больших волновых векторах q_y (когда эффекты запаздывания незначительны), на обеих длинах находится примерно одинаковое количество заряда. При $q_y \to 0$ и $\widetilde{\sigma} \to 1 + 0$ основной заряд расположен на большой длине $1/\mathrm{Re}\lambda_1$. При $q_y \to 0$ и $\widetilde{\sigma} \to \infty$ на длине $1/\mathrm{Re}\lambda_1$ находится примерно 30 % всего заряда.

Заключение. Методом Феттера [11] найден приближенный спектр краевых плазмон-поляритонов в полубесконечной 2D системе с линейной границей. Проанализировано пространственное распределение потенциалов, зарядов и токов. Показано, что при условии $2\pi\sigma > c$ (σ – статическая проводимость 2D системы), краевой плазмон-поляритон, как и объемный, может быть добротным ($Re\,\omega \gtrsim Im\,\omega$) при любых волновых векторах и, соответственно, частотах, даже при частотах меньших τ^{-1}, где τ – время релаксации электрона в 2D ЭС.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты

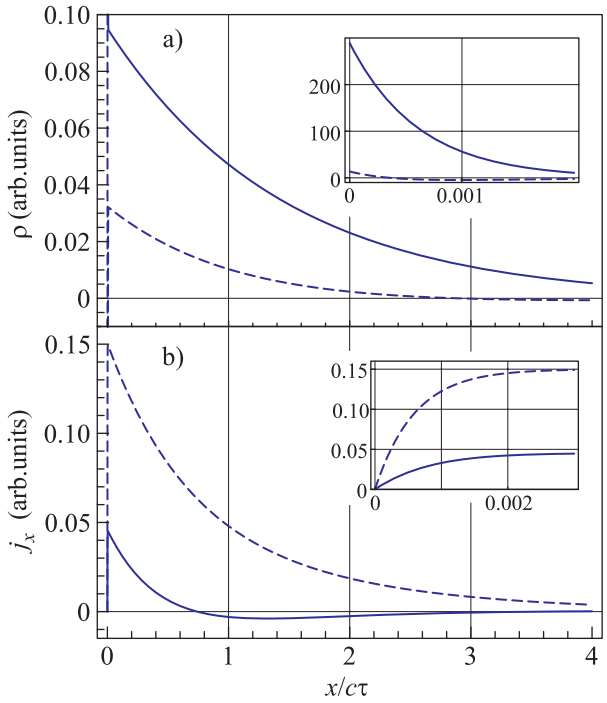

Рис. 5. (Цветной онлайн) Зависимости комплексных амплитуд плотности заряда $\rho(x)$ (a) и тока $j_x(x)$ (b) в относительных единицах (ρ обезразмеренно $\varphi_1/c\tau$, j_x – на φ_1/τ) от координаты x, обезразмеренной на $c\tau$. Сплошной линией обозначена действительная часть ρ и j_x, пунктиром – мнимая. На вставках – увеличенные части графиков при x вблизи нуля. Графики построены для тех же параметров, что и на рис. 4

#14-02-01166 и 16-32-00526), А.А.З. выражает благодарность Фонду “Династия”.

1. F. Stern, Phys. Rev. Lett. **18**, 546 (1967).
2. C. C. Grimes and G. Adams, Phys. Rev. Lett. **36**, 145 (1976).
3. S. J. Allen, Jr., D. C. Tsui, and R. A. Logan, Phys. Rev. Lett. **38**, 980 (1977).
4. T. N. Theis, J. P. Kotthaus, and P. J. Stiles, Solid State Commun. **26**, 603 (1978).
5. А. В. Чаплик, ЖЭТФ **62**, 726 (1972).
6. А. О. Говоров, А. В. Чаплик, ЖЭТФ **95**, 1976 (1989).
7. В. И. Фалько, Д. Е. Хмельницкий, ЖЭТФ **95**, 1988 (1989).
8. D. B. Mast, A. J. Dahm, and A. L. Fetter, Phys. Rev. Lett. **54**, 1706 (1985).
9. D. C. Glattli, E. Y. Andrei, G. Deville, J. Poitrenaud, and F. I. B. Williams, Phys. Rev. Lett. **54**, 1710 (1985).
10. В. А. Волков, С. А. Михайлов, Письма в ЖЭТФ **42**, 450 (1985).
11. A. L. Fetter, Phys. Rev. B **32**, 7676 (1985).
12. В. А. Волков, С. А. Михайлов, ЖЭТФ **94**, 217 (1988).

13. В. А. Волков, Д. В. Галченков, Л. А. Галченков, И. М. Гродненский, О. Р. Матов, С. А. Михайлов, Письма в ЖЭТФ **45**, 252 (1986).
14. I. V. Kukushkin, J. H. Smet, S. A. Mikhailov, D. V. Kulakovskii, K. von Klitzing, and W. Wegscheider, Phys. Rev. Lett. **90**, 156801 (2003).
15. И. В. Кукушкин, Д. В. Кулаковский, С. А. Михайлов, Ю. Смет, К. фон Клитцинг, Письма в ЖЭТФ **77**, 594 (2003).
16. I. V. Kukushkin, V. M. Muravev, J. H. Smet, M. Hauser, W. Dietsche, and K. von Klitzing, Phys. Rev. B **73**, 113310 (2006).
17. V. M. Muravev, I. V. Andreev, I. V. Kukushkin, S. Schmult, and W. Dietsche, Phys. Rev. B **83**, 075309 (2011).
18. П. А. Гусихин, В. М. Муравьев, И. В. Кукушкин, Письма в ЖЭТФ **100**, 732 (2014).
19. V. M. Muravev, P. A. Gusikhin, I. V. Andreev, and I. V. Kukushkin, Phys. Rev. Lett. **114**, 106805 (2015).
20. S. A. Mikhailov, Phys. Rev. B **54**, 10335 (1996).
21. S. A. Mikhailov and N. A. Savostianova, Phys. Rev. B **71**, 035320 (2005).
22. А. В. Чаплик, Письма в ЖЭТФ **101**, 602 (2015).
23. S. Rudin and M. Dyakonov, Phys. Rev. B **55**, 4684 (1997).
24. V. Cataudella and G. Iadonisi, Phys. Rev. B **35**, 7443 (1987).
25. С. А. Михайлов, Письма в ЖЭТФ **61**, 412 (1995).
26. W. Wang, J. M. Kinaret, and S. P. Apell, Phys. Rev. B **85**, 235444 (2012).
27. J. C. W. Song and M. S. Rudner, PNAS **113**, 4658 (2016).
28. A. Kumar, A. Nemilentsau, K. H. Fung, G. Hanson, N. X. Fang, and T. Low, Phys. Rev. B **93**, 041413(R) (2016).
29. Л. А. Вайнштейн, *Теория дифракции и метод факторизации*, Сов. радио, М. (1966), с. 12.