

Перколяция и электрон-электронное взаимодействие в решетке антиточек

В. А. Ткаченко⁺¹, О. А. Ткаченко⁺, Г. М. Миньков^{*×}, А. А. Шерстобитов^{*×}

⁺ Институт физики полупроводников им. Ржанова СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия

^{*} Уральский федеральный университет им. Ельцина, 620000 Екатеринбург, Россия

[×] Институт физики металлов им. Михеева УрО РАН, 620990 Екатеринбург, Россия

Поступила в редакцию 11 июля 2016 г.

После переработки 16 августа 2016 г.

Экспериментально и численно изучена квадратная решетка микроконтактов с периодом 1 мкм в плотном низкоподвижном двумерном электронном газе. При изменении затворного напряжения V_g проводимость решетки σ меняется на 5 порядков в диапазоне температур T от 1.4 до 77 К в хорошем согласии с подгоночной формулой $\sigma(V_g) = A(V_g - V_g^*(T))^\beta$ с $\beta = 4$. При низких температурах насыщение $\sigma(T)$ отсутствует, что объясняется электрон-электронным взаимодействием. Модель решетки с феноменологическим потенциалом в микроконтактах позволила воспроизвести зависимость $\sigma(T, V_g)$ и найти долю микроконтактов $x(V_g, T)$ с кондактансами больше σ . Выяснено, что зависимость $x(V_g)$ нелинейна, и критический индекс в формуле $\sigma \propto (x - 1/2)^t$ принимает значения $1.3 < t(T, V_g) < \beta$.

DOI: 10.7868/S0370274X16190061

Явление перколяции, свойственное огромному числу природных и искусственных систем, изучается уже 60 лет, начиная с простых решеток случайно разорванных классических проводников ([1, 2] и ссылки там). Как правило, перколирующие наномасштабные системы геометрически сложны, как, например, сильно легированные полупроводники [1] и гранулированные материалы [3, 4]. При описании перколяции используются универсальные критические индексы, определяемые лишь размерностью решеточных и континуальных систем [1]. Однако критический индекс электросопротивления не является универсальным ([5] и ссылки там), т.е. показатель степени в формуле $\sigma \propto (x - x_c)^t$, связывающей проводимость решетки σ с долей проводящих связей x , может отличаться от вычисленного и измеренного для бинарного разброса 0–1 кондактанса связей ($t_u = 1.3$ в двумерных решетках). Например, для гранулированных материалов t зависит от распределения межгранульных туннельных сопротивлений [3], которое в действительности плохо известно, даже для двумерных систем наночастиц [4]. С другой стороны, для квадратных решеток антиточек в высокоподвижном двумерном электронном газе (ДЭГ) при температуре $T < 0.1$ К возле порога по затворному напряжению V_g наблюдалась зависимость проводимости вида

$\sigma \propto (V_g - V_g^*)^\beta$ с $\beta \approx 1.26$ [6] и 1.2 [7]. Эти значения близки к значению критического индекса электросопротивления двумерных классических решеток случайно разорванных проводников [1, 2]. Однако трактовка наблюдаемой зависимости $\sigma(V_g)$ в рамках теории перколяции находится под вопросом. В [6, 7] предполагалось, что $(V_g - V_g^*) \propto (x - 1/2)$, что никогда не проверялось. Интервал подгонки σ под теорию перколяции был в пределах одного порядка ниже режима квантовой баллистики $\sigma \sim e^2/h$, которому свойственна нелокальность сопротивления [8]. В этом случае вряд ли оправдано применение терминов хипотенциал и сопротивление к индивидуальным квантовым точкам и каналам между соседними точками. К тому же, в [7] на другой стороне подгоночного интервала наблюдались эффекты кулоновской блокады. Поэтому для структур с высокоподвижным ДЭГ и малым периодом решетки (120 нм [7], 600 нм [6]) модель решетки случайных сопротивлений не подходит. Совсем другая ситуация возможна для решеток большего периода в плотном и низкоподвижном ДЭГ [9, 10]. Тогда длина свободного пробега $v_F \tau$ оказывается много меньше периода решетки, и в случае низкой проводимости электроны должны релаксировать в каждой квантовой точке. При этом, исходя из [11] и оценки $k_B T \tau \sim \hbar$, следует ожидать влияния электрон-электронного взаимо-

¹)e-mail: vtkach@isp.nsc.ru

действия на транспорт при $T \sim 10$ К, и даже при азотных температурах [12].

Именно эта возможность проверялась в данной работе: экспериментально и численно исследована решетка антиточек/квантовых точек, в которой явления нелокальности сопротивления и кулоновской блокады несущественны. С изменением затворного напряжения измеренная проводимость решетки демонстрирует переход к перколяции, при этом σ уменьшается на 5 порядков от e^2/h при разных температурах от 1.4 до 77 К. Весь переход неплохо описывается подгоночной формулой $\sigma(V_g) = A(V_g - V_g^*(T))^\beta$ с $\beta = 4$. Зависимости $\sigma(T)$ не имеют насыщения при низких T , что говорит о влиянии электрон-электронного взаимодействия на транспорт. Реалистическое моделирование структуры с учетом примесного беспорядка показывает, что возле порога V_g^* при низких T примерно половина каналов, соединяющих соседние электронные озера, имеют значения кондактансов выше измеренной σ , как и должно быть при перколяции в квадратной решетке [1]. Для расчета σ из уравнений Кирхгофа разработана модель решетки с феноменологическим учетом влияния электрон-электронного взаимодействия на квантовый транспорт в каналах между соседними квантовыми точками. Подгонкой этой модели под эксперимент найдены распределения кондактансов микроконтактов, которые менялись с температурой и затворным напряжением. Эти расчеты позволили выяснить, насколько близко к порогу $x_c = 1/2$ находится система при данных T , V_g и найти связь $\sigma \propto (x - x_c)^t$, которую нельзя извлечь прямо из эксперимента. Обнаружено, что зависимость $x(V_g)$ нелинейна, критический индекс проводимости t не совпадает с эмпирическим β и принимает значения в диапазоне $1.3 < t(T, V_g) < \beta$.

Для получения ДЭГ большой плотности $1.8 \times 10^{12} \text{ см}^{-2}$ и низкой подвижности 19000 $\text{см}^2/\text{Вс}$ (4.2 К) использовалась узкая (8 нм) квантовая яма AlGaAs/GaAs/AlGaAs с двумя слоями δ -легирования, расположенными от нее в 6 нм нанометрах (ДЭГ находился на глубине 200 нм) [9]. В приповерхностном слое GaAs была создана разупорядоченная квадратная решетка вытравленных цилиндров глубиной до 100 нм, диаметром около 0.7 мкм и с шагом 1 ± 0.05 мкм на прямоугольнике $500 \times 300 \text{ мкм}^2$, перекрывающем холловский мостик. Полевым электродом служил Al, термически напыленный через маску. В данной структуре с антиточками магнитотранспортных резонансов соизмеримости не наблюдалось из-за малой длины свободного пробега (30–60 нм при $V_g \approx -3$ В) [9]. Это

говорит о пренебрежимом вкладе в проводимость розеточных траекторий, обходящих антиточку через четыре микроконтакта. Соответственно, эффекты нелокальности подавлены в ситуации $V_g < -3$ В, которую мы здесь изучаем.

Все измерения проводились в линейном режиме на малом интервале по тянущему напряжению. В диапазоне $-3.5 \text{ В} < V_g < -3.2 \text{ В}$ при T от 1.4 К до 77 К наблюдается переход от умеренной (e^2/h) к низкой ($10^{-5}e^2/h$) проводимости (рис. 1). Качественно

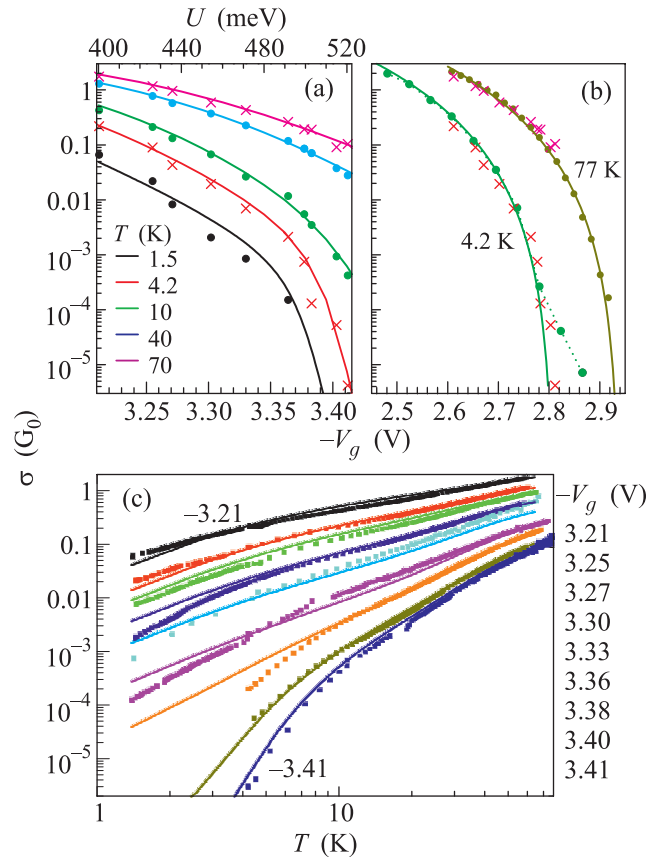


Рис. 1. (Цветной онлайн) (а)–(с) – Измеренные зависимости проводимости решетки $\sigma(V_g)$ и $\sigma(T)$ для образца 1 и указанных значений T и V_g (точки и крестики). Сопоставление с решением уравнений Кирхгофа для решетки реального размера 500×300 периодов (линии). (b) – Измеренные $\sigma(V_g)$ при $T = 4.2$ и 77 К для образца 2 (точки) в сопоставлении со сдвинутыми на 0.6 В данными для образца 1 с $T = 4.2$ и 70 К (крестики). Линии отвечают подгоночной формуле $\sigma = 200(V_g - V_g^*)^4$ с $V_g^* = -2.81$ и -2.94 В

так же вел себя контрольный образец, в котором положения антиточек не были специально разупорядочены, но присутствовал примесный беспорядок. Зависимости $\sigma(V_g)$ для двух образцов с искусственным беспорядком показаны на рис. 1а, b. Некоторые $\sigma(V_g)$

явно имеют пороги V_g^* , и все кривые переводятся в общую линию горизонтальным сдвигом, если пренебречь деталями их формы. Мы проверили, что данные из рис. 1а–с укладываются в эмпирическую формулу $\sigma = A(V_g - V_g^*(T))^\beta$ с T -независимым A и значением $\beta = 4$, которое в три раза выше, чем в работах [6, 7].

Экспериментальные кривые $\sigma(T)$ проще всего выглядят в двойном логарифмическом масштабе: они близки к прямым линиям при $T > 10$ К и расходятся веером с понижением T (рис. 1с). Плавный изгиб вниз при $T < 10$ К усиливается с ростом $|V_g|$, и кривые имеют асимптотики $\sigma \propto T^\gamma$ при $T \rightarrow 0$. Для верхних кривых $\gamma \approx 1$, но для нижних $\gamma \approx 5$. Сразу отметим, что нет теоретически обоснованной формулы, описывающей все это поведение целиком. Однако, хорошее согласие с экспериментом, включая отсутствие насыщения $\sigma(T)$, дает численное моделирование структуры (сплошные линии на рис. 1а, с), о котором будет рассказано ниже.

Для понимания основных явлений в решетке выполнено микроуровневое моделирование небольших фрагментов структуры, стартующее от ее дизайна (рис. 2). Решалось трехмерное (3D) уравнение Пуассона в приближении Томаса–Ферми с 2D квазиклассической плотностью состояний в ДЭГ [13]. Реальная геометрия структуры учитывалась граничным условием на 3D границе металл–полупроводник и тем, что положения зарядов в δ -легированных слоях были разупорядочены. Расчеты электростатического потенциала показывают, что границы антиточек очень изрезаны из-за примесного беспорядка (рис. 2а). Ромбоподобные квантовые точки при напряжениях $-3.5 < V_g < -3$ В связаны друг с другом либо открытыми, либо туннельными микроконтактами. Флуктуации потенциала в ДЭГ за счет случайного расположения примесей в близко расположенных слоях δ -легирования имеют величину порядка энергии Ферми, поэтому в квантовых точках есть глубокие узкие минимумы потенциала, а на границах электронных озер и в сужениях между квантовыми точками высокие узкие пики (рис. 2а). Зависимость потенциала от V_g является линейной в антиточках и квантовых точках, но не на изрезанных границах между ними. На этих границах потенциал растет с ростом $|V_g|$ быстрее, а в некоторых местах с узкими пиками почти квадратично (рис. 2б). Заметим, что в этих же местах потенциал увеличивается с ростом T быстрее при повышенных температурах (30–60 К).

Поведение эффективного 2D потенциала говорит о том, что после прохождения электрона через сужение в соседнюю электрон испытывает многократное

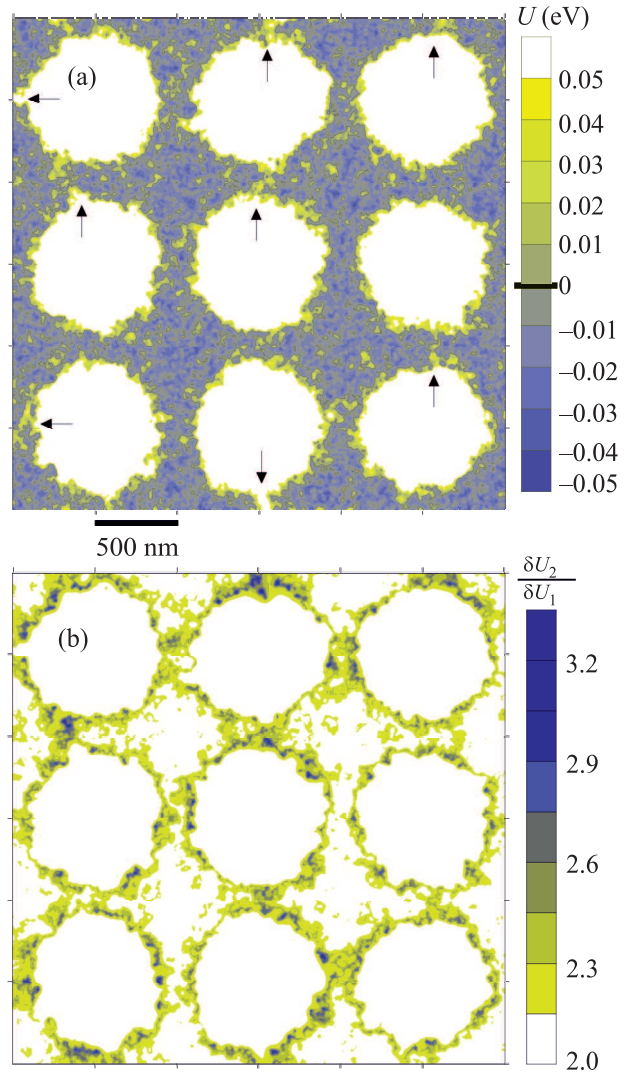


Рис. 2. (Цветной онлайн) (а) – Моделирование влияния примесного беспорядка и изменения V_g на потенциал в ДЭГ при $T = 4.2$ К. Стрелки указывают на тонкие туннельные барьеры. (б) – $\delta U_1 = U(V_g + \Delta) - U$, $\delta U_2 = U_2(V_g + 2\Delta) - U$, $\Delta = -0.05$ В, $V_g = -3.2$ В

рассеяние, запутывается и термализуется в этой точке. В данном эксперименте эффекты кулоновской блокады не существенны из-за достаточно высоких температур, большого размера квантовых точек и открытости некоторых каналов. Кроме того, поляризационный заряд в изоляторе, окружающем точку, не фиксирован из-за туннельного обмена с нижним δ -легированным слоем. Следовательно, химпотенциалы квантовых точек и кондактансы микроконтактов можно считать статическими. По 2D эффективному потенциалу, найденному для некоторых значений T и V_g , вычислялись зависимости от энергии для коэффициента прохождения через соответствующий канал.

ющий микроконтакт. В итоге, по формуле Ландауэра для данной T определялся кондактанс каждого из 24 микроконтактов при разных реализациях примесного беспорядка. Найденные кондактансы показаны на рис. 3. Видно, что эти кондактансы меньше, чем

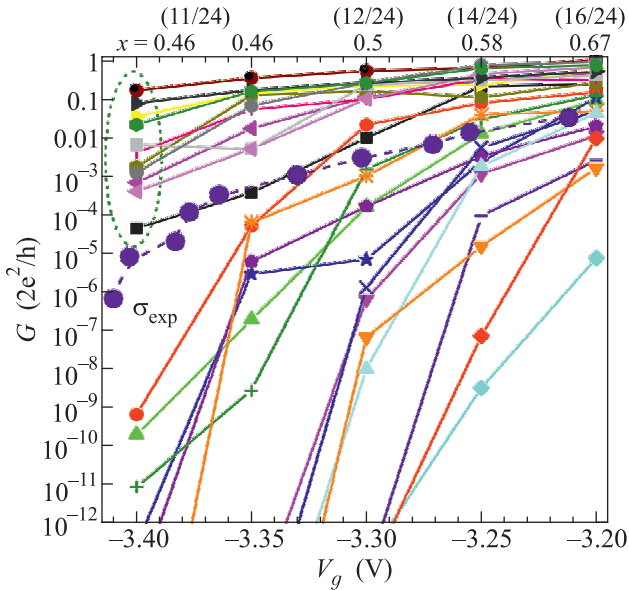


Рис. 3. (Цветной онлайн) Зависимости кондактанса микроконтактов от V_g при $T = 4.2$ К в наборе из 24 вариантов примесного беспорядка в сравнении с измеренной проводимостью образца 1. Указана доля микроконтактов x с $G > \sigma$

квант $2e^2/h$, хотя в выборке присутствуют открытые микроконтакты. Данный факт объясняется сильным межподзонным рассеянием из-за примесного беспорядка. Проявления резонансного рассеяния видны в виде изломов на зависимостях $G(V_g)$. С ростом $|V_g|$ индивидуальные реализации примесного беспорядка делают каналы и, соответственно, значения кондактансов очень разными (рис. 3). При низких T и наиболее отрицательных V_g почти половина микроконтактов имеет кондактанс ниже измеренной проводимости решетки, а половина выше. Однако с уменьшением $|V_g|$ доля x каналов с $G(V_g) > \sigma(V_g)$ увеличивается. Величина x мало чувствительна к учету искусственных смещений центров антиоточек, хотя разброс кондактансов становится больше. Равенство $x_c \approx 1/2$ возле порога и рост доли x с уменьшением $|V_g|$ соответствуют теории перколяции для квадратных решеток сопротивлений, имеющих экспоненциально сильный разброс [1]. Изломы и пересечения кривых на рис. 3 могут объяснять присутствие излома на экспериментальной кривой $\sigma(V_g)$ при $T = 4.2$ К из рис. 1b.

Заметим, что расчет 2D потенциала в приближении Томаса–Ферми дает насыщение любой $G(T)$ при $T \rightarrow 0$, но тогда у порога перколяции $\sigma(T)$ должна выходить на константу, чего нет в эксперименте (рис. 1c). В реальности электрон, проходя через микроконтакт, испытывает дополнительное рассеяние на фриделевских осцилляциях плотности, которые усиливаются с понижением T [11, 14], т.е. электрон-электронное взаимодействие препятствует насыщению $G(T)$. С ростом $|V_g|$ концентрация электронов в микроконтактах падает, параметр взаимодействия r_s увеличивается, что может вызывать рост γ в эмпирической формуле $\sigma \propto T^\gamma$ при низких T на рис. 1c. Микроуровневое моделирование обосновывает применение теории перколяции, но не позволяет выполнить подгонку измеренной $\sigma(V_g, T)$.

Для расчета проводимости большой решетки предлагается простая модель потенциала в микроконтактах. В этой модели микроконтакты квазиодномерны, но симметричный продольный потенциал сужения составлен из узкого и широкого параболических барьеров. Узкий барьер, наличие которого подсказывает рис. 2a, служит для имитации рассеяния на примесных флуктуациях потенциала. Добавка к высоте этого барьера, растущая с понижением T , вводится для феноменологического учета влияния фриделевских осцилляций на кондактанс микроконтакта [14]. Нижний широкий барьер необходим для быстрого подавления туннелирования при высоких обедняющих напряжениях (рис. 1a, b). При фиксированном положении уровня Ферми учтено, что высота барьеров при больших T увеличивается, а зависимость высоты от V_g является линейной (см. обсуждение рис. 2b). Аналогом V_g в модели служит параметр U – значение потенциала в ДЭГ под границами вытравленных цилиндров. Беспорядок учитывается лишь случайным варьированием дистанций между центрами вытравленных соседних цилиндров, которое ведет к изменению высот продольных барьеров в сужении. Квант поперечного движения принят постоянным. Кондактансы микроконтактов вычислялись по формуле Ландауэра, после чего численно решалось уравнение Кирхгофа. Значения постоянных величин и коэффициентов в нескольких простых зависимостях, описывающих потенциал в микроконтакте, подбирались сравнением вычисленной проводимости $\sigma(U, T)$ с измеренной проводимостью решетки. Результат показан сплошными линиями на рис. 1a, c. В данном случае экспериментальному интервалу по V_g отвечает интервал по U от 400 до 521 мэВ (верхняя горизонтальная ось на рис. 1a).

Видно, что вычисленные кривые хорошо идут по экспериментальным, хотя набор значений феноменологических параметров был общим для всех кривых на рис. 1а, с. Мы выяснили, что приближение эффективной среды работает с точностью не хуже 30% в изучаемых интервалах T и U . Проверено также, что при $T \rightarrow 0$ и наибольших U для микроконтакта средней ширины выполнено $\sigma(T) = G(T)$. Возможно, для экспериментального наблюдения отсутствия насыщения $G(T)$ было бы достаточно одного сужения в таком ДЭГ.

Эти расчеты позволяют узнать распределение кондактансов микроконтактов $G_{m,n}(T, V_g)$. Оно полностью определяет проводимость $\sigma(V_g, T)$ большой решетки, и оказалось практически одинаковым по форме при разных вариантах подгоночных параметров. Распределения кондактансов микроконтактов для наиболее обедняющего U показаны на рис. 4. При низких температурах они представляют собой

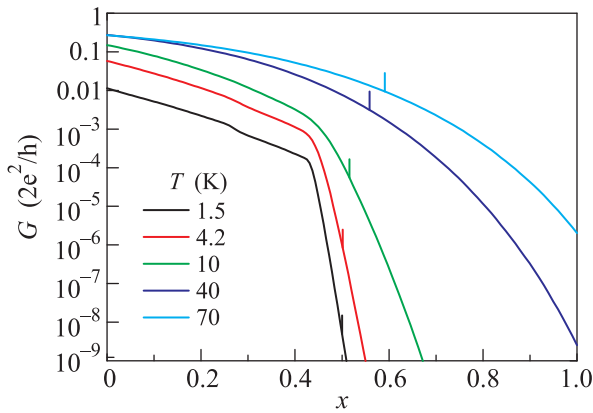


Рис. 4. (Цветной онлайн) Вычисленные распределения кондактансов микроконтактов для образца 1 при $U = 521$ В: x – доля микроконтактов, имеющих кондактанс не ниже $G(x)$. Столбики отмечают значения x , для которых $G(x) = \sigma(V_g, T)$

две экспоненты с разными наклонами, соответствующими тонкому и толстому барьеру использованного 1D потенциала. С повышением температуры переход между наклонами сглаживается. Вычисленные распределения существенно отличаются от бинарного и экспоненциального распределений [1], а также от простых феноменологических распределений [3–5], дающих нестандартные значения критического индекса электросопротивления. Как обсуждалось в [15], что в общем случае T -зависимость распределения может вести к непостоянству этого индекса. Подчеркнем, что величина x , отвечающая условию $G(x) = \sigma(V_g, T)$ имеет четкий смысл в теории перколяции только при экспоненциально боль-

шом разбросе кондактансов [1]. Например, для $V_g = -3.4$ В и $T = 4.2$ К на рис. 3, 4, можно считать разорванными связи, кондактанс которых меньше проводимости решетки. Но в этом случае отсутствует пропорциональность между $V_g - V_g^*(T)$ и $x - 1/2$ (рис. 3, 5а). Следовательно, нужно ожидать других

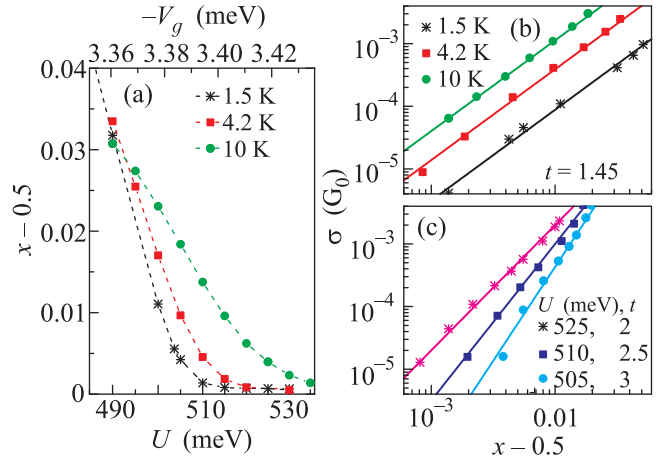


Рис. 5. (Цветной онлайн) (а) – Примеры нелинейных зависимостей от U и V_g доли микроконтактов x , отвечающей условию $G_{m,n}(x) > \sigma(U, T)$. (b), (c) – Зависимости вычисленной $\sigma(x) \approx B(x - 0.5)^t$, пояснения в тексте

значений критического индекса электросопротивления, по сравнению с $\beta = 4$ в формуле $\sigma \propto (V_g - V_g^*)^\beta$, которая использована в [6, 7] и для подгонки под экспериментальные данные на рис. 1b.

Определение критического индекса электросопротивления t в теории перколяции подразумевает, что $\sigma \propto (x - 1/2)^t$ при достаточно малом $x - 1/2$. Результат извлечения t из вычисленных кривых показан на рис. 5b, с, из которого видно, что t близок к стандартному значению 1.3, если использовать $x(V_g)$ при фиксированных T (рис. 5b), но меняется с 2 до 3, если строить $x(T)$ с понижением фиксированных U (рис. 5c). На качественном уровне непостоянство t объясняется сложной формой и существенной зависимостью распределений $G_{m,n}(x)$ от T, V_g . Поведение t и коэффициента B в формуле $\sigma = B(x - 1/2)^t$ контрастирует с постоянством β и A в эмпирической формуле $\sigma = A(V_g - V_g^*)^\beta$.

Итак, в решетке микроконтактов, сформированной в ДЭГ большой плотности и низкой подвижности, наблюдался выраженный переход к перколяции с приближением затворного напряжения к порогу $V_g^*(T)$. О влиянии электрон-электронного взаимодействия на кондактанс микроконтактов говорит существенный рост γ в формуле $\sigma \propto T^\gamma$ при низких T

с понижением электронной плотности. Сопоставлением измерений и расчетов выяснено, что отсутствует пропорциональность между $V_g - V_g^*$ и надпороговой долей проводящих связей $x - x_c$. Критический индекс электросопротивления принимает разные значения от $t = 1.45$ до 3 с изменением T и V_g возле порога.

Работа в ИФП выполнялась при поддержке РФФИ (грант 14-22-00143), а в ИФМ в рамках госзадания по теме “Спин” # 01201463330. Использовались вычислительные ресурсы Сибирского суперкомпьютерного центра СО РАН, авторы благодарят Д.Г. Бакшеева за помощь в расчетах.

1. Б. И. Шкловский, А. Л. Эфрос, *Электронные свойства легированных полупроводников*, Наука, М. (1979), с. 416.
2. M. A. Dubson and J. C. Garland, *Phys. Rev. B* **32**, 7621 (1985).
3. I. Balberg, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 1305 (1987); D. Toker, D. Azulay, N. Shimoni, I. Balberg, and O. Millo, *Phys. Rev. B* **68**, 041403 (2003).
4. S. Yamamuro, K. Sumiyama, T. Hihara, and K. Suzuki, *J. Phys.: Condens. Matter.* **11**, 3247 (1999).
5. P. N. Sen, J. N. Roberts, and B. I. Halperin, *Phys. Rev. B* **32**, 3306 (1985).
6. З. Д. Квон, *Письма в ЖЭТФ* **76**, 619 (2002).
7. A. Dorn, T. Ihn, K. Ensslin, W. Wegscheider, and M. Bichler, *Phys. Rev. B* **70**, 205306 (2004).
8. Е. В. Сухоруков, И. Б. Левинсон, *ЖЭТФ* **97** 1384 (1990); М. В. Буданцев, З. Д. Квон, А. Г. Погосов, А. Е. Плотников, Н. Т. Мошегов, А. И. Торопов, *Письма в ЖЭТФ* **63**, 336 (1996).
9. G. M. Minkov, A. A. Sherstobitov, A. V. Germanenko, and O. E. Rut, *Phys. Rev. B* **78**, 195319 (2008).
10. A. Yu. Kuntsevich, A. V. Shupletsov, and M. S. Nunu-parov, *Phys. Rev. B* **93**, 205407 (2016).
11. B. L. Altshuler and A. G. Aronov, *Electron-Electron Interaction in Disordered Systems*, ed. by A. L. Efros and M. Pollak, North-Holland, Amsterdam (1985).
12. G. M. Minkov, O. E. Rut, A. V. Germanenko, A. A. Sherstobitov, V. I. Shashkin, O. I. Khrykin, and V. M. Daniltsev, *Phys. Rev. B* **64**, 235327 (2001); V. T. Renard, I. V. Gornyi, O. A. Tkachenko, V. A. Tkachenko, Z. D. Kvon, E. B. Olshanetsky, A. I. Toropov, and J.-C. Portal, *Phys. Rev. B* **72**, 075313 (2005).
13. В. А. Ткаченко, А. А. Быков, Д. Г. Бакшеев, О. А. Ткаченко, Л. В. Литвин, А. В. Латышев, Т. А. Гаврилова, А. Л. Асеев, Ж. К. Портал, *ЖЭТФ* **124**, 351 (2003).
14. D. Yue, L. I. Glazman, and K. A. Matveev, *Phys. Rev. B* **49**, 1966 (1994).
15. A. Aparecido-Ferreira, G. M. Ribeiro, and J. F. Sampaio, *Sol. State Comm.* **211**, 43 (2015).