Письма в ЖЭТФ, том 104, вып. 7, с. 518 – 522

О возможности нового электрического эффекта в сверхтонких сверхтекучих пленках

С. И. Шевченко[1)], *А. М. Константинов*

Физико-технический институт низких температур им. Веркина, 61103 Харьков, Украина

Поступила в редакцию 30 ноября 2015 г.

После переработки 29 августа 2016 г.

Предсказывается, что при распространении по пленке третьего звука в окружающем пространстве возникает электрическое поле, доступное наблюдению современными методами. Показано, что влияние на эффект термически возбуждаемых вихрей даже в окрестности сверхтекучего перехода является слабым.

DOI: 10.7868/S0370274X16190097

В работах [1, 2] сообщалось о результатах экспериментов по изучению электрической активности HeII. В [1] обнаружено, что стоячая волна второго звука в HeII сопровождалась появлением в ячейке, заполненной гелием, электрического потенциала порядка 10^{-8} В. В [2] разность потенциалов такого же порядка возникала между измерительным электродом и стенками камеры, покрытыми пленкой гелия при механических колебаниях камеры. Эти эксперименты стимулировали ряд теоретических исследований, посвященных проблеме поляризации нормальных и сверхтекучих диэлектрических систем [3–13].

Обращаясь к проблеме наблюдения предсказанных эффектов, отметим, что имеется трудность принципиального характера. Она обусловлена природой механизма поляризации в отсутствие внешнего электрического поля. В отсутствии поля источником поляризации является взаимодействие между атомами системы. "Элементарным элементом" поляризации являются дипольные моменты, возникающие у пары атомов в результате взаимодействия между ними. Как известно (см., например, [14]), у пары одинаковых атомов возникают равные и противоположно направленные моменты, величина которых зависит от расстояния между атомами. Суммарный дипольный момент пары равен нулю. В неоднородной системе может происходить перераспределение дипольных моментов по системе, приводящее к локальной поляризации. Полный дипольный момент системы (в стационарном случае) должен равняться нулю. Наблюдение локальных значений поляризаций можно выполнить каким-то внешним "щупом", например потоком электронов, рассеяние которых будет давать информацию о состоянии системы.

Выше речь шла об объемных эффектах в сверхтекучих системах – фактически мы ограничимся рассмотрением свойств HeII. В реальных условиях гелий находится в сосуде. Взаимодействие гелия со стенками сосуда приводит к появлению отличного от нуля среднего дипольного момента, величина которого может значительно превосходить величину момента, обусловленного взаимодействием атомов гелия друг с другом. Взаимодействие со стенками существенно в узком слое вблизи стенки. Наблюдаемые эффекты будут максимальны в пленках с толщиной порядка этого слоя. В настоящей работе мы покажем, что распространение третьего звука в таких (порядка нескольких атомных слоев) сверхтонких сверхтекучих пленках приводит к появлению в окружающем пространстве электрических полей, доступных измерению современными методами.

Известно, что атом вблизи подложки приобретает дипольный момент [8, 15–17]. В случае гелия на металлической поверхности поляризация равна

$$\mathbf{P}(z) = Aea_B\left(\frac{a_B}{z}\right)^4 n_3\hat{\mathbf{z}}. \qquad (1)$$

Здесь e – абсолютная величина заряда электрона, $a_B = \hbar^2/m_e e^2$ – боровский радиус, z – расстояние от поверхности металла, n_3 – объемная плотность гелия, $\hat{\mathbf{z}}$ – единичный вектор нормали к поверхности, A – безразмерный численный коэффициент порядка единицы. Из этого выражения видно, что поляризация быстро убывает при удалении от поверхности. Мы будем рассматривать пленки с толщиной порядка эффективного слоя, в котором происходит взаимодействие. В этом случае можно считать, что с пленкой связана двумерная поляризация $\mathbf{P}_S$, выражение для которой получается интегрированием (1) по z от дна пленки (т.е. от $z = a$, где $a \approx 3\cdot 10^{-8}$ см –

[1)]e-mail: shevchenko@ilt.kharkov.ua

межатомное расстояние) до ее поверхности (т.е. до $z = h$, где h – толщина пленки). В результате

$$\mathbf{P}_S = \frac{1}{3} Aea_B \left(\frac{{a_B}^4}{a^4} - \frac{{a_B}^4}{ah^3} \right) n_2 \hat{\mathbf{z}}. \qquad (2)$$

Здесь двумерная плотность атомов n_2 введена с помощью соотношения $n_2 = n_3 a$.

Наблюдение эффектов, обусловленных появлением на поверхности пленки постоянного дипольного момента, представляет значительные экспериментальные трудности. Проще наблюдать, например, с помощью резонансных измерений, переменную (во времени и пространстве) добавку к $\mathbf{P}_S$. Появление добавки, как видно из (2), может быть связано с переменной добавкой к толщине пленки h или плотности n_2. Изменение толщины при постоянной плотности имеет место при распространении по пленке третьего звука, а изменение плотности при постоянной толщине пленки происходит при распространении четвертого звука. Распространение третьего или четвертого звука связано с действием вынуждающей силы на границе системы. Покажем, что для пленок гелия, начиная с толщин порядка межатомного расстояния, будет реализовываться третий звук.

Изменение химического потенциала μ при изменении массовой плотности $\delta\rho$ и толщины пленки гелия δh записывается следующим образом:

$$\delta\mu = \frac{{c_1}^2}{\rho_0}\delta\rho + \frac{\alpha}{{h_0}^4}\delta h, \qquad (3)$$

где c_1 – скорость первого звука, h_0 и ρ_0 – равновесные значения толщины и массовой плотности пленки гелия, α – параметр, характеризующий интенсивность сил Ван-дер-Ваальса, действующих на пленку со стороны подложки. Здесь опущен вклад в $\delta\mu$ от добавки к температуре δT. В случае третьего звука этой добавкой пренебрегают (подробнее см. ниже). При распространении четвертого звука учет температурной добавки приводит к необходимости замены коэффициента ${c_1}^2/\rho_0$ на ${c_4}^2/\rho_{s0}$, где c_4 – скорость четвертого звука, ρ_{s0} – сверхтекучая плотность в отсутствии вихрей. Но скорость c_4 связана со скоростью c_1 и скоростью второго звука c_2 соотношением ${c_4}^2 = {c_1}^2\rho_{s0}/\rho_0 + {c_2}^2\rho_{n0}/\rho_0$, где ρ_n – нормальная плотность. Практически при всех температурах второе слагаемое много меньше первого. В результате мы возвращаемся к коэффициенту перед $\delta\rho$ в (3).

Переходя к доказательству сделанного утверждения, отметим, что при распространении четвертого звука добавка к плотности на единицу площади равна $h_0\delta\rho$. При неизменной плотности дополнительные частицы приведут к изменению толщины пленки на δh, причем из сохранения количества вещества следует, что $h_0\delta\rho = \rho_0\delta h$. С учетом этого равенства нетрудно убедиться, что слагаемые в (3) сравниваются при $h_0 = \sqrt[3]{\alpha/{c_1}^2} \equiv {h_0}^{cr}$. Для характерных численных значений (${c_1}^2 \approx 5\cdot 10^8$ см/с и, в частности, для фторида кальция CaF_2 (см., например, [18]) $\alpha \approx \approx 2.2\cdot 10^{-14}$ эрг $\cdot$ см^3/г) получим ${h_0}^{cr} \approx 3.5\cdot 10^{-8}$ см. При $h_0 \gg {h_0}^{cr}$ первое слагаемое в (3) существенно превосходит второе, и сила на границе системы будет приводить к распространению по пленке именно третьего звука. Из приведенной оценки видно, что распространение четвертого звука могло бы иметь место в монослойных пленках. Но первый слой гелия на металлической подложке является кристаллическим, поэтому возможность распространения четвертого звука в тонких пленках не реализуется.

Рассмотрим тонкую сверхтекучую пленку, в которой распространяется третий звук. Третий звук представляет собой поверхностную волну, длина волны которой существенно превосходит толщину пленки, причем нормальная компонента остается в покое (относительно подложки), а сверхтекучая компонента осциллирует параллельно подложке [19, 20]. При этом, хотя нормальная компонента покоится, из-за движения сверхтекучей компоненты плотность нормальной компоненты, а вместе с ней и температура пленки должны осциллировать. Однако изменение температуры определяется также отводом тепла в подложку. При достаточно тонких пленках тепло быстро уходит в подложку (подробности см. в [19–21]). В результате изменением температуры пленки можно пренебрегать. Мы также будем пренебрегать испарением пленки. Состояние системы при таких допущениях описывается с помощью уравнения движения сверхтекучей компоненты

$$\frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} + (\mathbf{v}_s\nabla)\mathbf{v}_s = -\frac{3\alpha}{h^4}\nabla h, \qquad (4)$$

и уравнения непрерывности, модифицированного применительно к данному случаю,

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\rho_{s0}}{\rho_0}\mathrm{div}\,(h\mathbf{v}_s) = 0. \qquad (5)$$

Здесь $h(\mathbf{r}, t)$ – толщина пленки как функция двумерной координаты $\mathbf{r}$ и времени t, а $\mathbf{v}_s(\mathbf{r}, t)$ – сверхтекучая скорость. Благодаря наличию силы Ван-дер-Ваальса в правой стороне (4) в пленке может распространяться волна, аналогичная гравитационным волнам в классической жидкости. Записывая $h(\mathbf{r}, t)$ и $\mathbf{v}_s(\mathbf{r}, t)$ в виде $h(\mathbf{r}, t) = h_0 + h'\exp(i\mathbf{kr} - -i\omega t)$, $\mathbf{v}_s(\mathbf{r}, t) = \mathbf{v}'\exp(i\mathbf{kr} - i\omega t)$, линеаризуя (4) и (5) по малым добавкам, легко показать (ср. с [19]) что $h' = \rho_{s0}h_0 v'/\rho_0 c_{30}$, $\omega = c_{30}k$, где $c_{30}^2 = \rho_{s0}\alpha/\rho_0 {h_0}^3$ – квадрат скорости третьего звука.

Линеаризованная часть дипольного момента $\mathbf{P}_S$ из (2) равна

$$\mathbf{P}_S{}' = Aea_B\left(\frac{a_B}{h_0}\right)^4\frac{h-h_0}{a}n_2\hat{\mathbf{z}} \equiv P\,(h-h_0)\,\hat{\mathbf{z}}. \qquad (6)$$

По известной поляризации $\mathbf{P}_S{}'$ можно найти потенциал, создаваемый волной третьего звука в окружающем пространстве.

До сих пор мы пренебрегали возможностью появления в пленке термически активированных вихрей. Появление вихрей необходимо учитывать в окрестности температуры перехода Березинского–Костерлица–Таулеса T_c в сверхтекучее состояние. Как известно, ниже температуры T_c вихри с противоположной циркуляцией связаны в пары, диссоциация которых приводит к переходу пленки в нормальное состояние. Ниже мы ограничиваемся рассмотрением только области температур $T < T_c$. При наличии в пленке связанных пар уравнение (4) должно быть изменено. Это изменение известно в литературе (см., например, [21, 22]). Мы приведем простой его вывод, основанный на уравнении Гросса–Питаевского, реальная часть которого равна

$$\frac{\hbar}{m}\frac{\partial\theta}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m^2}(\nabla\theta)^2 + \frac{\alpha}{3h^3}. \qquad (7)$$

Здесь m – масса атома гелия, θ – фаза параметра порядка. Сверхтекучая скорость $\mathbf{v}_s = (\hbar/m)\nabla\theta$ теперь записывается в виде $\mathbf{v}_s = \mathbf{v}_{s0} + \mathbf{v}_v$, и определяется как потенциальными потоками ($\nabla\times\mathbf{v}_{s0} = 0$), так и вихрями ($\nabla\cdot\mathbf{v}_v = 0$). При получении уравнения для $\mathbf{v}_s$ в присутствии вихрей следует учесть, что поток, обтекающий вихрь, приводит к движению вихря как целого со скоростью $\mathbf{v}_L$. Поэтому для части фазы, связанной с вихрем, имеет место равенство $(\hbar/m)\partial\theta(\mathbf{r}-\mathbf{v}_L t)/\partial t = (\hbar/m)\nabla\theta\cdot(-\mathbf{v}_L) = -(\mathbf{v}_L\cdot\mathbf{v}_v)$. Учитывая это обстоятельство, а также, что $-\nabla(\mathbf{v}_L\cdot\mathbf{v}_v) = \partial\mathbf{v}_v/\partial t + \hat{\mathbf{z}}\times\kappa\mathbf{v}_L\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_v)$ (κ – циркуляция вихря, $\mathbf{r}_v$ – его координата), получаем с помощью (7), что при наличии вихрей

$$\frac{\partial\mathbf{v}_s}{\partial t} + (\mathbf{v}_s\nabla)\mathbf{v}_s = \\ = \nabla\frac{\alpha}{h^3} + \frac{2\pi\hbar}{m}\sum_i(\mathbf{v}_{Li}-\mathbf{v}_s)\times n_i\hat{\mathbf{z}}\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_{vi}), \qquad (8)$$

где $n_i = \pm 1$ – знак циркуляции i-го вихря, движущегося со скоростью $\mathbf{v}_{Li}$. Отсюда следует, что при наличии в системе вихрей изменение уравнения (4) не сводится к простой замене в этом уравнении $\mathbf{v}_{s0}$ на $\mathbf{v}_{s0}+\mathbf{v}_v$. К правой части (4) следует добавить слагаемое, представляющее собой силы Магнуса, действующие на вихри.

Для дальнейшего удобно ввести вектор плотности потока циркуляции $\mathbf{J}_v = (2\pi\hbar/m)\sum n_i\mathbf{v}_{Li}\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_{vi})$. С его помощью уравнение (8) можно привести к виду

$$\frac{\partial\mathbf{v}_s}{\partial t} + \hat{\mathbf{z}}\times\mathbf{J}_v = -\nabla\left(\frac{v_s^2}{2} - \frac{\alpha}{h^3}\right). \qquad (9)$$

Мы будем интересоваться эффектами, линейными по скорости $\mathbf{v}_s$, т.е. пренебрегать первым слагаемым в правой части (9). Поток пар $\mathbf{J}_v$ зависит от их ориентации и задача состоит в том, чтобы усреднить уравнение (9) по положению вихревых пар. Среднее значение плотности потока циркуляции, связанной с парами вихрей, определяется выражением

$$\langle\mathbf{J}_v\rangle = \int\frac{d^2r}{S}\langle\mathbf{J}_v\rangle_l = \frac{2\pi\hbar}{m}\int d^2l\frac{d\mathbf{l}}{dt}\Gamma(\mathbf{l},t), \qquad (10)$$

где $\mathbf{l}$ – вектор, соединяющий вихрь отрицательной циркуляции с вихрем положительной циркуляции, S – площадь пленки. Функция $\Gamma(\mathbf{l},t)$ есть число пар размера $\mathbf{l}$ на единицу площади. Она удовлетворяет уравнению Фоккера–Планка

$$\frac{\partial\Gamma}{\partial t} = 2D\frac{\partial}{\partial\mathbf{l}}\left(\frac{1}{T}\frac{\partial U}{\partial\mathbf{l}}\Gamma + \frac{\partial\Gamma}{\partial\mathbf{l}}\right) \equiv -\frac{\partial}{\partial\mathbf{l}}\cdot\mathbf{j}. \qquad (11)$$

Здесь U – энергия пары при наличии внешнего потока $\mathbf{v}_{s0}$, D – коэффициент диффузии, $\mathbf{j}$ – плотность потока в "пространстве размеров" пар. Подчеркнем, что Γ функция $\mathbf{l}$, а не $d\mathbf{l}/dt$ и, чтобы выполнить усреднение в (10), следует выразить $d\mathbf{l}/dt$ через $\mathbf{l}$. Для этого достаточно учесть, что размер пары $\mathbf{l}$ изменяется в соответствии с уравнением Ланжевена

$$\frac{d\mathbf{l}}{dt} = -\frac{2D}{T}\frac{\partial U}{\partial\mathbf{l}} + \boldsymbol{\eta}, \qquad (12)$$

где $\boldsymbol{\eta}$ – флуктуационная добавка. С помощью (11) и (12) получим из (10)

$$\int d^2l\frac{d\mathbf{l}}{dt}\Gamma(\mathbf{l},t) = \int\mathbf{j}d^2l + 2D\int\frac{\partial\Gamma}{\partial\mathbf{l}}d^2l. \qquad (13)$$

При выполнении интегрирования в (13) следует иметь в виду следующую физическую картину (ср. с [21, 23]). В отсутствие потока энергия вихревой пары $U(\mathbf{l}) = U(l)$, причем $U(l)$ растет с ростом размера пары l. При этом, если $T < T_c$, все пары являются связанными. При наличии потока со скоростью $\mathbf{v}_{s0} = (v_{s0}, 0)$ энергия $U(\mathbf{l})$ имеет седловую точку при $\mathbf{l}_c = (l_c, 0)$, где $l_c \sim \hbar/mv_{s0}$. Пары, которые под действием тепловых толчков пересекли седловую точку, быстро скатываются с потенциальной горки и их можно считать свободными. Выбор границы, разделяющей области связанных и свободных пар, является несколько условным. В качестве таковой можно выбрать окружность радиусом l_c. С интересующей нас точностью ответ не зависит от этого выбора. Мы будем считать, что на границе $\Gamma = 0$ и потому второй интеграл в (13) обращается в ноль. Первый интеграл можно вычислить, если учесть, что (см. (11))

$$\int \mathbf{l}\frac{\partial \Gamma(\mathbf{l},t)}{\partial t}d^2l = \int \mathbf{j}d^2l - \oint_C (d\mathbf{n}\cdot\mathbf{j})\mathbf{l}, \qquad (14)$$

где контур интегрирования C разделяет области связанных и разорванных пар. Выражение в левой стороне есть $d\langle\mathbf{l}\rangle/dt$. В результате из (10), (13) и (14)

$$\langle \mathbf{J}_v\rangle = \frac{2\pi\hbar}{m}\left(\frac{d}{dt}\int \mathbf{l}\Gamma(\mathbf{l},t)d^2l + \oint_C (d\mathbf{n}\cdot\mathbf{j})\mathbf{l}\right). \qquad (15)$$

Можно показать [23], что второе слагаемое в (15) пропорционально v_{s0}^{α}, где $\alpha > 2$, и с интересующей нас точностью его следует опустить. Первое слагаемое легко связать с потоком сверхтекучей жидкости $\mathbf{j}_v$, создаваемым вихревыми парами. Действительно,

$$\langle \mathbf{j}_v\rangle \equiv \frac{\rho_{s0}\hbar}{m}\int\frac{d^2r}{S}\left\langle\sum_\alpha \hat{\mathbf{z}}\times\left(\frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}_+^\alpha}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_+^\alpha|^2} - \frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}_-^\alpha}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_-^\alpha|^2}\right)\right\rangle_l = \\ = \rho_{s0}\frac{2\pi\hbar}{mS}\left\langle\sum_\alpha \hat{\mathbf{z}}\times(\mathbf{r}_-^\alpha - \mathbf{r}_+^\alpha)\right\rangle_l, \qquad (16)$$

где $\mathbf{r}_+^\alpha$ и $\mathbf{r}_-^\alpha$ – координаты вихрей с положительной и отрицательной циркуляцией α-й пары соответственно. Учитывая определение усреднения $\langle ...\rangle_l$ (см. (10)), получаем

$$\langle \mathbf{j}_v\rangle = -\frac{2\pi\hbar\rho_{s0}}{m}\hat{\mathbf{z}}\times\int \mathbf{l}\Gamma(\mathbf{l},t)d^2l. \qquad (17)$$

Возвращаясь к выражению (15), находим

$$\langle \hat{\mathbf{z}}\times\mathbf{J}_v\rangle = -\frac{1}{\rho_{s0}}\frac{d}{dt}\langle\mathbf{j}_v\rangle. \qquad (18)$$

При наличии вихрей сверхтекучую плотность ρ_s естественно ввести с помощью соотношения $\rho_s(T)\mathbf{v}_{s0} = \rho_{s0}(T)\mathbf{v}_{s0} + \langle\mathbf{j}_v\rangle$. Можно также традиционно определить "диэлектрическую проницаемость" $\epsilon(T) = \rho_{s0}(T)/\rho_s(T)$. Тогда

$$\langle \hat{\mathbf{z}}\times\mathbf{J}_v\rangle = \left(1 - \frac{1}{\epsilon(T)}\right)\frac{\partial \mathbf{v}_{s0}}{\partial t}. \qquad (19)$$

Прежде чем подставлять полученное выражение в (9) отметим, что уравнение (9) определяет изменение со временем как продольной $\mathbf{v}_{s0}$, так и поперечной $\mathbf{v}_v$ части скорости. Нас будет интересовать уравнение для продольной части, поскольку именно оно определяет распространение третьего звука. Уравнение для поперечной части определяет затухание звука, которое ниже T_c мало. В уравнении для продольной части скорость $\mathbf{v}_s$ можно заменить на $\mathbf{v}_{s0}$. Если плотность вихревых пар мала по сравнению с полной плотностью так, что $\rho_{s0} - \rho_s \ll \rho_{s0}$, то $1 - 1/\epsilon \approx \epsilon - 1$. Если принять, что неравенство $\rho_{s0} - \rho_s \ll \rho_{s0}$ выполняется при всех T, включая T_c, то, с учетом (19), получаем из (9)

$$\epsilon(T)\frac{\partial \mathbf{v}_{s0}}{\partial t} = -\nabla\left(\frac{\alpha}{h^3}\right). \qquad (20)$$

Из этого уравнения следует, что наличие в пленке вихревых пар приводит к появлению множителя $\epsilon(T)$ перед $\partial\mathbf{v}_s/\partial t$ в уравнении (4). Теперь, после линеаризации измененного уравнения (4) и уравнения непрерывности (5) (которое остается неизменным), найдем

$$h' = \frac{\rho_{s0}(T)h_0}{\rho_0 c_3(T)}v', \qquad (21)$$

$$\omega = c_3(T)k, \qquad (22)$$

$$c_3^2 = \frac{\rho_s(T)\alpha}{\rho_0 h_0^3}, \qquad (23)$$

где $c_3(T)$ – скорость третьего звука, зависящая от сверхтекучей плотности $\rho_s(T)$ при наличии вихревых пар. Эти выражения показывают, что наличие вихрей приводит только к замене скорости c_{30} на перенормированную скорость третьего звука $c_3(T)$.

До сих пор мы считали подложку, которую покрывает сверхтекучая пленка, плоской (предполагалось, что положение орта $\hat{\mathbf{z}}$ не изменяется от точки к точке). Необходимо, однако, учитывать, что сверхтекучая пленка всегда расползается по поверхности твердого тела, полностью покрывая всю поверхность (если температура тела ниже T_c). В результате форма тела будет влиять на результат измерений. Мы возьмем в качестве подложки цилиндрический сосуд радиусом r_c и высотой L_z. Таким образом, мы приходим к задаче о распространении третьего звука в пленке, покрывающей поверхность цилиндра. Важной особенностью такой системы является ее многосвязность и отсутствие в ней настоящего перехода БКТ [24]. Однако при больших (по сравнению со средним расстоянием между вихрями) радиусах цилиндра температура перехода в сверхтекучее состояние практически совпадает с температурой T_c, и поведение системы вихрей мало отличается от их поведения в плоских системах.

Выберем цилиндрическую систему координат и будем считать, что ось z направлена вдоль оси цилиндра. Будем также считать, что пленка покрывает цилиндр снаружи, а ее толщина h_0 и радиус цилиндра r_c удовлетворяют неравенству $r_c \gg h_0$.

Распространение третьего звука приводит к появлению электрического поля в окружающем пространстве. Осциллирующая часть потенциала ϕ в точке с координатами $\mathbf{R}_0 = (\mathbf{r}_0, z_0)$ равна (см. (6))

$$\phi(\mathbf{R}_0, t) = -P \int \frac{h'(z,t)(r_c - r_0 \cos\varphi)}{|\mathbf{R} - \mathbf{R}_0|^{3/2}} r_c d\varphi dz. \quad (24)$$

Здесь $|\mathbf{R} - \mathbf{R}_0|^2 = (\mathbf{r}_c - \mathbf{r}_0)^2 + (z - z_0)^2$. Положим, что в условиях эксперимента реализуется режим стоячей волны, т.е. колебания поверхности пленки есть сумма двух бегущих вдоль цилиндра волн, распространяющихся навстречу друг другу. Если третий звук возбуждается колебаниями скорости пленки на краях цилиндра (при $z = \pm L_z/2$), то $v_{s0}(z,t) = v' \cos\omega t \sin kz$. При этом (см. (4)) $h'(z,t) = \tilde{h}(t)\cos kz$, где $\tilde{h}(t) = (\rho_{s0} h_0 v'/\rho_0 c_3)\sin\omega t$. Выражение для $h'(\mathbf{r}, t)$ следует подставить в (24). Интеграл в (24) удается вычислить аналитически при выполнении неравенств $kr_0 \ll 1$ и $kz_0 \ll 1$. Потенциал над пленкой

$$\phi(\mathbf{R}_0, t) = -2\pi P \tilde{h}(t)(kr_c)^2 \ln kr_0. \quad (25)$$

Выше рассматривалась ситуация при температурах $T < T_c$. При $T > T_c$ в пленке появляются свободные вихри. Это приводит к дополнительному слагаемому в правой части уравнения (20), пропорциональному $n_f \mathbf{v}_s$, где $n_f(T) = a^{-2}\exp\left(-4\pi\sqrt{T_c}/b\sqrt{T - T_c}\right)$ – плотность свободных вихрей, b – безразмерная константа порядка единицы. С этим слагаемым связано появление мнимой добавки в дисперсионном уравнении. Обычно в условиях эксперимента частота ω является заданной и, в результате, мнимая добавка появляется у волнового числа k, что приводит к затуханию волны при удалении от границы, на которой происходит возбуждение колебаний. Длина затухания $\lambda \approx mc_3/2\hbar n_f(T)$ расходится при $T - T_c \ll T_c$ и становится порядка межатомного расстояния при $T \sim T_c$. Поэтому выражение (25) остается справедливым и при $T > T_c$, пока λ больше длины образца.

Перед оценкой порядка электрического поля уточним характер зависимости потенциала от толщины пленки. Для этого заметим, что из (23) следует $c_3 \sim h_0^{-3/2}$. Что касается зависимости от h_0 диэлектрической проницаемости $\epsilon(T)$, то отличие $\epsilon(T)$ от единицы обусловлено малой добавкой, которая только и может зависеть от h_0. Если пренебрегать этой добавкой, то $\phi \sim h_0^{-3/2}$. Используем характерные для гелия значения плотности ($n_2 = 10^{15}\,\text{см}^{-2}$) и межатомного расстояния ($a = 3\cdot 10^{-8}\,\text{см}$). Тогда для фторида кальция при $h_0 = 5a$, $A \approx 5$, $\rho_{s0} \approx \rho_0$, $v' = 1\,\text{см/с}$, $kr_c = 10^{-1}$ и $r_0 = 1\,\text{см}$ находим для радиального поля $E_r = 5\cdot 10^{-10}\,\text{В/см}$. Здесь уместно отметить сильную зависимость этого результата от величины kr_c (см. (25)). Хотя выражение (25) было получено в предположении, что $kr_c \ll 1$, оно, как всегда, дает качественно правильный ответ и при $kr_c \approx 1$. Численный расчет подтверждает это утверждение. При $kr_c \approx 1$ поле $E_r \approx 5\cdot 10^{-8}\,\text{В/см}$.

В заключение напомним, что мы считали температуру постоянной. В общем случае распространение третьего звука сопровождается колебаниями температуры пленки. При этом вариация температуры будет приводить к вариации электрического потенциала, т.е. к своеобразному нестационарному термоэлектрическому эффекту. Мы предполагаем вернутся к рассмотрению этого вопроса.

---

1. А. С. Рыбалко, ФНТ **30**, 1321 (2004).
2. А. С. Рыбалко, С. П. Рубец, ФНТ **31**, 820 (2005).
3. А. М. Косевич, ФНТ **31**, 1100 (2005).
4. В. Д. Нацик, ФНТ **31**, 1201 (2005).
5. L. A. Melnikovsky, J. Low Temp. Phys. **148**, 559 (2007).
6. Э. А. Пашицкий, А. А. Гурин, ЖЭТФ **138**, 1103 (2010).
7. В. М. Локтев, М. Д. Томченко, ФНТ **34**, 337 (2008).
8. С. И. Шевченко, А. С. Рукин, Письма в ЖЭТФ **90**, 46 (2009).
9. M. D. Tomchenko, J. Low Temp. Phys. **158**, 854 (2010).
10. С. И. Шевченко, А. С. Рукин, ФНТ **38**, 1147 (2012).
11. Ю. М. Полуэктов, А. С. Рыбалко, ФНТ **39**, 992 (2013).
12. И. Н. Адаменко, Е. К. Немченко, ФНТ **41**, 635 (2015).
13. И. Н. Адаменко, Е. К. Немченко, ФНТ **42**, 335 (2016).
14. Ю. С. Бараш, *Силы Ван-дер-Ваальса*, Наука, М. (1998).
15. P. R. Antoniewicz, Phys. Rev. Lett. **32**, 1424 (1974).
16. B. Linder and R. A. Kromhout, Phys. Rev. B **13**, 1532 (1976).
17. Г. И. Салистра, ЖЭТФ **87**, 1713 (1984).
18. С. Паттерман, *Гидродинамика сверхтекучей жидкости*, Мир, М. (1978).
19. K. R. Atkins, Phys. Rev. **113**, 962 (1959).
20. D. J. Bergman, Phys. Rev. **188**, 370 (1969).
21. V. Ambegaokar, B. I. Halperin, D. R. Nelson, and E. D. Siggia, Phys. Rev. B **21**, 1806 (1980).
22. E. B. Sonin, Phys. Rev. B **55**, 485 (1997).
23. S. Teitel, J. Low Temp. Phys. **46**, 77 (1982).
24. J. Machta and R. A. Guyer, J. Low Temp. Phys. **74**, 231 (1989).