

Циркулярный фотогальванический эффект, вызванный переходами между краевыми и двумерными состояниями двумерного топологического изолятора

Л. И. Магарилл^{+*1)}, М. В. Энтин^{+*}

⁺Институт физики полупроводников им. А.В. Ржанова СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия

^{*}Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 11 октября 2016 г.

После переработки 21 октября 2016 г.

Изучается поглощение света и краевой фототок в двумерном топологическом изоляторе в области переходов между краевыми и двумерными состояниями. Ток возникает под действием света с круговой поляризацией. Направление фототока зависит от знака поляризации. Показано, что вклад электронов на краевых состояниях превышает вклад двумерных электронов.

DOI: 10.7868/S0370274X16230065

Введение. Фотоиндуцированные эффекты вблизи краев топологического изолятора (ТИ) привлекли внимание из-за хорошего сохранения направления движения краевых электронов. К сожалению, фотопереходы между краевыми состояниями разрешены только в магнетодипольном приближении [1] или при учете виртуального подмешивания промежуточных двумерных состояний [2]. Оба эти эффекта слабы из-за релятивистской малости в [1] или участия примесей в [2]. Целью настоящей статьи является поиск более сильного механизма фотоэффекта. В частности, мы интересуемся фотопереходами между краевыми и двумерными состояниями. В этом случае носители на краевых состояниях имеют значительно большую длину свободного пробега, по сравнению с двумерными. Это определяет доминирующую роль краевых носителей в общем фототоке (см. рис. 1).

Авторы [3] рассматривали такие дипольные переходы в зону проводимости в качестве механизма фотогальванического эффекта. Переходы возможны, когда частота света меньше, чем ширина запрещенной зоны, но больше расстояния между уровнем Ферми и зоной проводимости. В то же время переходы из валентной зоны на краевые состояния не изучались, хотя можно ожидать, что они могут быть более интенсивны. Поэтому в настоящей статье мы будем иметь дело как с зоной проводимости, так и с валентной зоной.

Заметим, что хотя механизм фототока в настоящей статье сильнее, чем не прямые внутризонные пе-

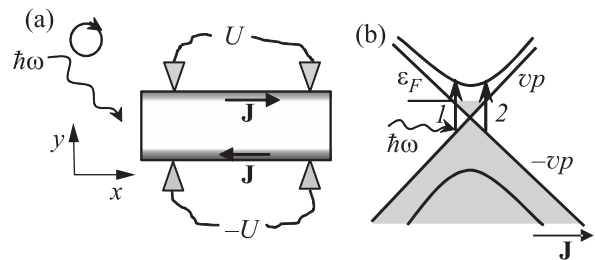


Рис. 1. (а) – Схема эффекта. Топологический изолятор в присутствии циркулярно-поляризованного света. Фототок сосредоточен у краев ТИ. (б) – Схема переходов. Прямые фотопереходы преимущественно происходят между зоной краевых электронов с положительной скоростью v и зоной проводимости. Это приводит к положительному знаку тока дырок на краевых состояниях, в то время как вклад от электронов оказывается пренебрежимым

реходы, рассмотренные ранее в [2], он работает, когда энергия фотона превышает расстояние между уровнем Ферми и двумерной зоной.

Вначале мы рассмотрим двумерные и краевые состояния ТИ. Затем мы вычислим в бесстолкновительном приближении матричные элементы скорости между краевыми и двумерными состояниями, которые определяют вероятности перехода. Будет показано, что вероятность перехода зависит от знака импульса; эта зависимость определяет фототок. В последнем разделе мы обсудим полученные результаты.

Электронные состояния. Мы будем стартовать с гамильтониана двумерного ТИ [4, 5]:

¹⁾e-mail: entin@isp.nsc.ru

$$\mathcal{H}(\mathbf{k}) = \begin{pmatrix} H(\mathbf{k}) & 0 \\ 0 & H^*(-\mathbf{k}) \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Гамильтониан (1) распадается на два независимых блока, отвечающих разным проекциям спина на нормаль к поверхности:

$$H(\mathbf{k}) = \begin{pmatrix} M - (B + D)k^2 & A(k_x + ik_y) \\ A(k_x - ik_y) & -M + (B - D)k^2 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Параметры A, B, D, M определяются материалом и толщиной слоя HgTe. Для вычисления поглощения и фототока вначале найдем волновые функции и энергии двумерных и краевых состояний ТИ. Мы будем использовать нулевое граничное условие на границе $y = 0$ для волновой функции в области $y > 0$.

Гамильтониан (1) имеет два типа собственных функций: свободные решения с энергиями $|\varepsilon| > |M|$ и краевые состояния, спадающие при $y \rightarrow \infty$. В окрестности центрального экстремума двумерные зоны имеют энергии:

$$\varepsilon_{\mu, \mathbf{k}} = \mu(|M| + k^2/2m_\mu), \quad (3)$$

$$m_\mu = \frac{|M|}{A^2 + 2|M|(B - \mu D)}, \quad (4)$$

где \mathbf{k} – двумерный импульс, индекс $\mu = \pm$ нумерует зону проводимости и валентную зону соответственно. Эти состояния имеют вырождение по спиновому числу $\sigma = \pm 1$. Уравнение (3) справедливо при $k^2/2m_\mu \ll |M|$. В том же приближении двумерные собственные функции гамильтониана (1) для неограниченной плоскости $\mathbf{r} = (x, y)$ имеют вид

$$\Psi_{\mu, \mathbf{k}, \sigma} = \zeta_{\mu, \mathbf{k}, \sigma} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}, \quad (5)$$

$$\zeta_{+, \mathbf{k}, +1} = (Ak_-/(2|M|), 1, 0, 0), \quad (6)$$

$$\zeta_{+, \mathbf{k}, -1} = (0, 0, -Ak_+/(2|M|), 1), \quad (7)$$

$$\zeta_{-, \mathbf{k}, +1} = (1, -Ak_+/(2|M|), 0, 0), \quad (8)$$

$$\zeta_{-, \mathbf{k}, -1} = (0, 0, 1, Ak_-/(2|M|)) \quad (9)$$

($k_\pm = k_x \pm k_y$).

В случае полуплоскости $y > 0$ волновые функции должны удовлетворять нулевым граничным условиям при $y = 0$. Соответствующие решения конструируются из волновых функций (5) с заданным k_x и энергией:

$$\Xi_{\mu, \mathbf{k}; \sigma} = \frac{1}{\sqrt{2L_x L_y}} \left[\Psi_{\mathbf{k}, \sigma}^\mu - \mathcal{K}_{\mu, \sigma} \Psi_{\mu, k_x, -k_y, \sigma} - (1 - \mathcal{K}_{\mu, \sigma}) \tilde{\zeta}_{\mu, \sigma} e^{ik_x x} e^{-\lambda y} \right], \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\zeta}_{+, +1} &= (-Ac_+, 1, 0, 0), & \tilde{\zeta}_{+, -1} &= (0, 0, -Ac_+, 1), \\ \tilde{\zeta}_{-, +1} &= (-Ac_-, 1, 0, 0), & \tilde{\zeta}_{-, -1} &= (0, 0, -Ac_-, 1); \end{aligned} \quad (11)$$

$$\mathcal{K}_{\mu, \sigma} = \frac{2\sigma\mu M c_\mu - k_x + i\sigma\mu k_y}{2\sigma\mu M c_\mu - k_x - i\sigma\mu k_y}, \quad |\mathcal{K}_{\mu, \sigma}| = 1, \quad (12)$$

где $c_\mu = \lambda/(2M + (B + \mu D)\lambda^2)$, $\lambda = \sqrt{(A^2 - 2M(B - D))/(B^2 - D^2)}$, а $L_{x,y}$ – размеры системы в x и y направлениях.

Последнее слагаемое в (10) представляет сопутствующую волну, которая необходима для того, чтобы удовлетворить граничным условиям. Она возникает за счет подмешивания состояний противоположной зоны. Коэффициент нормировки находится с пренебрежением λ по сравнению с L_y .

Мы будем рассматривать краевые состояния с малым импульсом k_x . Их волновые функции с энергиями $\varepsilon_{k_x, \sigma} = \varepsilon_0 + \sigma v k_x$, $\varepsilon_0 = -MD/B$ имеют вид [6]:

$$\begin{aligned} \psi_{k_x, \sigma} &= e^{ik_x x} C g(y) \chi_\sigma / \sqrt{L_x}, \quad g(y) = e^{-\lambda_1 y} - e^{-\lambda_2 y}, \\ \chi_{+1} &= (1, \eta, 0, 0) \frac{1}{\sqrt{1 + \eta^2}}, \quad \chi_{-1} = (0, 0, 1, \eta) \frac{1}{\sqrt{1 + \eta^2}}, \quad (13) \\ C^2 \int_0^\infty g^2(y) dy &= 1, \end{aligned}$$

где

$$v = A\sqrt{(B^2 - D^2)/B^2}, \quad \eta^2 = \frac{B + D}{B - D}, \quad (14)$$

$$C^2 = \frac{2\lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1 + \lambda_2)}{(\lambda_1 - \lambda_2)^2},$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{A}{2\sqrt{B^2 - D^2}} \pm \sqrt{\frac{A^2}{4(B^2 - D^2)} - \frac{M}{B}}. \quad (15)$$

Рассмотрим случай квантовой ямы HgTe с толщиной 7 нм, когда параметры имеют значения [7] $A = 364.5$ мэВ·нм, $B = 686$ мэВ·нм², $D = 512$ мэВ·нм², $M = 10$ мэВ и $\eta \gg 1$. При этом коническая точка находится гораздо ближе к зоне проводимости, чем к валентной зоне ($|M| - \varepsilon_0 \approx 2.5$ мэВ, $\varepsilon_0 - |M| \approx 17.5$ мэВ). В результате $\lambda_1 \approx \lambda \approx A/\sqrt{B^2 - D^2}$, $\lambda_2 \approx M\sqrt{B^2 - D^2}/(AB)$, $\lambda_2 \ll \lambda_1$, $C^2 \approx 2\lambda_2$. (Численно, $\lambda_1/\lambda_2 = 41.7$, так что это отношение можно считать большим параметром). Заметим, что в этом случае краевое состояние, в основном, формируется из зоны проводимости. Следует иметь в виду, что большое значение η обусловлено специфической выбранной толщиной ямы HgTe и необязательно выполняется в более общем случае.

Вероятность прямых оптических переходов и поглощение света. Вероятность прямых переходов между краевыми и двумерными состояниями дается матричными элементами скорости $\mathbf{V} = \nabla_{\mathbf{k}} \mathcal{H}$. Используя (10), (13), получим:

$$(V_x)_{\mu, \mathbf{k}, \sigma; k_x, \sigma} = \frac{i\sigma\sqrt{2}A^{5/2}\sqrt{M/(B + \mu D)}Dk_y}{\sqrt{L_y}M^2(B^2 - D^2)^{1/4}}, \quad (16)$$

$$(V_y)_{\mu, \mathbf{k}, \sigma; k_x, \sigma} = -i\sigma(V_x)_{\mathbf{k}, \sigma; p, \sigma} \frac{B}{D}, \quad (17)$$

и упрощая, с использованием параметра $\eta \gg 1$, находим

$$(V_x)_{\mu, \mathbf{k}, \sigma; k_x, \sigma} = \frac{i\sigma\sqrt{2}A^{5/2}\sqrt{M/(B+\mu D)}Dk_y}{\sqrt{L_y}M^2(B^2-D^2)^{1/4}}, \quad (18)$$

$$(V_y)_{\mu, \mathbf{k}, \sigma; k_x, \sigma} = -i\sigma(V_x)_{\mathbf{k}, \sigma; k_x, \sigma}. \quad (19)$$

Вероятность оптических переходов под действием переменного электрического поля $\text{Re}(\mathbf{E}e^{-i\omega t})$, где $\mathbf{E} = (E_x, E_y, 0)$ – комплексная амплитуда, имеет вид

$$W_{+, \mathbf{k}, \sigma; k_x, \sigma} = \frac{\pi e^2}{2\omega^2} \delta(\varepsilon_{+, \mathbf{k}} - \epsilon_{k_x, \sigma} - \omega) \times \\ \times |(V_x)_{+, \mathbf{k}, \sigma; k_x, \sigma} E_x + (V_y)_{+, \mathbf{k}, \sigma; k_x, \sigma} E_y|^2; \quad (20)$$

$$W_{k_x, \sigma; -, \mathbf{k}, \sigma} = \frac{\pi e^2}{2\omega^2} \delta(\epsilon_{k_x, \sigma} - \varepsilon_{-, \mathbf{k}} - \omega) \times \\ \times |(V_x)_{k_x, \sigma; -, \mathbf{k}, \sigma} E_x + (V_y)_{k_x, \sigma; -, \mathbf{k}, \sigma} E_y|^2. \quad (21)$$

Используя (20), (21), найдем поглощаемую мощность на единицу длины:

$$Q = \frac{\pi e^2 A^5 (|E_x|^2 D^2 + |E_y|^2 B^2)}{\omega M^3 \sqrt{B^2 - D^2}} \times \\ \times \sum_{\mathbf{k}, \sigma} k_y^2 \sum_{\mu} \frac{\delta(\mu(\varepsilon_{\mu, \mathbf{k}} - \epsilon_{k_x, \sigma}) - \omega)}{B + \mu D} \times \\ \times \left[\frac{1}{2}(1 - \mu) + \mu f^{(0)}(\epsilon_{k_x, \sigma}) \right]. \quad (22)$$

Согласно (22), обе компоненты электрического поля поглощаются независимо. Поглощение анизотропно: при $|E_x| = |E_y|$ отношение вероятностей перехода равно B^2/D^2 . При $D \ll B$ анизотропия велика, при $D \approx B$ – слаба.

Упрощая (22) в случае низкой температуры T при $\eta \gg 1$ и $2|M|D/(A^2 + 2|M|B) \ll 1$ ($m_+ \approx m_h \approx m = |M|/(A^2 + 2|M|B)$), находим:

$$Q = \frac{e^2 B}{2\pi m v \omega} \sum_{\mu} \frac{(\omega - \omega_{\mu})\theta(\omega - \omega_{\mu})F_{\mu}^{(1)}(a_{\mu})}{B + \mu D} |\mathbf{E}|^2, \quad (23)$$

где

$$F_{\pm}^{(1)}(a) = [\pi \pm 2a\sqrt{1-a^2} \pm 2 \arcsin a] \theta(1-a^2), \quad (24)$$

$$\omega_{\pm} = |M| \mp \epsilon_0 - mv^2/2, \quad (25)$$

$$a_{\pm} = (E_F - \epsilon_0 \mp mv^2)/\sqrt{mv^2(\omega - \omega_{\pm})}. \quad (26)$$

Здесь E_F – энергия Ферми.

Фотогальванический эффект. Постоянный ток возникает вследствие анизотропии фотовозбуждения электронов относительно оси x . Средняя скорость этих носителей определяет результирующий ток. Фототок описывается феноменологическим выражением $\mathbf{j} = (j_x, 0, 0)$:

$$\mathbf{j} = \alpha_s (\mathbf{E}(\mathbf{n}_y \mathbf{E}^*) - \mathbf{n}_y |\mathbf{n}_y \mathbf{E}|^2 + c.c.) + i\alpha_a [\mathbf{n}_y [\mathbf{E} \mathbf{E}^*]], \quad (27)$$

где α_s, α_a – действительные величины, \mathbf{n}_y – орт вдоль нормали к границе. Выражение (27) подобно поверхностному фототоку [8–11] с той разницей, что поверхность заменена на край системы и поле содержит только компоненты вдоль плоскости. Вклад $\propto \alpha_a$ имеет бытовой аналог – колесо, катящееся по поверхности под действием вращающего его момента силы. Вклад $\propto \alpha_s$ имеет менее привычный аналог – вибрационный транспортер. Согласно (27), фототок определяется произведением $E_x E_y$. Таким образом, $\mathbf{j} = 0$, если $E_x = 0$ или $E_y = 0$.

Говоря на микроскопическом языке, фототок возникает вследствие асимметрии вероятности фотопереходов между краевыми состояниями с правым и левым направлениями движения. Этот фототок содержит вклады от краевых и двумерных носителей, которые следует вычислять отдельно.

Схема возможного измерения краевого фототока показана на рис. 1а. Контакты предполагаются присоединенными к широкой полосе ТИ. Напряжение между контактами с одной стороны полосы можно связать с краевым фототоком.

Сначала рассмотрим вклад краевых носителей. Его можно выразить через функцию распределения краевых электронов $f_{k_x, \sigma}^{1D}$, подчиняющуюся кинетическому уравнению. В настоящей статье мы рассматриваем пространственно-однородное кинетическое уравнение, предполагая сравнительно большое значение длины образца L_x . Единственной возможностью установления стационарной функции распределения в этих условиях является обратное рассеяние электронов на краевых состояниях. Этот процесс разрешен для рассеяния на фононах с конечной передачей энергии. Мы ограничим рассмотрение приближением времени релаксации. Мы также предположим, что время релаксации зависит от (k_x, σ) только через энергию $\epsilon_{k_x, \sigma}$. В этих предположениях кинетическое уравнение имеет вид:

$$\frac{\delta f_{k_x, \sigma}^{(1D)}}{\tau_1} = \sum_{k_y} \left[W_{-, k_x, \sigma; k_x, k_y, \sigma} (1 - f^{(0)}(\epsilon_{k_x, \sigma})) - W_{+, k_x, k_y, \sigma; k_x, \sigma} f^{(0)}(\epsilon_{k_x, \sigma}) \right], \quad (28)$$

где $\delta f_{k_x, \sigma}^{(1D)} = f_{k_x, \sigma}^{(1D)} - f^{(0)}(\epsilon_{k_x, \sigma})$, $f^{(0)}(\epsilon)$ – равновесная функция распределения, τ_1 – время обратного рассеяния краевых электронов. Первое слагаемое в правой части уравнения (28) соответствует возбуждению электронов из валентной зоны, второе – возбуждению из краевых состояний в зону проводимости. В результате для вклада в ток от краевых состояний получаем:

$$j_x^{1D} = \frac{e}{L_x} \times \sum_{k_x, k_y, \sigma} \sigma v \tau_1 \left[W_{k_x, \sigma; -, k_x, k_y, \sigma} (1 - f^{(0)}(\epsilon_{k_x, \sigma})) - W_{+, k_x, k_y, \sigma; k_x, \sigma} f^{(0)}(\epsilon_{k_x, \sigma}) \right]. \quad (29)$$

Аналогично пишется кинетическое уравнение для двумерных электронов в c - и v -зонах:

$$\frac{\delta f_{\mathbf{k}, \sigma}^+}{\tau_+} = W_{+, \mathbf{k}, \sigma; k_x, \sigma} f^{(0)}(\epsilon_{k_x, \sigma}), \quad (30)$$

$$\frac{\delta f_{\mathbf{k}, \sigma}^-}{\tau_-} = W_{k_x, \sigma; -, \mathbf{k}, \sigma} (1 - f^{(0)}(\epsilon_{k_x, \sigma})), \quad (31)$$

и соответствующие вклады в фототок

$$j_x^+ = \frac{e}{L_x} \sum_{k_x, k_y, \sigma} \frac{k_x}{m_e} \tau_+ W_{+, k_x, k_y, \sigma; k_x, \sigma} f^{(0)}(\epsilon_{k_x, \sigma}) \quad (32)$$

$$j_x^- = \frac{e}{L_x} \sum_{k_x, k_y, \sigma} \frac{k_x}{m_h} \tau_- W_{k_x, \sigma; -, k_x, k_y, \sigma} (1 - f^{(0)}(\epsilon_{k_x, \sigma})), \quad (33)$$

где τ_μ – время релаксации в зоне μ . Очевидно, что появление фототока требует асимметрии вероятности переходов относительно инверсии $k_x \rightarrow -k_x$. Заметим, что двумерные носители имеют значительно меньшую длину свободного пробега, чем краевые. По этой причине их вклад в ток превалирует.

Для простоты предположим, что времена релаксации не зависят от энергии. Используя (29), (32), (33) в том же приближении, которое использовалось в (23), получим

$$j_x^{1D} = \frac{e^3 D \tau_1}{2\pi \omega^2 m} \sum_{\mu} \left[F_{\mu}^{(1)}(a_{\mu}) \frac{(\omega - \omega_{\mu}) \theta(\omega - \omega_{\mu})}{B + \mu D} \right] \times \text{Im}(E_x E_y^*), \quad (34)$$

$$j_x^{\mu} = \mu \frac{e^3 D \tau_{\mu}}{2\pi \omega^2 m} F_{\mu}^{(2)}(a_{\mu}) \frac{(\omega - \omega_{\mu}) \theta(\omega - \omega_{\mu})}{B + \mu D} \text{Im}(E_x E_y^*). \quad (35)$$

Здесь

$$F_{\pm}^{(2)}(a) = [2\pi \pm \frac{4}{3} [a(3 \pm 2a) \mp 2] \sqrt{(1 - a^2)} \theta(1 - a^2)]. \quad (36)$$

Поглощение и фототок имеют порог:

$$\Omega_{\pm} = \frac{1}{2(B^2 - D^2)} \left(B^2 (2|M| \mp 2E_F + E_F^2/|M|) - 2BDE_F - D^2 (|M| \mp 2E_F) \right). \quad (37)$$

Величины Ω_{\pm} дают минимальные частоты переходов между краевыми состояниями на уровне Ферми

и зонами проводимости и валентной при соответствующих k_x .

Частотная зависимость краевого вклада в фототок и поглощение при различных уровнях Ферми представлены на рис. 2, 3. Выбраны два значения

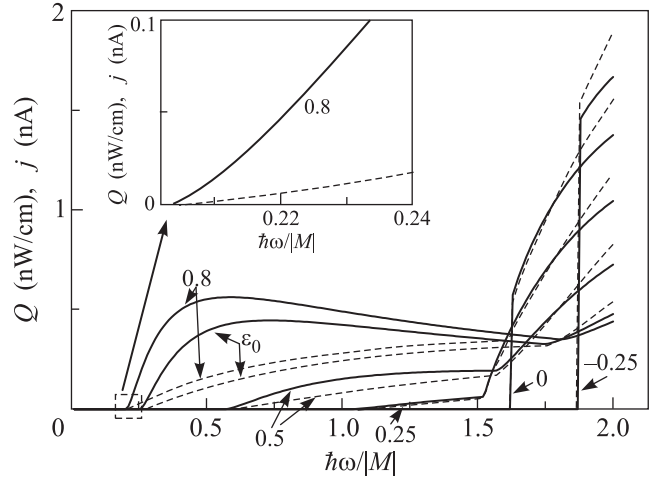


Рис. 2. Краевое поглощение (пунктир) и краевой фототок (сплошная линия) как функция частоты при различном положении уровня Ферми ($E_F/|M|$ помечен на кривых) для 7 нм слоя HgTe. Вставка: увеличенная окрестность края поглощения при $E_F = 0.8|M|$

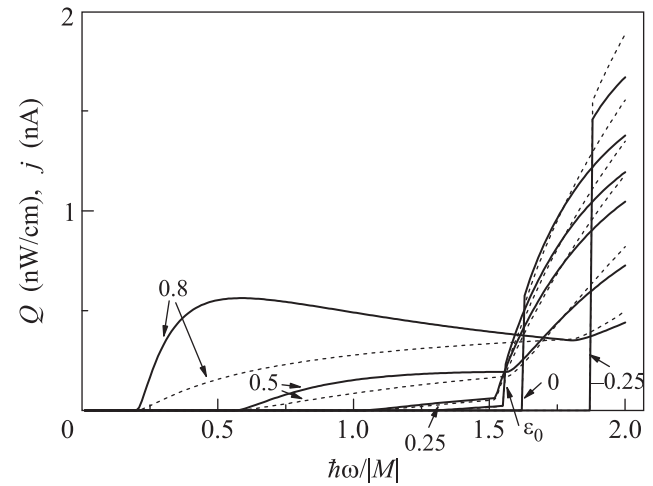


Рис. 3. То же самое, что на рис. 2 для 8 нм HgTe

толщины слоя HgTe: $d = 7$ нм, когда коническая точка близка ко дну зоны проводимости, (рис. 2), и $d = 8$ нм, когда коническая точка находится вблизи середины запрещенной зоны (рис. 3). На рис. 3 используются значения $v = 5.5 \cdot 10^7$ см/с и $M = -0.015$ эВ [12], а также предположение, что параметры A и B слабо зависят от толщины квантовой ямы в диапазоне $7 \div 8$ нм (это следует из вычислений [13]). Мы

нашли для D значение $-0.0957 \text{ эВ} \cdot \text{нм}^2$. Для τ принято значение $\tau = 10^{-9} \text{ с}$.

Около порогов Ω_{\pm} соответствующие вклады в ток ведут себя как $(\omega - \Omega_{\pm})^{3/2}$ или имеют скачки. Величина тока, согласно рис. 2, 3, вполне измерима. Вклады электронов и дырок имеют одинаковые знаки; дырочный вклад превышает электронный, когда оба вклада сосуществуют.

Выводы и обсуждение. Мы вычислили электродипольное поглощение при переходах между краевыми и двумерными электронными состояниями двумерного топологического изолятора в области частот, меньших частоты фундаментальных переходов. Рассматриваемый механизм имеет пороговый характер. Фотовозбуждение приводит к возникновению тока вдоль краев ТИ, направление которого контролируется знаком циркулярной поляризации. Хотя фототок, вызванный линейно-поляризованным светом, в принципе, разрешен, на самом деле вычисления показывают возможность только циркулярного эффекта. В фототок дают вклад как краевые, так и двумерные носители, однако вклад первых превалирует из-за значительно большей длины свободного пробега краевых электронов. Переходы из краевых состояний в зону проводимости и валентную зону дают одинаковое направление тока. Заметим, что в квантовой яме HgTe с толщиной 7 нм переходы из валентной зоны более интенсивны по параметру $(B + D)/(B - D)$.

Сравним механизм фототока, рассмотренный здесь, с другими механизмами. Он имеет ту же феноменологию, что и эффекты, рассмотренные в [1–3, 14]. Подобно указанным работам рассмотренный эффект связан с краями ТИ: смена знака круговой поляризации или нормали к границе меняет знак тока. В отличие от [1], эффект не нуждается в магнетодипольных переходах, в отличие от [2] – в участии примесей, и поэтому оказывается сильнее тока при переходах между краевыми состояниями. По сравнению с [3], рассмотренный здесь механизм фототока аналогичен, но мы учли переходы как в зону проводимости, так и из валентной зоны. Теория краевого фототока в бесщелевом материале с коническим спектром [14] может быть также

применена и к случаю ТИ, когда энергия кванта $\hbar\omega$ значительно превышает запрещенную зону. Однако краевой фототок связан в этом случае с двумерными носителями, имеющими значительно меньшую длину свободного пробега, что существенно уменьшает ток. В то же время поглощение при переходах между краевым и двумерным состояниями слабее в меру меньшей вовлеченной площади. Тем не менее, этот фактор может быть преодолен за счет множественных краев топологической фазы в системе с перемежающимися областями ТИ и обычного изолятора.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ # 13-0212148 и 14-02-00593. Авторы благодарны З.Д. Квону за стимулирующие дискуссии.

1. S. N. Artemenko and V. O. Kaladzhyan, Письма в ЖЭТФ **97**, 88 (2013).
2. M. V. Entin and L. I. Magarill, Письма в ЖЭТФ **103**, 804 (2016).
3. V. Kaladzhyan, P. P. Aseev, and S. N. Artemenko, Phys. Rev. B **92**, 155424 (2015).
4. B. A. Bernevig, T. L. Hughes, and Sh.-Ch. Zhang, Science **314**(5806), 1757 (2006).
5. X.-L. Qi and Sh.-Ch. Zhang, Rev. Mod. Phys. **83**, 1057 (2011).
6. B. Zhou, H.-Zh. Lu, R.-L. Chu, Sh.-Q. Shen, and Q. Niu, Phys. Rev. Lett. **101**, 246807 (2008).
7. M. König, H. Buhmann, L. W. Molenkamp, T. Hughes, Ch.-X. Liu, X.-L. Qi, and Sh.-Ch. Zhang, J. Phys. Soc. Jpn. **77**, 031007 (2008).
8. Л. И. Магарилл, М. В. Энтин, ФТТ **21**, 1280 (1979) [Sov. Phys. Sol. State **21**, 743 (1979)].
9. В. Л. Альперович, В. И. Белиничер, В. Н. Новиков, А. С. Терехов, ЖЭТФ **53**, 1201 (1981) [Sov. Phys. JETP, **80**, 2298 (1981)].
10. Г. М. Гусев, З. Д. Квон, Л. И. Магарилл, А. М. Палкин, В. И. Созинов, О. А. Шегай, М. В. Энтин, Письма в ЖЭТФ **46**, 28 (1987) [JETP Lett. **46**, 33 (1987)].
11. M. V. Entin and L. I. Magarill, Письма в ЖЭТФ **98**, 919 (2014).
12. Z. D. Kvon, частное сообщение.
13. O. A. Raichev, Phys. Rev. B **85**, 045310 (2012).
14. L. I. Magarill and M. V. Entin, Письма в ЖЭТФ **102**, 683 (2015).