Письма в ЖЭТФ, том 104, вып. 11, с. 813 – 817 © 2016 г. 10 декабря

Бозе-эйнштейновская конденсация дипольных экситонов в кольцевой ловушке

А. В. Чаплик[1)]

Институт физики полупроводников им. А.В. Ржанова СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 13 октября 2016 г.

После переработки 31 октября 2016 г.

Найдены температура бозе-конденсации и доля частиц в конденсате для системы пространственно непрямых дипольных экситонов в электростатической кольцевой ловушке. Если существенно заселены лишь уровни радиального движения, близкие ко дну потенциальной ямы ловушки, то применима осцилляторная модель одночастичного спектра. В этом случае межэкситонное взаимодействие удается учесть без предположения о его слабости.

DOI: 10.7868/S0370274X16230090

Введение. Развитие экспериментальной техники получения долгоживущих пространственно непрямых экситонов существенно расширило круг искусственно созданных систем, в которых реализуется конденсат бозе-частиц. До этого такими системами были магнитные и оптические ловушки для ультрахолодных атомов с температурой перехода T_c в области микрокельвин. Существенно (5–6 порядков!) более высокие температуры перехода достигаются в экситонных системах – двойных или широких одинарных квантовых ямах, что безусловно более благоприятно для развития различных методов исследования и управления экситонной жидкостью. Однако в том случае мы имеем дело с двумерной бозонной системой, в которой, как известно, при бесконечных размерах бозе-конденсация невозможна ($T_c = 0$). Это утверждение относится к однородным системам, энергетический спектр которых непрерывен, а закон дисперсии соответствует свободной частице $E = p^2/2m$. Если же имеется локальное состояние с дискретным уровнем энергии $E = \varepsilon_0 < 0$, то при некоторой конечной температуре T_c на этом уровне накапливается макроскопическое число частиц [1]. Поэтому эксперименты с дипольными непрямыми экситонами проводятся, как правило, в неоднородных структурах с потенциальными ловушками для экситонов [2–4]. Теоретические исследования трехмерных ловушек с холодными атомами показывают, что температура перехода, а также зависимость числа частиц в конденсате (т.е. на нижайшем уровне ловушки) от текущей температуры существенно зависят от формы удерживающего потенциала и от межэкситонного взаимодействия [5, 6]. Естественно ожидать, что свои специфические зависимости появятся и в задаче о двумерных дипольных экситонах в латеральных ловушках. Этому и посвящена настоящая статья.

Существенным моментом во всех "ловушечных" задачах о бозе-конденсации является учет межчастичного взаимодействия. Известны работы, где оно учитывается по теории возмущений [5] или в рамках ВКБ-приближения [6]. В данной работе показано, что в случае применимости осцилляторной модели одночастичного спектра ловушки (эффективно заселены лишь нижние уровни) взаимодействие можно учесть без использования указанных приближений.

Потенциал кольцевой ловушки. Предмет рассмотрения – электростатическая ловушка, созданная металлическим электродом с круглым отверстием, расположенным на поверхности структуры с квантовой ямой (двойной или одинарной) [7]. Электрическое поле, созданное электродом по механизму барьера Шоттки и/или приложенным к нему внешним напряжением, максимально вблизи края отверстия. Потенциальная энергия экситонов в таком поле равна $U = -d\mathcal{E}_z$, где $\mathcal{E}_z$ – нормальная к поверхности компонента электрического поля, d – дипольный момент экситонов, которые считаются ориентированными перпендикулярно границам квантовой ямы.

К сожалению, электростатическая задача о поле заряженного проводника конечных размеров с вырезом внутри точного аналитического решения не имеет. Такое решение существует лишь для круглого (или эллиптического) диска. Поскольку в экспе-

[1)]e-mail: chaplik@isp.nsc.ru

рименте расстояние между квантовой ямой, в которой находятся экситоны, и электродом всегда много меньше радиуса отверстия (а именно это расстояние задает характерный размер потенциальной ямы вблизи края металла), то получить представление о форме потенциала ловушки можно из анализа решения задачи для диска. Заметим, что другая точно решаемая задача о бесконечной плоскости с отверстием во внешнем поле приводит к такой же корневой сингулярности плотности индуцированного заряда и электрического поля на краю отверстия, как и в случае диска [8].

Потенциал круглого диска радиуса a, несущего заряд Q, в цилиндрических координатах имеет вид [8]:

$$\varphi = \frac{Q}{\kappa a}\arctan\left(\frac{2a^2}{R^2+\sqrt{R^4+4a^2z^2}}\right)^{1/2}, \qquad (1)$$
$$R^2 \equiv \rho^2+z^2-a^2.$$

Здесь κ – средняя диэлектрическая проницаемость материала структуры и вакуума. Вблизи края диска, т.е. в области $|x| \equiv |\rho - a| \ll a$, $z \ll a$, из (1) следует

$$\varphi = \frac{\pi Q}{2\kappa a} - \frac{Q}{a^{3/2}}\left[x+\sqrt{x^2+z^2}\right]^{1/2}. \qquad (2)$$

Таким образом, потенциальная энергия вертикально ориентированного экситона в кольцевой ловушке равна

$$U(x,z) = -\frac{dQz}{\kappa a^{3/2}}\frac{1}{\sqrt{x^2+z^2}}\frac{1}{\sqrt{x+\sqrt{x^2+z^2}}}. \qquad (3)$$

При $x \to +\infty$ (далеко от края вне диска) $U \approx -dQz/(\kappa(ax)^{3/2})$, а при $x \to -\infty$ (далеко от края под диском) $U \approx -\sqrt{2}dQ\mathrm{sgn}z/(\kappa a^{3/2}\sqrt{|x|})$. Формально в потенциальной яме (3) число дискретных уровней бесконечно, но при $|x| \sim a$ нужно уже пользоваться точным выражением (1), которое дает $\mathcal{E}_z = -\partial\varphi/\partial z \sim \rho^{-3}$ при $\rho \gg a$, что соответствует короткодействующему потенциалу с конечным числом отрицательных уровней. Это число по квазиклассической оценке равно

$$n_{\max} = \frac{1}{\pi\hbar}\sqrt{\frac{2dQM}{\kappa}}, \qquad (4)$$

где M – масса экситона. Минимум потенциала $U(x,z)$ расположен при $x_0 = -z/\sqrt{3}$ ($z > 0$ – это полупространство под диском, занятое структурой с квантовой ямой), и его значение равно

$$U_{\min} = -\frac{3^{3/4}}{2}\frac{dQ}{a^{3/2}\sqrt{z}}. \qquad (5)$$

Таким образом, мы имеем дело с одномерной ловушкой для двумерной частицы: $z = \mathrm{const}$ – расстояние от электрода до плоскости, в которой движутся диполи, потенциал зависит только от x, а длина ловушки в направлении оси y соответствует длине окружности $2\pi a$. Вследствие условия $|z| \ll a$ приведенные выше результаты для внешней области диска должны качественно сохраниться и для кольцевой ловушки вблизи края круглого отверстия в электроде. Величина Q находится из значения электрического поля $\mathcal{E}_0$ под электродом вдали от края (в случае диска $Q = \mathcal{E}_0 a^2$) или из глубины ловушки $U_{\min}$. В экспериментах [7] $a = 2500$ нм, $z = 200$ нм, $d \sim 100D$, $|U_{\min}| = 5$ мэВ. Тогда для массы экситона $M = 0,16m_0$ (m_0 – масса свободного электрона) число уровней в ловушке получается довольно большим: $n_{\max} \approx 53$.

Одночастичные эффекты при $T > T_c$. Нижние уровни в потенциале (3) могут, как обычно, быть аппроксимированы моделью гармонического осциллятора. Соответствующая частота дается формулой

$$\Omega = \frac{3^{11/8}}{4}\left(\frac{dQ}{\kappa M a^{3/2}z^{5/2}}\right)^{1/2}, \qquad (6)$$

что для приведенных выше значений параметров дает оценку $\hbar\Omega \sim 0.1$ мэВ. Движение экситона как целого в потенциале ловушки приводит к возникновению сателлитов линии рекомбинации аналогично колебательной структуре электронного перехода в молекулах. Масштаб интервалов такой структуры, определяемый формулой (6), представляется доступным для наблюдения при $a \sim 1$ мкм, $z \sim 100$ нм. Интенсивность сателлитов пропорциональна величине $|\int \psi(\mathbf{r},\mathbf{r})d\mathbf{r}|^2$, где ψ – волновая функция экситона, $\mathbf{r}$ – общее значение координат электрона и дырки. Зависимость интенсивности J_v v-го сателлита от колебательного числа v (номер уровня в потенциале ловушки) содержится, очевидно, в интеграле $\int \psi_v(x)dx$, где $\psi_v(x)$ – собственная функция в одномерном потенциале (3) при $z = \mathrm{const}$, так как x, y – координаты электрона и дырки в модели жесткого вертикального диполя совпадают. Для нижних уровней $v \sim 1$ в приближении гармонического осциллятора получается $J_v = 0$ для нечетных v, $J_v = J_{2m} \sim (2m-1)!!/2m!!$ (т.е. 1, 1/2, 3/8...). В длинноволновой области система с дипольными экситонами способна поглощать электромагнитное излучение на частоте Ω (см. (6)), если вектор поляризации лежит в плоскости падения, так что z-компонента СВЧ-поля отлична от нуля и зависит от x. Это означает, что в дипольном приближении ($e^{ikx} \approx 1$, где k – волновой вектор волны) эффект отсутствует и появляется лишь в следующем приближении, так что интенсивность поглощения содержит малость $(kz)^2$ (напоминаем, что z – характерный размер потенциальной ямы (3) в x-направлении).

Конденсация в модели идеального бозе-газа. Одночастичный спектр в кольцевой ловушке дается выражением

$$\begin{aligned} &E_{v,l} = \varepsilon_v + Bl^2, \quad B = \hbar^2/2Ma^2, \\ &l = 0, \pm 1, \pm 2..., \quad v = 0, 1...v_{\max} \end{aligned} \tag{7}$$

(для захваченных частиц $\varepsilon_v < 0$). Как видно из рассмотренной в предыдущих разделах электростатической задачи, можно считать ловушку кольцом конечной, но малой ширины, т.е. амплитуда радиальных колебаний частиц много меньше радиуса кольца вследствие условия $z \ll a$. В значения уровней радиального движения ε_v включена константа $(-\hbar^2/8Ma^2)$ – вклад геометрического потенциала, возникающий при разделении уравнения Шредингера на "быструю" радиальную и "медленную" азимутальную части.

Полное число дипольных экситонов при конечном значении температуры T складывается из захваченных частиц N_-, для которых $v < v_{\max}$ ($v_{\max}$ – номер последнего уровня в потенциале радиального движения) и делокализованных в радиальном направлении частиц N_+. Энергия последних, отсчитанная от химпотенциала, даже для $l = 0$ не меньше $|\varepsilon_0| \sim |U_{\min}|$ из формулы (5), поскольку химпотенциал не может подняться выше минимально возможной энергии. Мы будем рассматривать температуры много меньшие глубины ловушки, так что величина N_+ пропорциональная $\exp(-\beta|U_{\min}|)$, пренебрежимо мала по сравнению с N_-. Соответственно критическая температура T_c определяется только захваченными частицами:

$$N_- = 2\sum_{l=1}^{\infty} f(0,l) + \sum_{v=1}^{v_{\max}} \sum_{l=-\infty}^{\infty} f(v,l) + N_{00}, \tag{8}$$

где

$$\begin{gathered} f(0,l) = (e^{\beta B l^2} - 1)^{-1}, \\ f(v,l) = (e^{\beta(Bl^2+\varepsilon_v-\varepsilon_0)} - 1)^{-1}, \\ \beta = 1/T, \end{gathered} \tag{9}$$

N_{00} – число частиц в состоянии $v = l = 0$, в котором накапливается конденсат. В формулах (8), (9) предполагается, что $T \le T_c$, поэтому химический потенциал $\mu = \varepsilon_0$. Этому состоянию соответствует волновая функция $\psi_{00} = (1/\sqrt{2\pi})\varphi_0(x)$, где $\varphi_0(x)$ – функция нижнего уровня в потенциальной яме (3). Волновые функции других состояний имеют вид $\psi_{lv}(x,\theta) = (1/\sqrt{2\pi})\exp(il\theta)\varphi_v(x)$, где θ – азимутальный угол в плоскости системы. Температура T_c при заданном N_- находится из (8) с $N_{00} = 0$.

Итак, в задаче есть две характерные энергии: вращательный квант B и колебательный Ω. Для приведенных выше численных значений параметров имеем оценки: $B \sim 3 \cdot 10^{-5}$ мэВ, $\varepsilon_1 - \varepsilon_0 = \Omega \sim 0.1$ мэВ. Поэтому в дальнейшем будем предполагать $T \gg B$, а соотношение между T и Ω может быть произвольным. Асимптотическое значение первой суммы в (8) при $\beta B \ll 1$ равно $\pi^2 T/3B$. Если $T \ll \Omega$, то во второй сумме по v следует оставить лишь первое слагаемое, а сумму по l можно заменить интегралом ($\beta B \ll 1$!). Соответствующий вклад равен $\sqrt{\pi T/B}\exp(-\Omega/T)$ и много меньше вклада первого члена. Тогда получается

$$T_c = \frac{3}{\pi^2} B N_-, \quad N_{00}/N_- = 1 - T/T_c, \tag{10}$$

и для согласования с условием $T_c \ll \Omega$ должно быть $N_- \ll \frac{\pi^2}{3}\frac{\Omega}{B}$.

В обратном предельном случае $T_c \gg \Omega$ разложим $f(v,l)$ в ряд по степеням $e^{-\beta(Bl^2+\varepsilon_v-\varepsilon_0)}$ и воспользуемся осцилляторной моделью спектра радиального движения: $\varepsilon_v - \varepsilon_0 = v\Omega$. Поскольку $\beta\Omega v_{\max} \sim \beta|U_{\min}| \gg 1$, сумму по v во втором слагаемом в (8) можно распространить до бесконечности, а суммирование по l вновь заменить интегрированием. После этого остается ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{k}} \frac{1}{e^{k\beta\Omega} - 1} \approx \zeta(3/2)/\beta\Omega,$$

где ζ – дзета-функция Римана, $\beta\Omega \ll 1$. Собирая все вместе, получим:

$$N_- = \frac{\pi^2}{3}\frac{T}{B} + \sqrt{\pi}\zeta(3/2)T^{3/2}/\Omega\sqrt{B} + N_{00}. \tag{11}$$

Отношение второго слагаемого в (11) к первому равно по порядку $(\frac{T}{\Omega}\frac{B}{\Omega})^{1/2}$, т.е. равно произведению большого параметра на малый. Таким образом, в зависимости от числа частиц N_- могут существовать два режима. При $N_- \ll (\Omega/B)^2$ опять реализуется случай (10) – колебательный вклад мал по сравнению с вращательным, т.е. имеется бозе-газ в одномерном кольце, хотя теперь уже возможно и $N_- \gg \Omega/B$. При $N_- \gg (\Omega/B)^2$:

$$\begin{gathered} T_c = (\Omega N_-)^{2/3} B^{1/3}/(\pi^{1/3}[\zeta(3/2)]^{2/3}), \\ N_{00}/N_- = 1 - (T/T_c)^{3/2}. \end{gathered} \tag{12}$$

Условие применимости (11) $T_c \gg \Omega$ принимает вид $N_- \gg \sqrt{\Omega/B}$ и выполняется в данном случае автоматически. Зависимости T_c от числа частиц и доли частиц в конденсате от температуры формально совпадают с таковыми для трехмерного идеального бозе-газа, хотя формулы (12) относятся к двумерному газу в кольце конечной ширины.

Взаимодействующий бозе-газ в ловушке. Диполь-дипольное взаимодействие непрямых параллельных друг другу экситонов убывает с расстоянием как ρ^{-3} и для двумерной системы является короткодействующим в том смысле, что $\int V(\boldsymbol{\rho})d\boldsymbol{\rho}$ сходится. Поскольку характерные расстояния между частицами всегда много больше плеча диполя L, взаимодействие можно считать контактным $V(\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}') = V_0\delta(\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}')$. В этом случае потенциал W_{ind}, созданный в точке нахождения "пробного" диполя всеми остальными диполями, просто пропорционален локальной плотности частиц $n(\boldsymbol{\rho})$:

$$W_{\text{ind}}(\boldsymbol{\rho}) = V_0 n(\boldsymbol{\rho}), \quad V_0 = 4\pi e^2 L/\kappa. \tag{13}$$

В этом приближении среднего самосогласованного поля задача решается в духе квантового обобщения модели Томаса–Ферми: плотность $n(\boldsymbol{\rho})$ определяется суммой по состояниям

$$n(\boldsymbol{\rho}) = \sum_{v,l} f(v,l)|\psi_{v,l}(\boldsymbol{\rho})|^2, \tag{14}$$

где функции $\psi_{v,l}(\boldsymbol{\rho})$ удовлетворяют уравнению Шредингера с перенормированным (т.е. экранированным) потенциалом $W = U + W_{\text{ind}}$, а в бозевских числах заполнения стоят уровни $\tilde{\varepsilon}_v$ радиального движения в потенциале W[2)]. В такой общей постановке задача чрезвычайно сложна математически. Будем считать, что в перенормированной потенциальной яме $W(x)$, как и в исходной $U(x)$, число уровней отрицательной энергии велико и основной вклад во все суммы по состояниям дают те из них, которые можно описывать осцилляторной моделью. Иными словами дело сводится к нахождению перенормированной взаимодействием частоты $\tilde{\Omega}$, которая определяется второй производной $W''(x)$ в точке минимума. Последнюю естественно считать совпадающей с x_0 – минимумом затравочного потенциала $U(x)$. Тогда проблема состоит в вычислении $d^2|\psi_v(x)|^2/dx^2$ при $x = x_0$, а функции ψ_v – это просто собственные (вещественные) функции гармонического осциллятора с точкой подвеса x_0 и частотой $\tilde{\Omega}$. В сумме по v в (14) следует разделить вклады четных и нечетных v, так как $(\psi_v^2)'' = 2(\psi_v'^2 + \psi_v\psi_v'')$, и при $x = x_0$ первое слагаемое отлично от нуля лишь для $v = 2k+1$, а второе – для $v = 2k$, $k = 0,1,2...$, и им соответствуют разные множители $f(v,l)$. Кроме того, вместо члена с $f(0,0)$ пишем $N_{00}\psi_0^2(x) = N_{00}\sqrt{M\tilde{\Omega}}\exp[-M\tilde{\Omega}(x-x_0)^2]$. Уравнение для определения $\tilde{\Omega}$ имеет вид:

$$M\tilde{\Omega}^2 = M\Omega^2 - \frac{4e^2L}{\sqrt{\pi}\kappa a}(M\tilde{\Omega})^{3/2}\Bigg[N_{00} + \\ + {\sum_{l,k}}' \frac{(2k-1)!!}{2k!!}(4k+1)\left(e^{\beta Bl^2+2k\beta\tilde{\Omega}}-1\right)^{-1} - \\ - \sum_{l,k}\frac{(2k-1)!!}{2k!!}(4k+2)\left(e^{\beta Bl^2+\beta\tilde{\Omega}(2k+1)}-1\right)^{-1}\Bigg]. \tag{15}$$

Штрих у первой суммы в (15) означает отсутствие слагаемого с $k = l = 0$; это уравнение относится к области температур $T < T_c$, когда $\mu = \varepsilon_0$.

При $T \to 0$ (т.е. в области $T \ll B, \tilde{\Omega}$) в квадратной скобке в (15) остается лишь $N_{00} = N_-$ (все частицы в конденсате), и уравнение упрощается:

$$Z^2 + \frac{4}{\sqrt{\pi}}\frac{LS}{aa_B^*}N_{00}Z^{3/2} = 1, \quad Z \equiv \frac{\tilde{\Omega}}{\Omega}. \tag{16}$$

Здесь L – плечо диполя d/e, a_B^* – эффективный боровский радиус $\kappa\hbar^2/Me^2$, S – осцилляторная длина $\sqrt{\hbar/M\Omega}$. При использованных уже значениях параметров коэффициент перед $Z^{3/2}$ в (16) порядка $5\cdot10^{-2}$, т.е. $\tilde{\Omega}$ становится существенно меньше Ω при $N_{00} \gg 20$ (как и должно быть, – взаимодействие экситонов уменьшает частоту их радиальных колебаний в ловушке).

Учтем теперь зависящий от температуры вклад в уравнение среднего поля и будем считать $T \gg \tilde{\Omega} \gg B$, но по-прежнему $T \le T_c$. Асимптотическая оценка двойных рядов в (15) может быть получена следующим образом. Выделим вклад слагаемых с $v = 0$, $l = \pm1, \pm2, ...$ Это дает уже известную величину $\pi^2 T/3B$. Далее заменим бозевские числа заполнения их главным членом разложения в области βBl^2, $\beta\tilde{\Omega}v \ll 1$: $f(l,v) \approx 1/\beta(Bl^2 + \tilde{\Omega}v)$. Очевидно, что основной вклад в сумму по v (и по l) дают большие, по сравнению с единицей, значения индексов суммирования. Поэтому заменим множитель (2к – 1)!!/2к!! его асимптотическим (при $k \gg 1$) значением $1/\sqrt{\pi k}$ и пренебрежем различием при больших k вкладов с четными и нечетными v. Тогда сокращаются слагаемые с множителем $4k$ в (15), и возникает двойной ряд

2) При $T = 0$ в сумме (14), очевидно, остается лишь член с $v = l = 0$, причем $f(0,0)$ следует заменить на N_{00} – число частиц в конденсате. Включив этот множитель в нормировку $\psi_{00}(\boldsymbol{\rho})$, мы придем к уравнению Гросса–Питаевского.

$$\sum_{l=-\infty}^{+\infty}\sum_{k=1}^{\infty}(\sqrt{k}(\beta Bl^2+2k\beta\tilde{\Omega}))^{-1}. \tag{17}$$

Сумма по l известна и при $\tilde{\Omega} \gg B$ стремится к $\pi T/\sqrt{kB\tilde{\Omega}}$. Остающийся ряд по k логарифмически расходится и должен быть обрезан при $k_{\max} \sim T/\tilde{\Omega}$ (исходные ряды в (15) при $k > k_{\max}$ сходятся экспоненциально быстро). Окончательно получаем:

$$Z^2+\frac{4LS}{\sqrt{\pi}aa_B^*}Z^{3/2}\left[N_{00}(T)+\frac{\pi^2 T}{3B}+\right.$$
$$\left.+\sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{T}{\sqrt{B\Omega Z}}\ln\frac{T}{\Omega Z}\right]=1. \tag{18}$$

Найдя $\tilde{\Omega}$ из уравнений (16) или (18), следует подставить эту величину вместо Ω в формулы (11) и снова исследовать два возможных режима. Рассмотрим здесь наиболее интересный случай, когда взаимодействие частиц сильно меняет результат.

Межэкситонное взаимодействие становится существенным, когда коэффициент при $Z^{3/2}$ в (18) порядка или больше единицы. При этом перенормированная частота $\tilde{\Omega}$ сама зависит от температуры. Будем считать, что полное число экситонов не слишком велико, так что амплитуда радиальных колебаний в перенормированном потенциале остается малой по сравнению с радиусом кольца (в противном случае кольцевая ловушка исчезает). В этом случае третье слагаемое в квадратной скобке в (18) мало по сравнению со вторым (см. ниже), а при $T = T_c$ величина N_{00} обращается в нуль. Тогда корень уравнения (18) при сильном взаимодействии, т.е. для $\Lambda T/B \gg 1$ равен $\tilde{\Omega} = \Omega(B/\Lambda T)^{2/3}$, $\Lambda \equiv \frac{4\pi^{3/2}}{3}\frac{LS}{aa_B^*}$. Подставив это в формулы (11), (12) вместо Ω, получим зависимость критической температуры от числа захваченных частиц N_- и долю частиц в конденсате:

$$T_c=\frac{(\Omega N_-)^{6/13}B^{7/13}}{\pi^{3/13}[\zeta(3/2)]^{6/13}\Lambda^{4/13}};$$
$$\frac{N_{00}}{N_-}=1-\left(\frac{T}{T_c}\right)^{13/6}. \tag{19}$$

Теперь можно сформулировать ограничение на число частиц, позволяющее считать слагаемое $\pi^2 T/3B$ главным вкладом в уравнении (18). Подставляя T_c из (19) в соответствующий критерий, находим $N_- \ll (\Omega/B)^{9/4}\Lambda^{-3/2}$, что при использованных уже значениях параметров дает $N_- \ll 10^8-10^9$, т.е. практически не является ограничением. Видно, что учет взаимодействия (отталкивания) экситонов приводит к более медленной зависимости T_c от числа частиц, чем в случае идеального газа.

Наблюдаемым следствием конденсации дипольных экситонов в ловушке является резкое изменение ширины линии рекомбинационного излучения при переходе через критическую температуру T_c. Поскольку T_c зависит от числа частиц, то при заданной температуре системы можно осуществить этот переход, изменяя уровень накачки. Установившееся при заданной накачке число частиц в конденсате N_{00} определяет интенсивность рекомбинационной линии ниже температуры перехода. Таким образом, в эксперименте можно установить температурную зависимость величины N_{00} (т.е. фактически интенсивности линии рекомбинации), определяемую второй из формул (19), а также зависимость критической температуры от числа частиц. Кроме того, изменяя потенциал на электроде, можно изменять глубину и форму потенциальной ямы ловушки, т.е. затравочную частоту радиальных колебаний экситонов Ω. Эта величина также входит в формулы (19) для T_c и N_{00}, и соответствующие зависимости могут быть проверены в эксперименте.

Заключение. Итак, в работе исследованы одночастичные и коллективные эффекты в системе бозе-частиц, захваченных в кольцевую ловушку. В условиях применимости осцилляторной модели радиального движения, когда заселены лишь уровни близкие к дну потенциальной ямы, взаимодействие между частицами удается учесть без предположения о его слабости.

1. J. F. Jan and Y. C. Lee, Phys. Rev. B **58**, R1714 (1998).
2. А. В.Горбунов, В. Б.Тимофеев, Письма в ЖЭТФ bf 80, 210 (2004); Письма в ЖЭТФ bf 83, 178 (2006); Письма в ЖЭТФ bf 87, 797 (2008).
3. A. A. Hish, E. E. Novitskaya, L. V. Butov, M. Hanson, and A. C. Gossard, Science **321**, 229 (2008).
4. G. Grosso, J. Graves, A. T. Hammak, A. A. Hish, L. V. Butov, M. Hanson, and A. C. Gossard, Nature Photonics **3**, 577 (2009).
5. V. Bangato, D. E. Pritchard, and D. Kleppner, Phys. Rev. A **35**, 4354 (1987).
6. S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, and S. Stringari, Phys. Rev. A **54**, R4633 (1996).
7. А. В. Горбунов, А. В. Ларионов, В. Б. Тимофеев, Письма в ЖЭТФ **86**, 48 (2007).
8. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Физматлит, М. (2005), с. 46.